

Галина Янченко
Василь Кравчук



МАТЕМАТИКА

6 клас



ЮНІ ДРУЗІ!

Матеріал, який ви вивчатимете, поділено на два розділи. Кожний розділ складається з параграфів, а параграф — із пунктів.

Кожний параграф має заставку, де сформульовані основні запитання, відповіді на які ви знайдете в подальшому його викладі. Основні положення тем стисло викладені у «Пам'ятці», що міститься у кінці параграфа.



Кожний пункт починається викладом теоретичного матеріалу. Розумна сова підкаже вам, що тут основне, на чому слід зосередитися, де поміркувати, що запам'ятати.

Теоретичний матеріал містить запитання. Спробуйте спочатку відповісти на них самостійно, а потім звірте свою відповідь з текстом підручника.

Додатковий матеріал поданий під рубрикою «Для тих, хто хоче знати більше». Він позначений значком «Знайка».



Після теоретичного матеріалу розміщена рубрика «Прочитайте». Вона допоможе вам ознайомитися з основними видами вправ, способами їх розв'язування та навчить правильно записувати розв'язання. Початок і кінець розв'язання кожного завдання позначений значком (●).



Прочитавши теоретичний матеріал та поміркувавши над зразками розв'язання задач, ви розпочнете роботу над розв'язуванням *усних* вправ і простіших задач (*рівень А*), а далі перейдете до складніших задач (*рівень Б*). Деякі задачі цього рівня розв'язані. Якщо під час розв'язування якоїсь задачі натрапите на труднощі, перегляньте розв'язання задач рубрики «Прочитайте», а також скористайтеся схемами, підказками, порадами.


Над задачами із «зірочкою» (*) міркувати слід особливо ретельно. Розв'язати деякі з них зможете, прочитавши матеріал рубрики «Для тих, хто хоче знати більше».

Проявити кмітливість ви зможете під час розв'язування задач рубрики «Здогадайтеся».



Прочитавши матеріал «Цікаві розповіді», ви ознайомитеся з історією розвитку математики.



Задачі, номери яких позначені значком «хатка» (наприклад, , 315),
призначені для самостійної роботи вдома.

Рубрика «*Вправи для повторення*» допоможе вам вправлятися в розв'язуванні основних типів задач.



Перевірити свої знання і вміння зможете за допомогою рубрики «*Застання і завдання для самоперевірки і повторення*».

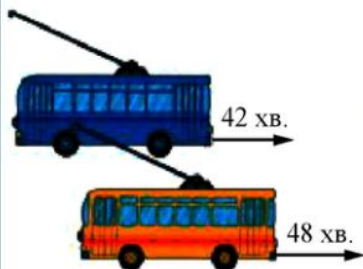
На останніх сторінках ви віднайдете цікаві та складні задачі.

Успіхів вам!

Розділ I. Подільність чисел

§1. Подільність чисел

У цьому параграфі ви знайдете відповіді на такі запитання:



1. Що таке дільник натурального числа; кратне натуральному числу?
2. Чи ділиться число 11 545 на 5, а число 11 2401 — на 9?
3. Які числа називають простими, а які — складеними?
4. Як знайти найбільший спільний дільник?
5. Два тролейбуси різних маршрутів зустрілися на спільній кінцевій зупинці. Тривалість руху одного тролейбуса на маршруті становить 48 хв, а іншого — 42 хв. Через який час вони знову зустрінуться на кінцевій зупинці?

§ 1. ПОДІЛЬНІСТЬ ЧИСЕЛ

1. Дільники натурального числа

18 цукерок можна розділити порівну між 3 дітьми, давши кожній дитині по 6. Цю ж кількість цукерок, не розрізаючи їх, не можна розділити порівну між 4 дітьми. Якщо кожній дитині дати по 4 цукерки, то залишиться 2. Запишемо:

$$18 : 3 = 6; \quad 18 : 4 = 4 \text{ (ост. 2).}$$

Число 18 ділиться на число 3 без остачі (ще кажуть: 18 ділиться на 3). Число 3 називають *дільником* числа 18. Число 18 не ділиться без остачі на 4 (ще кажуть: 18 не ділиться на 4). Число 4 не є дільником числа 18.



Будь-яке натуральне число, на яке ділиться дане натуральне число, називають дільником цього числа.

Запишемо всі натуральні числа, на які ділиться число 18. Такими числами є 1, 2, 3, 6, 9, 18. Отже, число 18 має 6 дільників: 1, 2, 3, 6, 9 і 18.

Число 1 має лише один дільник — 1. Будь-яке інше число, наприклад, 23, обов'язково має принаймні два дільники — число 1 і саме число (23), до того ж, 1 — найменший дільник, саме число (23) — найбільший.

Прочитайте



1. Знайти всі дільники числа 36.

• Щоб знайти всі дільники числа 36, ділитимемо його на натуральні числа, починаючи з 1: $36 : 1 = 36$; $36 : 2 = 18$; $36 : 3 = 12$; $36 : 4 = 9$; $36 : 5 = 7$ (ост. 1); $36 : 6 = 6$; $36 : 7 = 5$ (ост. 1); $36 : 8 = 4$ (ост. 4) і т. д.

Кількість ділень можна зменшити. Знайшовши один дільник, одразу можемо записати ще один, який є часткою від ділення числа 36 на цей дільник. Дільники зручно записати так:

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

Отже, дільниками числа 36 є: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. •

Усно



1. Чи правильно, що:





а) 9 — дільник числа 54; б) 8 — дільник числа 36; в) 44 — дільник числа 11?

- Рівність $16 \cdot 45 = 720$ є правильною. Які з трьох чисел 16, 45, 720 є дільниками інших із цих чисел?
- Назвіть найбільший дільник числа 21 350; найменший дільник.





Рівень А

Перевірте, чи буде перше число дільником другого:

-  а) 18 і 450; б) 126 і 5166; в) 7 і 25 108.
-  а) 23 і 759; б) 245 і 5885; в) 6 і 10326.
- Які з чисел 2, 4, 12, 15, 25, 30, 45, 120, 150 є дільниками числа 180?
-  Які з чисел 3, 6, 10, 15, 20, 30, 35, 40, 110 є дільниками числа 210?
- Запишіть усі дільники чисел 12; 23; 72.
-  Запишіть усі дільники чисел 24; 54; 56.
- Чи може продавець дати здачу 2 грн. 45 к. монетами по 25 к.?
- Жителі острова поділили між собою 48 зібраних кокосових горіхів порівну. Скільки жителів може бути на острові?



Рівень Б

- Знайдіть найменше число, дільниками якого є числа:
а) 3, 5 і 7; б) 3, 12 і 14.
- Запишіть чотири найменших числа, дільниками яких є числа 4 і 10.
-  Запишіть чотири найменших числа, дільниками яких є числа 6 і 9.
- Запишіть усі трицифрові числа, менші від 500, для яких число 75 є дільником.
-  Запишіть усі трицифрові числа, менші від 500, для яких число 50 є дільником.
- Знайдіть усі дільники числа, яке дорівнює добутку $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.
- Знайдіть такі два числа, щоб при множенні першого на 9, а другого — на 15 одержати рівні добутки.

19. *Задача-жарт.* Багатоголовий змії знає 105 слів, до того ж, кожна голова знає однакову кількість слів і різні голови не знають одного і того ж слова. Скільки голів у змії, якщо їх більше, ніж 10, але менше, ніж 20? Яку найменшу кількість голів потрібно задіяти змієві, щоб вимовити 40 різних відомих йому слів?



- Яку найбільшу кількість мішків із цукром масою по 70 кг можна навантажити на автомобіль вантажністю 3 т?
- 21*. Доберіть такі три числа, які мають лише три дільники. Яку закономірність можна помітити?
- 22*. Доберіть такі три числа, які мають лише чотири дільники.

Здогадайтеся



23. Розділіть 5 яблук, що є в корзині, між п'ятьма друзями так, щоб кожен одержав по яблуку й одне яблуко залишилося в корзині.

Вправи для повторення



24. Фермер зібрав 8,5 ц яблук першого сорту, що становить 0,4 маси всіх зібраних яблук. Скільки центнерів яблук зібрав фермер?
25. Клієнт поклав гроші до банку під 14% річних. Через рік сума вкладу становила 3420 грн. Яку суму клієнт поклав до банку?
26. Виділіть цілу та дробову частини неправильних дробів:

а) $\frac{19}{5}$; $\frac{26}{6}$; $\frac{121}{40}$; $\frac{2301}{37}$; $\frac{1656}{9}$; б) $\frac{9}{4}$; $\frac{18}{11}$; $\frac{54}{6}$; $\frac{417}{10}$; $\frac{3517}{31}$.

2. Ознаки подільності на 2, 5 і 10

Як відомо з п'ятого класу, щоб помножити натуральне число на 10, потрібно до запису цього числа дописати праворуч один нуль, наприклад, $137 \cdot 10 = 1370$. Оскільки 10 є дільником числа 1370, то число 1370 ділиться на 10. Загалом, на 10 діляться усі числа, запис яких закінчується цифрою 0.

Число, запис якого не закінчується цифрою 0, наприклад, 457, на 10 не ділиться.



Натуральне число, запис якого закінчується цифрою 0, ділиться на 10.

Натуральне число, запис якого не закінчується цифрою 0, не ділиться на 10.

Це правило називають *ознакою подільності на 10*.

Знайдемо ознаку подільності на 5. Для цього поділимо на 5 деякі числа, наприклад, 19, 82, 140, 245, 344, 515, 630, 1027.

Запишемо до першого стовпчика ті числа, які діляться на 5, а до другого — ті, які не діляться на 5.

140	19
245	82
515	344
630	1027

Яку ви помітили особливість чисел, які діляться на 5; не діляться на 5?



Натуральне число, запис якого закінчується цифрою 0 або 5, ділиться на 5.

Натуральне число, запис якого закінчується цифрою, відмінною від 0 або 5, не ділиться на 5.

Числа, що діляться на 2, називають *парними*, а числа, що на 2 не діляться, — *непарними*. Наприклад, 24 — число парне, оскільки воно ділиться на 2, а число 25 — непарне, бо воно не ділиться на 2.

Одноцифрові числа 0, 2, 4, 6, 8 є парними, а числа 1, 3, 5, 7, 9 — непарними.

Запис кожного числа, що ділиться на 2, закінчується одноцифровим парним числом. Якщо запис числа закінчується одноцифровим непарним числом, то воно не ділиться на 2.



Натуральне число, запис якого закінчується одноцифровим парним числом, ділиться на 2.

Натуральне число, запис якого закінчується одноцифровим непарним числом, не ділиться на 2.

Для тих, хто хоче знати більше



Знаючи останню цифру в записі натурального числа, можна встановити, чи ділиться воно на 2, 5 чи 10.

Знаючи дві останні цифри в записі натурального числа, можна відповісти на запитання, чи ділиться число на 4, на 25. А саме:

Натуральне число ділиться на 4, якщо число, утворене двома його останніми цифрами, ділиться на 4.

Натуральне число не ділиться на 4, якщо число, утворене двома його останніми цифрами, не ділиться на 4.

Натуральне число ділиться на 25, якщо число, утворене двома його останніми цифрами, ділиться на 25.

Натуральне число не ділиться на 25, якщо число, утворене двома його останніми цифрами, не ділиться на 25.

Наприклад:

14 536 ділиться на 4, оскільки двома його останніми цифрами записане число 36, яке ділиться на 4;

57 375 ділиться на 25, оскільки 75 ділиться на 25;

28 426 не ділиться на 4, оскільки 26 не ділиться на 4;

438 635 не ділиться на 25, оскільки 35 не ділиться на 25.

Усно



27. Гра «Дотиши цифру».

Перший гравець записує найменше натуральне число, що ділиться на 2, другий дописує до нього праворуч таку цифру, відмінну від попередньої, щоб отримане число ділилося на 2, і називає це число, третій дописує до утвореного числа таку цифру, відмінну від попередніх, щоб отримане число знову ділилося на 2, і т. д.

28. Серед чисел 93, 105, 172, 308, 400, 1511, 2005, 31 510, 113 575, 5 347 300 назвіть ті, що діляться на 2; на 5; на 10.

29. Гра «Гоп».

Ведучий називає число. Якщо воно ділиться на 2, 5 або 10, то учасник, на якого вказує ведучий, каже «гоп». Якщо число не ділиться на жодне із чисел 2, 5 або 10, то учасник гри мовчить. Той, хто помилився, вибуває з гри.

30. Які з чисел 9, 12, 42, 97, 156, 789, 1246 є парними; непарними?

31. Чи правильне твердження:
- а) якщо число ділиться на 10, то воно ділиться і на 2, і на 5;
 - б) якщо число ділиться на 5, то воно ділиться на 10;
 - в) якщо число ділиться на 2 і на 5, то воно ділиться на 10?



Рівень А

32. Запишіть по два тризначні числа, які:
- а) діляться на 2;
 - б) діляться на 5;
 - в) діляться на 10;
 - г) діляться на 2, але не діляться на 5;
 - д) діляться на 5, але не діляться на 10;
 - е) діляться і на 2, і на 5.



33. Із чисел 34, 150, 727, 864, 8800, 1000, 3205, 23 158, 753 435 випишіть ті, які діляться на 2; на 5; на 10.

34. Допишіть праворуч до числа 28 таку цифру, щоб утворене число ділилося на 2; на 5; на 10.



35. Замість зірочки запишіть таку цифру, щоб число $127*$ було парним; непарним; ділилося на 5; на 10.

36. Чи ділиться добуток $518\,375 \cdot 436\,833 \cdot 385\,144$ на 2; на 5; на 10?



37. Чи ділиться сума $2126 + 3578 + 731$ на 2; на 5; на 10?

38. Використовуючи цифри 0, 1, 4, 5, 7, запишіть шість чотирицифрових чисел, кожне з яких не містить однакових цифр і два з яких діляться на 2, два — на 5, два — на 10.



39. Використовуючи цифри 0, 2, 6, 9, запишіть три чотирицифрових числа, кожне з яких не містить однакових цифр і перше з яких ділиться на 2, друге — на 5, третє — на 10.



Рівень Б

40. Використовуючи кожен з цифр один раз, запишіть найменше натуральне число, яке ділиться на 2; на 5; на 10.



41. Використовуючи кожен з цифр один раз, запишіть найбільше натуральне число, яке:

- а) ділиться на 2, але не ділиться на 10;
- б) ділиться на 5, але не ділиться на 2.

42. Запишіть найменше чотирицифрове число, яке ділиться на 10 і сума цифр якого дорівнює 10.



43. Запишіть найбільше чотирицифрове число, яке ділиться на 10 і сума цифр якого дорівнює 11.

44. Випишіть усі натуральні числа, розміщені між числами 179 і 205, які діляться на 2, але не діляться на 5.

45. Дано ряд чисел 1, 2, 3, ..., 99, 100. Скільки серед них є парних і скільки непарних? Скільки чисел ділиться на 5 і скільки на 10?

46*. Із записаних в ряд чисел від 1 до 193 Наталя викреслила всі числа, що діляться на 2, але не діляться на 5, а Марійка — всі числа, що діляться на 5, але не діляться на 2. Скільки чисел залишилося?



47. Сергій купив п'ять однакових зошитів. Продавець сказав, що Сергій повинен заплатити 3 грн. 48 к. Чи не помилився продавець?

48. Поділивши деяке число на 5, в остачі одержали 4. Якою цифрою може закінчуватися це число?

49*. Які з чисел 148, 275, 400, 12 296, 43 150, 85 225, 90 000 діляться на 4; на 25?

50*. Використовуючи цифри 0, 2, 5, 7, 8 не більше одного разу, запишіть чотирицифрове число, що ділиться на 4; на 25.



51*. Використовуючи цифри 0, 3, 5, 6, 9 не більше одного разу, запишіть п'ятицифрове число, що ділиться на 4; на 25.

52*. Чи ділиться число, запис якого складається зі 100 двійок, на 2; на 4?

Здогадайтеся



53. Було 6 аркушів паперу. Кожен з них розрізали на 6 частин, потім деякі з одержаних частин знову розрізали на 6 частин. Коли порахували загальну кількість, то виявилось, що є 2004 частини. Доведіть, що рахунок виконали неправильно.

Вправи для повторення



54. Олег заплатив за книжку втричі більше, ніж за альбом. Після цієї покупки із 5 грн. 30 к. у нього залишилось 50 к. Скільки коштує книжка і скільки альбом?

55. а) Задумали число. Якщо його збільшити у 8 разів і одержаний результат зменшити на 6,7, то вийде 14,5. Яке число задумали?

б) Задумали число. Якщо його зменшити на 7,6 і одержаний результат збільшити в 4 рази, то вийде 8,8. Яке число задумали?

56. Виконайте дії:

а) $45\,019 - 10\,045 : (50\,008 - 49\,871 + 68) \cdot 103$;

б) $(73,25 - 54,17) : 0,04 + 709,3$.

3. Ознаки подільності на 9 і на 3

Знайдемо ознаку подільності на 9. Для цього поділимо на 9 деякі числа, наприклад, 288, 361, 441, 814, 917, 8919.

Запишемо до першого стовпчика ті числа, що діляться на 9, а до другого ті, що не діляться на 9.

288	361
441	814
8919	917

Яку ви помітили особливість чисел, що діляться на 9; не діляться на 9?

Користайтесь такою підказкою: знайдіть суму цифр кожного із цих чисел.

288	$2 + 8 + 8 = 18$
441	$4 + 4 + 1 = 9$
8919	$8 + 9 + 1 + 9 = 27$

361	$3 + 6 + 1 = 10$
814	$8 + 1 + 4 = 13$
917	$9 + 1 + 7 = 17$

Яку властивість має сума цифр тих чисел, які діляться на 9?

Яку властивість має сума цифр тих чисел, які не діляться на 9?



Натуральне число ділиться на 9, якщо сума його цифр ділиться на 9.

Натуральне число не ділиться на 9, якщо сума його цифр не ділиться на 9.

Ознака подільності на 3 аналогічна до ознаки подільності на 9.



Натуральне число ділиться на 3, якщо сума його цифр ділиться на 3.

Натуральне число не ділиться на 3, якщо сума його цифр не ділиться на 3.

Для тих, хто хоче знати більше



Ознака подільності на 9, наприклад, для числа 468, впливає з таких перетворень:

$$\begin{aligned}468 &= 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8 = 4 \cdot (99 + 1) + 6 \cdot (9 + 1) + 8 = \\ &= 4 \cdot 99 + 4 + 6 \cdot 9 + 6 + 8 = (4 \cdot 99 + 6 \cdot 9) + (4 + 6 + 8).\end{aligned}$$

Число $4 \cdot 99 + 6 \cdot 9 = 4 \cdot 11 \cdot 9 + 6 \cdot 9 = (4 \cdot 11 + 6) \cdot 9$ ділиться на 9. Сума $4 + 6 + 8$ є сумою цифр числа 468. Якщо вона поділиться на 9, то й число 468 поділиться на 9. Оскільки сума $4 + 6 + 8 = 18$ ділиться на 9, то й число 468 ділиться на 9.

Прочитайте



- Праворуч до числа 1043 дописати таку цифру, щоб одержане число ділилося на 3.
 - Сума цифр числа 1043 дорівнює $1 + 0 + 4 + 3 = 8$. Дописуючи одну цифру, можна одержати числа із сумами цифр від 8 (коли допишемо 0) до 17 (коли допишемо 9). Ділитися на 3 будуть числа із сумою цифр 9, 12, 15. Щоб одержати такі суми, потрібно дописати цифри 1, 4, 7. Отримаємо три числа 10 431, 10 434, 10 437, які діляться на 3. •

Усно



- Які з чисел 435, 44 001, 111 001 діляться на 3; на 9?
- Назвіть трицифрове число, яке ділиться на 3; на 9. Відповідь обґрунтуйте.
- Гра «Гоп». Ведучий називає двоцифрове число. Якщо воно ділиться на 3, то учасник, на якого вказує ведучий, каже «гоп». Якщо число не ділиться на 3, то учасник гри мовчить. Той, хто помилився, вибуває з гри.
- Чи правильне твердження:
 - якщо число ділиться на 9, то воно ділиться на 3;
 - якщо число ділиться на 3, то воно ділиться на 9?

Рівень А



- Із чисел 141, 576, 12 805, 77 124, 39 645 випишіть ті, які
 - діляться на 3;
 - не діляться на 3;
 - діляться на 9;
 - діляться на 3, але не діляться на 9.



Із чисел 486, 25 620, 43 849, 153 990 випишіть ті, які діляться на 3; на 9; на 3 і на 2; на 3 і на 5; на 9 і на 5; на 9 і на 10.

63. Не виконуючи ділення, встановіть, чи мають натуральні корені рівняння:

а) $3x = 489$;

б) $9x = 489$.

64. До даного числа допишіть праворуч таку цифру, щоб утворене число ділилося на 3; на 9:

а) 12;

б) 322;

в) 4485.



До даного числа ліворуч допишіть таку цифру, щоб утворене число ділилося на 3; на 9:

а) 34;

б) 333;

в) 8741.

66. Запис числа складається із 60 одиниць: 11...11. Чи ділиться воно на 3; на 9?



Рівень Б

67. Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться на 3; на 9.



68. Запишіть найменше трицифрове число, яке ділиться на 3; на 9.

69. Запишіть трицифрове число, кратне 9, використовуючи лише цифри:

а) 2, 4, 6, 8;

б) 0, 1, 2, 4, 8.

70. Поставте замість зірочок такі цифри, щоб число:

а) $2*3*$ ділилося на 3 і на 10;

б) $764**$ ділилося на 9 і на 10;

в) $*999*$ ділилося на 3 і на 5;

г) $9*90*$ ділилося на 9 і на 5.



Андрій стверджує, що коли у числі 828 468 переставили деякі цифри, то одержане нове число ділитиметься на 9, на 3 і на 2. Чи правий він?

72. Чому десятицифрове число, записане за допомогою всіх десяти цифр, ділиться і на 3, і на 9?

73. Яку цифру потрібно дописати праворуч до числа 31, щоб одержане трицифрове число ділилося на 15; на 6?

74. Праворуч і ліворуч до числа 10 потрібно дописати по одній цифрі так, щоб одержане число ділилося на 18. Зробіть це всіма можливими способами.

75. Оля задумала трицифрове число. Про нього вона лише повідомила: «Першою цифрою числа є 1, воно ділиться на 9 і 5, але не ділиться на 2». Яке число задумала Оля?



Трицифрове число, перша цифра якого 2, ділиться на 2, на 5 і на 9. Знайдіть це число.

77. Скільки існує натуральних чисел, менших від 160, які діляться на 2, але не діляться на 3?



Для кожного із чисел 241, 451, 2378 запишіть найближче число, яке ділиться на 9.

79. Оксана забула першу цифру коду замка *15421, але пам'ятає, що це число ділиться на 3. Скільки варіантів коду потрібно перевірити Оксані, щоб потрапити додому?



Здогадайтеся



80. Сергій знайшов добуток усіх чисел від 1 до 11 включно і записав результат на дошці. На перерві хтось випадково витер три цифри, і на дошці залишився запис $399 \cdot 68^{**}$. Не виконуючи множення повторно, відновіть витерті цифри.

Вправи для повторення



81. Поле площею 80 га засіяли соняшником і кукурудзою, до того ж, кукурудзою засіяли 36% поля. На скільки гектарів більше засіяли соняшником, ніж кукурудзою?
82. У сховищі було 8 т капусти. На консервний завод відправили 57% усієї капусти, а в магазини — 22%. Порівняйте масу капусти, що залишилася у сховищі, і масу капусти, відправленої в магазини. Котра із цих мас більша і на скільки тонн?
83. Виконайте дії:
а) $(376\ 002 - 83\ 304) : 207 + 10\ 003$; б) $(1617 - 1872 : 18) \cdot 103 - 9999$.

4. Прості й складені числа

Візьмемо кілька натуральних чисел і знайдемо усі їх дільники.

Числа	Дільники	Кількість дільників
1	1	1
2	1; 2	2
3	1; 3	2
4	1; 2; 4	3
12	1; 2; 3; 4; 6; 12	6
17	1; 17	2
21	1; 3; 7; 21	4
30	1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30	8

Бачимо, що числа мають різну кількість дільників.

Число 1 має найменше дільників — лише один. Числа 2, 3, 17 мають по два дільники: 1 і самого себе. Числа 4, 12, 21 і 30 мають більше, ніж два дільники.



Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два різні дільники: одиницю і саме це число. Число, яке має більше, ніж два дільники, називають складеним.

Отже, числа 2, 3, 17 — прості, а числа 4, 12, 21, 30 — складені. Число 1 не належить ні до простих, ні до складених.

Якщо число має дільник, відмінний від 1 і самого себе, то це число має більше, ніж два дільники, і тому воно є складеним. Число 12 475 — складене, бо має дільником, наприклад, число 5.

Найменшим простим числом є число 2. Найбільшого простого числа не існує. Усі прості числа, крім числа 2, є непарними.

Таблиця простих чисел, що не перевищують 997, вміщена на форзаці підручника.

Усно



84. Чи правильно, що:
- а) 31 — просте число; б) 51 — просте число;
в) 1 — просте число; г) 36 182 — складене число?
85. Доведіть, що числа 175 410, 368 136, 195 435, 111 111, 909 909 є складеними.
86. Чи є значення виразів $112 + 3148$, $103 \cdot 11$ та $14 + 3$ складеними числами?

87. Чи правильне твердження:
а) кожне парне число є складеним;
б) добуток двох простих чисел є складеним числом?



Рівень А

Скільки дільників мають числа? Випишіть спочатку прості числа, а потім складені:

88. 26; 41; 63; 72; 82; 91.



89. 14; 33; 37; 40; 43; 65.

Доведіть, що числа є складеними:

90. 541 701; 5929; 14 641.



91. 341 105; 43 681; 117 649.

Затишіть замість зірочки таку цифру, щоб утворилося складене число:

92. а) 317*; б) 1*23; в) 51*77.



93. а) 7*41; б) 418*; в) 18*96.

Рівень Б



94. Чи можна записати просте трицифрове число, використавши лише один раз кожну із цифр:
а) 2, 6, 8; б) 0, 0, 7; в) 1, 2, 3?

Простим чи складеним є число, записане за допомогою:

95. а) 11 двійок; б) 9 одиниць; в) усіх 10 цифр?



96. а) 7 п'ятірок; б) 7 трійок; в) 6 одиниць?

97. Чи правильне твердження:
а) добуток будь-яких двох натуральних чисел є складеним числом;
б) якщо натуральне число n ділиться на 3, то n — складене число;
в) якщо натуральне число n ділиться на 4, то n — складене число?

- 98*. Щоб перевірити, буде число 323 простим чи складеним, Миколка почав послідовно перевіряти, чи будуть числа 2, 3, 4, 5, 6, ... дільниками числа 323. Однак встановивши, що число 3 не є дільником числа 323, Миколка

відразу міг би сказати, що деякі наступні числа також не є дільниками числа 323. Які це числа?

- 99*. Число n просте, до того ж, $n > 2$. Чи буде наступне за ним число $n + 1$ простим?

Здогадайтеся



100. Перемноживши чотири простих послідовних числа, Наталя одержала в результаті число, остання цифра якого дорівнює нулю. Які числа вона перемножила і який результат одержала?

Цікаві розповіді

Решето Ератосфена



Історія математики знає імена вчених, які чимало працювали над складанням таблиць простих чисел. Перші такі спроби робилися ще у Стародавній Греції.

Для знаходження простих чисел давньогрецький учений Ератосфен (бл. 276 – бл. 194 р. до н. е.) запропонував певний спосіб. Він виписував усі числа від 1 до якогось числа a . Викреслював число 1, яке не є простим. Підкреслював число 2 і викреслював усі числа, які діляться на 2, тобто числа 4, 6, 8, Наступне незакреслене число 3 є простим. Ератосфен підкреслював це число і викреслював усі числа, які діляться на 3. Підкреслював наступне незакреслене число 5, яке є простим, і т. д. У такий спосіб серед чисел, що не перевищують a , можна «висіяти» всі прості числа.

Якщо «висіяти» всі прості числа, що не перевищують 30, то одержимо:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 — перші 10 простих чисел.

1	<u>2</u>	<u>3</u>	4	<u>5</u>	6	<u>7</u>	8	9	10
<u>11</u>	12	<u>13</u>	14	15	16	<u>17</u>	18	<u>19</u>	20
21	22	<u>23</u>	24	25	26	27	28	<u>29</u>	30

Метод Ератосфена «висіювання» простих чисел називають ще «решетом Ератосфена». Це пов'язано з тим, що давні греки писали на папірусах або табличках, покритих воском, і числа не викреслювали, а виколювали голкою, після чого папірус або табличка нагадували решето.

У 1603 році італійський математик П'єтро Котальді опублікував у Болоньї першу відому нам таблицю простих чисел, менших від 750. Пізніше математики просувалися все далі у глибини натурального ряду чисел, відкриваючи все нові й нові прості числа.

Уже в 1770 році німецький математик Іоан Генріх Ламберт (1728 – 1777) надрукував таблицю найменших дільників усіх чисел, менших від 102 000, які не діляться на 2, 3 і 5. Це була величезна робота. Недаремно ж, закликаючи вчених продовжити складання таблиці, Ламберт гарантував безсмертя тому, хто доведе таблицю дільників до 1 000 000.

У середині XIX століття у пресі з'явилися повідомлення, які здавалися абсолютно неймовірними: до Віденської академії наук надійшов рукопис празького математика Кулика, що містив таблицю дільників чисел, які не діляться 2, 3 і 5, яку вчений розширив до 100 мільйонів.

Редактор таблиць простих чисел Лемер відвідав Відень і пересвідчився, що в бібліотеці академії зберігається сім великих томів рукописних таблиць «Великий канон дільників усіх чисел, які не діляться на 2, 3 і 5, і простих чисел між ними до 100 330 201 Якуба Філіпа Кулика, публічного ординарного професора вищої математики у Празькому університеті».

Якуб Філіп Кулик (1793 – 1863) народився у Львові. Закінчивши місцеву гімназію, він вивчав філософію, право і математику в Львівському університеті, а з 1814 року працював професором математики ліцею. З 1826 року Кулик став професором вищої математики Празького університету. Чимало сил учений віддав розвитку культури, науки й освіти у рідному краї. Він подарував чимало книг галицьким гімназіям та Львівському університету. Кулик є автором багатьох наукових праць, але в історію математики він увійшов як неперевершений обчислювач і укладач математичних таблиць.

Вправи для повторення



101. Автомобіль мав подолати шлях між Львовом і Тернополем за 2 год. Якби він їхав зі швидкістю 60 км/год, то запізнився б на 15 хв. Яка відстань між містами?
102. Мотоцикліст, пробувши в дорозі 1 год 30 хв, приїхав до міста Суми. Їхав він зі швидкістю 40 км/год. На скільки хвилин раніше прибув би до Сум мотоцикліст, якби він їхав зі швидкістю, на 10 км/год більшою?
103. Знайдіть площу квадрата зі стороною 3,6 см. Відповідь запишіть у квадратних дециметрах.
104. Знайдіть об'єм куба з ребром 11 дм. Відповідь запишіть у кубічних метрах.
105. Виконайте дії:
а) $3^2 - 2^3$; б) $(107 - 972 : 36)^2$; в) $1,03^2 - 0,03^2$.

5. Розкладання натуральних чисел на прості множники

Складене число 24 можна записати як добуток двох множників, наприклад, $24 = 6 \cdot 4$. Кажуть, що число 24 розкладено на два множники — 6 і 4. Числа 6 і 4 теж можна розкласти на множники: $6 = 3 \cdot 2$; $4 = 2 \cdot 2$. Тепер число 24 можна записати так: $24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. У добутку $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ всі множники є простими числами. Отже, число 24 розкладено на прості множники.

Розкласти число на прості множники означає записати його у вигляді добутку простих чисел. Кожне складене число можна розкласти на прості множники. Наприклад:

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7; \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2.$$

Розкладаючи числа на прості множники, можна знайти прості дільники цього числа. До того ж, варто використовувати ознаки подільності чисел. Щоб розкласти на множники великі числа, користуються спеціальною схемою.

Нехай потрібно розкласти на прості множники число 630. Записуємо це число і проводимо праворуч вертикальну риску. Найменшим простим дільником цього числа є 2; записуємо 2 праворуч від риски. Ділимо 630 на 2 і записуємо частку 315 ліворуч від риски під числом 630. Знаходимо тепер найменший простий дільник числа 315. Ним є число 3, записуємо його праворуч від риски. Ділимо 315 на 3, частку 105 записуємо ліворуч. Ділимо 105 на 3, отримуємо 35; 35 ділимо на 5, одержуємо 7. Число 7 просте, поділивши його на 7, маємо 1. Розклад закінчено.

$$\text{Отже, } 630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7.$$



Прочитайте

1. Знайти всі дільники числа 126.

- Розкладемо число 126 на прості множники:

126		2	
63		3	Дільниками числа 126 є: 1, прості числа 2, 3, 7 в одержаному розкладі та всі можливі добутки чисел 2, 3, 3, 7, тобто:
21		3	
7		7	
1			1; 2; 3; 7; 2·3; 2·7; 3·3; 3·7; 2·3·3; 2·3·7; 3·3·7; 2·3·3·7.

Отже, дільниками числа 126 є:

$$1; 2; 3; 7; 6; 14; 9; 21; 18; 42; 63; 126.$$

Запишемо всі дільники у порядку їх зростання:

$$1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63; 126. \bullet$$

Усно



106. Чи є розкладами на прості множники такі добутки:
 $2 \cdot 17$; $1 \cdot 7$; $2 \cdot 3 \cdot 25$; $2^3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 23$; $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 27$?
107. Розкладіть на прості множники числа: 4; 9; 10; 12; 50.

Рівень А



Розкладіть на прості множники числа:

108. а) 28, 35, 56, 64, 67; б) 120, 165, 459, 2000, 17 787.
109. а) 33, 36, 74, 91, 98; б) 250, 408, 576, 11 100, 78 720.



110. Чи ділиться число $n = 2^3 \cdot 3 \cdot 163$ на 2; на 6; на 12?
111. Чи ділиться число $n = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ на 5; на 6; на 16; на 35?
112. Знайдіть усі дільники числа n , якщо:

а) $n = 3 \cdot 7 \cdot 11$; б) $n = 2^2 \cdot 17$.

Знайдіть усі дільники чисел:

113. а) 42, 106, 110; б) 44, 54, 140.
114. а) 30, 154, 186; б) 45, 56, 242.



Рівень Б



115. Знайдіть усі дільники числа $n = 2^3 \cdot 41$.



116. Знайдіть усі дільники числа 3144.
117. Знайдіть усі двоцифрові числа, розклад яких на прості множники складається із двох однакових множників.
118. Знайдіть усі двоцифрові числа, розклад яких на прості множники складається з двох множників, одним з яких є 17.
- 119*. Замініть зірочку цифрою та знайдіть такі прості числа a, b, c , щоб була правильною рівність:
- а) $33^* = a \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$; б) $*02 = 3 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot c$.

Здогадайтеся



120. Дівчинку запитали: «Скільки грибів ти знайшла?». Вона відповіла: «Менше, ніж 100, і якби я розклала їх на купки або по 3, або по 4, або по 7 грибів, то в кожному випадку залишку не було б». Скільки грибів знайшла дівчинка?

Цікаві розповіді

Розташування простих чисел



Твердження про те, що кожне відмінне від 1 натуральне число можна записати у вигляді добутку простих множників і до того ж єдиним способом, якщо не брати до уваги порядок розміщення співмножників, є так званою основною теоремою арифметики — однієї з найдавніших математичних наук. (У перекладі з грецької мови «арифметика» — «мистецтво чисел».)

Відповідно до основної теореми арифметики прості числа є ніби цеглинами, з яких «будуються» натуральні числа. Цим і пояснюється увага до простих чисел з боку математиків усіх часів. Ще давньогрецький математик Евклід (бл. 365 – бл. 300 р. до н. е.) довів, що простих чисел є нескінченно багато, тому найбільшого простого числа не існує. Але ще й досі не з'ясовані закономірності розташування простих чисел у натуральному ряді.

Найталановитіші математики багатьох країн прагнули знайти закон розташування простих чисел.

У розв'язанні цього складного питання важливий результат одержав російський учений, академік Пафнутій Львович Чебишев (1821 – 1894). Він довів, що між будь-яким натуральним числом, яке більше від 1, і його подвоєнням завжди міститься хоча б одне просте число.

Про властивості простих чисел висловлено чимало цікавих гіпотез. Серед них найцікавішою є гіпотеза члена Петербурзької Академії Наук Христіана Гольдбаха (1690 – 1764), яка формулюється так: будь-яке натуральне число, більше від п'яти, є сумою трьох простих чисел.

Властивості простих чисел можна наочно уявити так:

а) уявімо прямолінійний дріт, що виходить із кімнати у світовий простір, проходить повз Місяць і далі за вогняну кулю Сонця — у світову нескінченність;

б) уявно підвісимо на ньому через кожен метр електричні лампочки і занумеруймо їх натуральними числами;

в) уявно увімкнемо світло з таким розрахунком, щоб засвітилися лампочки, номери яких є простими числами;

г) уявно полетимо уздовж цього дроту.

Перед нами розгорнеться така картина.

1. Лампочка за номером 1 не світиться, оскільки одиниця не є простим числом.

2. Дві наступні лампочки за номерами 2 і 3 світяться, оскільки числа 2 і 3 — прості. Більше таких лампочок, які є сусідніми та світяться, не побачимо.

3. Спостерігатимемо пари лампочок, що світяться, які відповідають числам-близнюкам (3 і 5, 5 і 7, 11 і 13 тощо). Найбільшою із відомих пар чисел-близнюків є 10 999 949 і 10 999 951.

4. Що далі летітимемо, то ставатиме темніше, бо рідше світитимуться лампочки. А ось настав чималий проміжок темноти. Але ми згадуємо властивість простих чисел, відкриту Евклідом, і сміливо рухаємося уперед, оскільки знаємо, що попереду ще обов'язково є лампочки, які світяться, і їх чимало.

5. Знову довго летимо, а попереду та позаду — темінь. Згадуємо властивість простих чисел, доведену Чебишевим, і прямуємо далі, впевнені в тому, що, пролетівши шлях, не більший від того, що пролетіли, ми обов'язково побачимо світло.

Вправи для повторення



121. Виконайте дії:

а) $0,2 \cdot 0,35 + 1,2 \cdot 0,35 + 2,2 \cdot 0,35 + 3,2 \cdot 0,35 + 4,2 \cdot 0,35$;

б) $(1705 : 100 - 205 : 100)^2$; в) $(135 \cdot 50 - 80 \cdot 50) : 10\,000$.

122. Автомобіль проїхав 178 км за 3 год. За перші дві години він проїхав 121 км, а за дві останні — 118 км. Скільки кілометрів проїхав автомобіль за другу годину?

123. З міста *A* до міста *B*, відстань між якими 140 км, вирушив вантажний автомобіль зі швидкістю 56 км/год. Коли він проїхав 28 км, услід за ним вирушив легковий автомобіль. Знайдіть швидкість легкового автомобіля, якщо до міста *B* обидва автомобілі прибули одночасно.

6. Найбільший спільний дільник

Випишіть усі дільники чисел 18 і 24 і підкресліть їх спільні дільники.

число 18	дільники: <u>1</u> , <u>2</u> , <u>3</u> , <u>6</u> , 9, 18
число 24	дільники: <u>1</u> , <u>2</u> , <u>3</u> , 4, <u>6</u> , 8, 12, 24

Спільними дільниками (вони підкреслені) чисел 18 і 24 є числа 1, 2, 3, 6, найбільшим з них є 6. Число 6 є найбільшим натуральним числом, на яке діляться і 18, і 24.



Найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з даних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Отже, найбільшим спільним дільником чисел 18 і 24 є число 6. Це скорочено записують так: $\text{НСД}(18; 24) = 6$.

У розглянутому прикладі ми легко знайшли найбільший спільний дільник чисел, записавши всі дільники кожного з них. Якщо числа великі й мають багато дільників, то знаходження найбільшого спільного дільника цим способом доволі громіздким.

Розглянемо ще один спосіб знаходження найбільшого спільного дільника, взявши числа 210 і 294. Розкладемо кожне із цих чисел на прості множники:

$$210 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5 \cdot \underline{7}; \quad 294 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7} \cdot 7.$$

Підкреслимо всі спільні прості множники в розкладах даних чисел: 2, 3, 7. Числа 210 і 294 діляться на кожне із чисел 2, 3, 7 і на їх добуток: $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Число 42 є найбільшим спільним дільником чисел 210 і 294:

$$\text{НСД}(210; 294) = 42.$$

210		2	294		2
105		3	147		3
35		5	49		7
7		7	7		7
1			1		

Назвіть послідовність кроків у знаходженні НСД двох чисел.

Для знаходження найбільшого спільного дільника двох чисел можна розкласти ці числа на прості множники і знайти добуток їх спільних множників.

За таким правилом можна знаходити найбільший спільний дільник трьох і більше чисел. Знайдемо, наприклад, найбільший спільний дільник чисел 45, 75 і 90. Розкладемо ці числа на прості множники і підкреслимо спільні для усіх чисел множники:

$$45 = \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5};$$

$$75 = \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot 5;$$

$$90 = 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}.$$

Отже, $\text{НСД}(45; 75; 90) = 3 \cdot 5 = 15$.

Якщо серед даних чисел є число, на яке діляться інші з даних чисел, то це число є найбільшим спільним дільником даних чисел. Наприклад:

$$\text{НСД}(3; 6) = 3; \quad \text{НСД}(4; 16; 20) = 4.$$

Два числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називають *взаємно простими числами*. Наприклад, числа 16 і 27 є взаємно простими, бо їх найбільшим спільним дільником є 1.

Взаємно прості числа взагалі мають лише один спільний дільник — число 1. Тому якщо два числа мають спільний дільник, відмінний від 1, то вони не взаємно прості. Наприклад, числа 18 і 45 не є взаємно простими, бо мають спільний дільник 3.

Прочитайте



1. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 24 волошок і 32 ромашок, використавши всі квіти?

• 3 даних квітів можна, наприклад, скласти 2 букети, у кожному з яких буде 12 волошок і 16 ромашок. Не можна скласти три букети, бо 32 ромашки не можна розділити на 3 однакові частини. Можна скласти чотири однакові букети, бо і 24 волошки, і 32 ромашки можна розділити на 4 однакові частини. Очевидно, що для розв'язання задачі потрібно знайти найбільше число, на яке можна розділити 24 волошки і 32 ромашки, тобто знайти найбільший спільний дільник чисел 24 і 32. Оскільки $\text{НСД}(24; 32) = 8$, то найбільше можна скласти 8 однакових букетів. Кожний такий букет складатиметься із $24 : 8 = 3$ волошок і $32 : 8 = 4$ ромашок. •

Усно



124. Чи є число 3 спільним дільником чисел 27 і 45; 57 і 44?

125. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

а) 2 і 8;

б) 15 і 3;

в) 15 і 45;

г) 15 і 18;

д) 31 і 33;

е) 27 і 36.

126. Чи є взаємно простими числа 6 і 8; 6 і 9; 6 і 11?

127. Серед чисел 2, 9, 15 і 20 вкажіть усі пари взаємно простих чисел.

128. Назвіть кілька чисел, взаємно простих із числом 8; не взаємно простих із числом 8.

129. Чи може число, взаємно просте із числом 15, ділитися на 3; на 5?

130. Чи правильне твердження:
а) будь-які два парні числа не є взаємно простими;
б) будь-які два прості числа є взаємно простими?



Рівень А

131. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел m і n , якщо:
а) $m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$, $n = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$;
б) $m = 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 41$.

Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:

132. а) 12 і 8; б) 36 і 48; в) 50 і 175; г) 100 і 81;
д) 308 і 324; е) 210 і 330; є) 2, 6 і 18; ж) 24, 36 і 42.
133. а) 9 і 12; б) 48 і 72; в) 6 і 78; г) 12 і 35;
д) 130 і 78; е) 182 і 156; є) 6, 14 і 36; ж) 32, 64 і 96.

134. Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу:
а) $\frac{6}{15}$; б) $\frac{8}{27}$; в) $\frac{18}{132}$; г) $\frac{72}{96}$.

Чи є взаємно простими числа:

135. а) 3 і 1000; б) 49 і 240; в) 154 і 165; г) 14 332 і 8156?
136. а) 7 і 4000; б) 36 і 245; в) 187 і 230; г) 40 302 і 8001?

137. Запишіть усі числа, менші за 12 і взаємно прості із числом 12.

138. Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 8, у яких чисельник і знаменник є взаємно простими числами.

139. Запишіть усі неправильні дроби із чисельником 6, у яких чисельник і знаменник є взаємно простими числами.



Рівень Б

140. Знайдіть хоча б три значення a , за яких найбільшим спільним дільником чисел 18 і a є число 6.

141. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти із 48 цукерок і 36 яблук, якщо використати всі цукерки й усі яблука?

142. Прямокутний аркуш паперу завдовжки 56 см і завширшки 48 см потрібно розрізати без відходів на найменшу кількість рівних квадратів. Скільки квадратів одержимо?

143. Дерев'яний брусок завдовжки 48 см, завширшки 30 см і заввишки 24 см потрібно розрізати без відходів на найменшу кількість рівних кубів. Скільки кубів одержимо?



Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти з 90 мандаринів, 405 цукерок і 135 пряників, якщо потрібно використати всі мандарини, цукерки і пряники?

145. Між усіма учнями класу розділили порівну 58 зошитів у лінійку і 87 зошитів у клітинку. Скільки учнів у класі? Скільки зошитів у лінійку і скільки у клітинку отримав кожен учень?

146. У кімнаті завдовжки 625 см і завширшки 475 см вирішили викласти долівку однаковими декоративними плитками квадратної форми, не розрізуючи їх. Який найбільший можливий розмір такої плитки? Скільки плиток найбільшого розміру потрібно, щоб викласти ними долівку?

Здогадайтеся

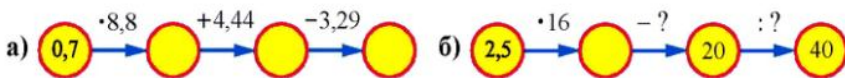


147. Як із 13 сірників завдовжки по 4,5 см скласти метр?

Вправи для повторення



148. Шлях завдовжки 210 км автомобіль проїхав в одному напрямі за 3 год, а у зворотному — за 4 год. Яка середня швидкість автомобіля за весь час руху?
149. За 3 год мотоцикліст проїхав 135 км, до того ж за першу годину він проїхав на 2 км більше, ніж за другу. Протягом третьої години мотоцикліст рухався зі швидкістю, яка дорівнює середній швидкості його руху за ці 3 год. Скільки кілометрів проїхав мотоцикліст за кожну годину?
150. Агроном підрахував, що із 32 га поля зібрали 352 т картоплі, а з решти 18 га — 207 т. Скільки картоплі зібрали в середньому з 1 га поля?
151. Розмістіть у порядку зростання числа: $11\frac{1}{4}$; 11,3; $11\frac{1}{5}$; 11,23.
152. Знайдіть пропущені числа.



7. Кратні натурального числа. Найменше спільне кратне

Числа 36, 72, 180 діляться на 18. Кажуть, що числа 36, 72, 180 *кратні* числу 18.



Будь-яке натуральне число, яке ділиться на дане натуральне число, називають кратним даному числу.

Усі числа, кратні числу 18, можна одержати, множачи число 18 послідовно на числа 1, 2, 3, 4, 5,

18, 36, 54, 72, 90, ... — числа, кратні 18.

Кожне натуральне число має безліч чисел, кратних йому, найменшим з яких є саме це число.

Затишіть числа, кратні 9, і числа, кратні 12, та підкресліть їх спільні кратні.

число 9 кратні: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...

число 12 кратні: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...

Спільними кратними чисел 9 і 12 є підкреслені числа 36, 72, Усі вони діляться на 9 і на 12. *Найменшим спільним кратним* є число 36.



Найменшим спільним кратним двох натуральних чисел називають найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел.

Те, що найменшим спільним кратним чисел 9 і 12 є число 36, скорочено записують так: $НСК(9; 12) = 36$.

Розкладемо числа 9, 12 і їх найменше спільне кратне 36 на прості множники:

$$9 = 3 \cdot 3; \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3.$$

Бачимо, що розклад числа 36 можна одержати, коли розклад числа 9 помножити на $2 \cdot 2$. Числа 2 і 2 — це такі множники з розкладу числа 12, яких немає в розкладі числа 9.

Назвіть послідовність кроків у знаходженні НСК двох чисел.

Щоб знайти найменше спільне кратне двох чисел, можна кожне з них розкласти на прості множники, і розклад одного з чисел помножити на ті множники другого числа, яких немає в розкладі першого.

Знайдемо найменше спільне кратне чисел 90 і 210.

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7;$$

$$\text{НСК}(90; 210) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 630.$$

Якщо одне із чисел ділиться на інше, то більше з них є найменшим спільним кратним цих чисел. Наприклад, $\text{НСК}(21; 63) = 63$.

Найменшим спільним кратним двох взаємно простих чисел є добуток цих чисел. Наприклад, $\text{НСК}(8; 9) = 72$.

Найменше спільне кратне можна знайти не тільки для двох, але й для трьох і більше чисел.

Наприклад, для чисел 12, 18, 24 маємо:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3; \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НСК}(12; 18; 24) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 72.$$

Прочитайте



1. Знайти найменше чотирицифрове число, кратне 27.

• 1000 — найменше чотирицифрове число. Поділимо його на 27: $1000 : 27 = 37$ (ост. 1).

$27 \cdot 38 = 1026$ — найменше чотирицифрове число, кратне 27. •

2. Крок батька дорівнює 72 см, а крок сина — 54 см. Знайти найменшу відстань, яку потрібно спільно пройти батькові та синові, щоб кожен з них зробив при цьому ціле число кроків.

• Шукана відстань у сантиметрах повинна виражатись таким найменшим числом, яке ділиться на 72 і на 54. Таким числом є найменше спільне кратне цих чисел. Знайдемо $\text{НСК}(54; 72)$:

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3; \quad 72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$\text{НСК}(54; 72) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 216.$$

Отже, шукана відстань дорівнює 216 см. На такій відстані батько зробить $216 : 72 = 3$ кроки, а син — $216 : 54 = 4$ кроки. •

3. Знайти найменше спільне кратне чисел 15 і 12.

• Знаходимо кратні більшого із чисел і перевіряємо, чи діляться вони на менше число: 15 не ділиться на 12; $15 \cdot 2 = 30$ — не ділиться на 12; $15 \cdot 3 = 45$ — не ділиться на 12; $15 \cdot 4 = 60$ — ділиться на 12. Отже, $\text{НСК}(15; 12) = 60$. •

Усно



153. Чи є число 45 спільним кратним чисел 9 і 15; 3 і 18?
154. Назвіть кілька спільних кратних чисел 4 і 5; 10 і 15.
155. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:
а) 2 і 3; 9 і 18; 20 і 15; 30 і 45;
б) 2, 3 і 5; 10, 15 і 20; 5, 10 і 15.

Рівень А



Перевірте, чи буде перше число кратним другому:

156. а) 342 і 19; б) 21 324 і 108; в) 9225 і 45.



- а) 492 і 41; б) 14 544 і 24; в) 4028 і 212.

158. Запишіть числа, менші від 150 і кратні числу 35.



- Запишіть два числа, більші ніж 100 і кратні числу 28.

160. Доведіть, що дані числа є взаємно простими, та знайдіть їх найменше спільне кратне:

- а) 8 і 9; б) 12 і 7; в) 4 і 25.

161. Знайдіть найменше спільне кратне чисел m і n , якщо:

- а) $m = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $n = 2 \cdot 3 \cdot 7$;
б) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$.



- Знайдіть найменше спільне кратне чисел m , n і k , якщо
 $m = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $n = 3 \cdot 3 \cdot 11$, $k = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

163. а) 9 і 24; б) 15 і 35; в) 48 і 60; г) 24 і 108;
д) 340 і 102; е) 444 і 296; є) 12, 18 і 42; ж) 360, 540 і 640.



- а) 12 і 16; б) 25 і 35; в) 80 і 60; г) 110 і 121;
д) 296 і 345; е) 186 і 248; є) 16, 24 і 36; ж) 340, 510 і 680.

165. Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

- а) $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{12}$ і $\frac{7}{18}$; в) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ і $\frac{1}{12}$.

Рівень Б



166. Знайдіть найбільше трицифрове число, кратне 29.



167. Знайдіть найменше чотирицифрове число, кратне 64.

168. Автомобіль вантажністю 3 т загрузили ящиками масою по 55 кг. Скільки ящиків загрузили, якщо їх загальна маса більша ніж 2,9 т?

169. Скільки є трицифрових чисел, кратних 37? Знайдіть з них ті, запис яких закінчується цифрою 8.

170. Скільки є трицифрових чисел, кратних 46? Знайдіть з них ті, запис яких закінчується цифрою 6.



171. Знайдіть усі трицифрові числа, кратні 43, запис яких закінчується цифрою 5.

172. Порівняйте добуток $a \cdot b$ з добутком $\text{НСД}(a; b) \cdot \text{НСК}(a; b)$, якщо: $a = 6$, $b = 8$; $a = 18$, $b = 24$.

173. Маленька коробка вміщує 12 олівців, а велика — 30. Знайдіть найменшу кількість олівців, які можна запакувати як лише в малі, так і лише у великі коробки.



174. Яке найменше число метрів тканини повинно бути у сувої, щоб її можна було продати відрізами лише по 3 м або лише по 4 м?

175. Рейс автобуса одного маршруту триває 48 хв, а іншого — 56 хв. Уперше ці автобуси одночасно вирушили зі спільної кінцевої зупинки о 6-й годині. О котрій годині вони вдруге одночасно вирушать із цієї зупинки?



176. Відрізок AB можна поділити на рівні відрізки завдовжки 42 мм, 63 мм та 84 мм. Яку найменшу довжину може мати відрізок AB ?

177. Три теплоходи здійснюють різні туристичні круїзи. Один круїз триває 12, другий — 9, третій — 18 діб. Повернувшись у порт, теплоходи наступного дня вирушають у новий круїз. 1 травня всі три теплоходи вийшли з порту за своїми маршрутами. Доведіть, що протягом травня всі три теплоходи не зустрінуться в порту одночасно.

178. На промені від його початку O послідовно відклали 7 відрізків завдовжки 15 см, а потім знову від точки O — 7 відрізків завдовжки 18 см. Чи мають відрізки завдовжки 15 см і відрізки завдовжки 18 см спільні кінці, відмінні від точки O ?

Запитання для самоперевірки і повторення

1. Яке число називають дільником даного числа? Наведіть приклад.
2. Сформулюйте ознаку подільності на 10; на 5; на 2; на 9; на 3.
3. Чим відрізняється складене число від простого?
4. Які числа називають взаємно простими?
5. Що називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
6. Як знайти найбільший спільний дільник кількох чисел?
7. Яке число називають кратним даному числу? Наведіть приклад.
8. Що називають найменшим спільним кратним двох чисел?
9. Як знайти найменше спільне кратне кількох чисел?

Завдання для повторення § 1

183. Знайдіть усі дільники чисел 28; 38; 172.
184. Із чисел 117, 181, 195, 288, 600, 1512, 2055, 23 110, 413 775 випишіть ті, що діляться на 2; на 3; на 5; на 9; на 10.
185. Поставте замість зірочок такі цифри, щоб число:
а) $*43*$ ділилось на 3 і на 10; б) $723**$ ділилось на 9 і на 10.
186. Скільки дільників мають числа 1; 2; 29; 42; 61; 102; 121? Випишіть спочатку прості числа, а потім складені.
187. Розкладіть на прості множники числа 22; 32; 51; 126; 400; 7429.
188. Чи є взаємно простими числа:
а) 15 і 102; б) 42 і 25; в) 101 і 265; г) 1200 і 2401?
189. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
а) 2 і 28; б) 33 і 132; в) 36 і 162;
г) 102 і 81; д) 4, 6 і 16; е) 42, 70 і 112.
190. Знайдіть найменше спільне кратне чисел:
а) 8 і 24; б) 12 і 52; в) 45 і 105;
г) 64 і 96; д) 15, 35 і 45; е) 160, 240 і 400.
191. Потрібно розділити на групи 54 шестикласники і 45 п'ятикласників так, щоб в усіх групах була однакова кількість шестикласників і однакова кількість п'ятикласників. Яку найменшу кількість учнів може мати одна така група?
192. Якої найменшої довжини повинна бути труба, щоб її можна було розрізати на рівні частини завдовжки 240 см і на рівні частини завдовжки 360 см?

193. Учні шостого класу, в якому навчається більше, ніж 20 школярів, купили разом 203 зошити, до того ж, кожен учень купив однакову кількість зошитів. Скільки у класі учнів і скільки зошитів купив кожен учень?
194. Яке найменше число при діленні на 2 дає остачу 1, при діленні на 3 — остачу 2, при діленні на 4 — остачу 3, при діленні на 5 — остачу 4, при діленні на 6 — остачу 5 і ділиться на 7?

Завдання для самоперевірки

І рівень

1. Дільником числа 48 є:
а) 5; б) 7; в) 12; г) 18.
2. На 5 ділиться число:
а) 552; б) 150; в) 541; г) 359.
3. На 9 ділиться число:
а) 119; б) 189; в) 971; г) 475.
4. Спільним дільником чисел 42 і 63 є:
а) 27; б) 9; в) 6; г) 7.
5. Найбільшим спільним дільником чисел 42 і 63 є:
а) 9; б) 7; в) 21; г) 3.
6. Найменшим спільним кратним чисел 28 і 35 є:
а) 70; б) 140; в) 175; г) 280.

II рівень

7. Знайдіть найбільший спільний дільник чисел 28 і 42.
8. Знайдіть найменше спільне кратне чисел 35 і 56.
9. Поставте замість зірочок такі цифри, щоб число 532** ділилося на 2 і на 3.

III рівень

10. Чи є взаємно простими числа 245 і 500; 17 і 355; 111 і 252?
11. Використовуючи цифри 0, 2, 3, 7, 8 не більше одного разу, запишіть чотирицифрове число, яке ділилося б на 3 і на 5.
12. Якої найменшої довжини повинна бути дошка, щоб її можна було розрізати без залишків на рівні частини завдовжки як 72 см, так і 96 см?

IV рівень

13. Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 16, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.
14. Замініть зірочку такою цифрою та знайдіть таке число a , щоб була правильною рівність $280* = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot a$.
15. У магазині є ножі та виделки загальною кількістю від 320 до 400 штук. Якщо їх рахувати десятками, то буде ціле число десятків, якщо рахувати дюжинами (по 12), то буде ціле число дюжин. Скільки в магазині виделок і скільки ножів, якщо ножів на 160 менше, ніж виделок?

Розділ II. Звичайні дроби

§2. Додавання і віднімання звичайних дробів

У цьому параграфі ви знайдете відповіді на такі запитання:



1. Чи правильна рівність $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$?

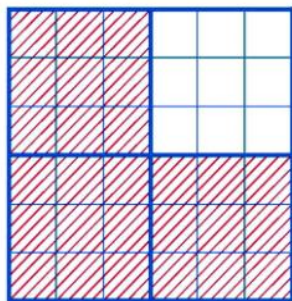
2. Як додати дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{2}{3}$?

3. Як від дробу $\frac{3}{4}$ відняти дріб $\frac{2}{3}$?

§ 2. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

8. Основна властивість дробу

Поділимо квадрат зі стороною 1 дм на 4 рівні частини і 3 з них заштрихуємо (рис. 1). Оскільки площа даного квадрата дорівнює 1 дм^2 , то площа заштрихованої частини — $\frac{3}{4} \text{ дм}^2$. Кожен із чотирьох квадратів, що утворилися, поділимо ще на 9 рівних квадратів. Тоді даний квадрат буде поділено на $4 \cdot 9 = 36$ малих квадратів, з яких $3 \cdot 9 = 27$ будуть заштрихованими. Тепер площа заштрихованої частини дорівнює $\frac{27}{36} \text{ дм}^2$.



1 дм²

Рис. 1

$$\text{Тому } \frac{3}{4} \text{ дм}^2 = \frac{27}{36} \text{ дм}^2, \text{ звідки } \frac{3}{4} = \frac{27}{36}.$$

Чисельник і знаменник дробу $\frac{27}{36}$ можна одержати, помноживши чисельник і знаменник дробу $\frac{3}{4}$ на 9:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}.$$

Яку властивість дробу виражає ця рівність?

Якщо поділимо чисельник і знаменник дробу $\frac{27}{36}$ на 9, то одержимо дріб

$\frac{3}{4}$, який дорівнює дробу $\frac{27}{36}$:

$$\frac{27}{36} = \frac{27:9}{36:9} = \frac{3}{4}.$$

Яку властивість дробу виражає ця рівність?



Отже, **якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме натуральне число, то одержимо дріб, що дорівнює даному.**

Цю властивість називають *основною властивістю дробу*.

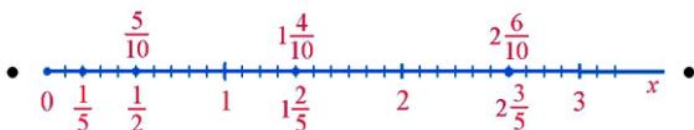
$$\text{Наприклад: } \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}; \quad \frac{14}{21} = \frac{14:7}{21:7} = \frac{2}{3}.$$

З рівності $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$ випливає, що дроби $\frac{3}{5}$ і $\frac{12}{20}$ є різними записами одного й того ж числа.

Прочитайте



1. На числовому промені зобразити числа: $\frac{1}{5}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{1}{2}$; $1\frac{2}{5}$; $1\frac{4}{10}$; $2\frac{6}{10}$; $2\frac{3}{5}$.



Усно



195. Обґрунтуйте рівності: $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$; $\frac{2}{5} = \frac{20}{50}$.
196. Чи правильні рівності: $\frac{3}{7} = \frac{9}{28}$; $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$; $\frac{2}{5} = \frac{10}{50}$; $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$? Відповіді обґрунтуйте.
197. Назвіть кілька дробів, що дорівнюють дробу $\frac{2}{5}$.
198. Назвіть дроби, що дорівнюють дробу $\frac{12}{18}$, знаменники яких менші від 18.
199. Поясніть рівність дробів спочатку за допомогою рисунка 2, а потім за допомогою основної властивості дробу:



а) $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$;



б) $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$;



в) $\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$;



г) $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$.

Рис. 2

Рівень А



200. Помножте чисельник і знаменник кожного дробу на 4 й запишіть відповідні рівності: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{4}{1}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{10}{7}$.

201. Поділіть чисельник і знаменник кожного дробу на 5 і запишіть відповідні рівності: $\frac{15}{25}$; $\frac{50}{60}$; $\frac{10}{35}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{25}{40}$; $\frac{30}{25}$.



Чисельники та знаменники дробів $\frac{2}{3}$; $\frac{12}{17}$; $\frac{37}{44}$ помножте на 6, а чисельники та знаменники дробів $\frac{18}{42}$; $\frac{72}{84}$; $\frac{96}{144}$ поділіть на 6. Запишіть відповідні рівності.

203. Запишіть чотири дробу, що дорівнюють дробу $\frac{12}{36}$, знаменники яких менші від знаменника даного дробу.



Запишіть три дробу, які дорівнюють дробу $\frac{4}{10}$.

Замініть x таким числом, щоб була правильною рівність:

205. а) $\frac{5}{7} = \frac{10}{x}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{x}{16}$; в) $\frac{x}{5} = \frac{16}{20}$; г) $\frac{18}{24} = \frac{x}{8}$.



а) $\frac{5}{6} = \frac{x}{30}$; б) $\frac{30}{x} = \frac{10}{11}$; в) $\frac{21}{49} = \frac{3}{x}$; г) $\frac{x}{56} = \frac{2}{7}$.

207. Поділіть чисельник і знаменник дробу $\frac{24}{32}$ на НСД чисельника і знаменника й запишіть відповідну рівність.

208. Накресліть відрізок завдовжки 4 см. Знайдіть у міліметрах $\frac{2}{5}$ довжини цього відрізка; $\frac{4}{10}$ його довжини. Зробіть висновок.



Маса кавуна дорівнює 3 кг 200 г. Знайдіть у грамах $\frac{1}{4}$ маси кавуна; $\frac{2}{8}$ його маси. Порівняйте ці маси.

Рівень Б



Зобразіть на координатному промені числа:

210. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8}; 2\frac{3}{4}; 2\frac{6}{8}$.



211. $\frac{2}{5}; \frac{4}{10}; \frac{8}{10}; 1\frac{3}{5}; 1\frac{6}{10}$.

212. Скільки міститься:

- а) десятих в $\frac{1}{2}$; б) дев'ятих в $\frac{1}{3}$; в) двадцятих у $\frac{3}{5}$;
г) шостих у $\frac{4}{12}$; д) сотих в $\frac{1}{5}$; е) четвертих у $\frac{8}{32}$?

Замініть x таким числом, щоб була правильною рівність:

213. а) $\frac{2}{5} = \frac{14}{5x}$; б) $\frac{18}{11x} = \frac{3}{11}$; в) $\frac{3x}{40} = \frac{3}{4}$; г) $\frac{4}{7} = \frac{2x}{56}$.

214. а) $\frac{3}{7} = \frac{15}{x+4}$; б) $\frac{x-2}{5} = \frac{20}{25}$; в) $\frac{10}{40} = \frac{x-1}{8}$.



215. а) $\frac{3}{5} = \frac{21}{5x}$; б) $\frac{5}{8} = \frac{20}{4x}$; в) $\frac{5}{9} = \frac{20}{x+5}$; г) $\frac{18}{24} = \frac{3}{x-6}$.

216. Виразіть у хвилинах: $\frac{1}{3}$ від 2 год 30 хв; $\frac{2}{6}$ від 2 год 30 хв. Результати порівняйте.



217. Виразіть у копійках: $\frac{2}{5}$ від 3 грн.; $\frac{4}{10}$ від 3 грн. Результати порівняйте.

218*. Доведіть, що дроби $\frac{25}{33}$, $\frac{2525}{3333}$, $\frac{252525}{333333}$ дорівнюють один одному.

Здогадайтеся



219. Поставте замість зірочок такі цифри, щоб була правильною рівність
 $\frac{**5}{297} = \frac{5*05}{6831}$.

б) Зведення дробу до нового знаменника

Використавши основну властивість дробу, дріб $\frac{3}{4}$ можна записати дробом зі знаменником 12, помноживши його чисельник і знаменник на 3:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}.$$

Цей же дріб можна замінити дробом зі знаменником 20, помноживши його чисельник і знаменник на 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}.$$

Нехай дріб $\frac{3}{4}$ потрібно звести до дробу зі знаменником 96. Спочатку потрібно дізнатися, на яке натуральне число потрібно помножити 4, щоб отримати 96 (якщо таке число існує). Для цього потрібно число 96 поділити на 4:

$$96 : 4 = 24. \text{ Тоді } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 24}{4 \cdot 24} = \frac{72}{96}.$$

Число 24 в цьому прикладі називають *додатковим множником*.

Прочитайте



1. Скоротити дріб $\frac{24}{60}$.

• Скорочення можна проводити поступово, використовуючи, по можливості, ознаки подільності:

$$\frac{24}{60} = \frac{24:2}{60:2} = \frac{12}{30} = \frac{12:2}{30:2} = \frac{6}{15} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}.$$

Скорочений запис: $\frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Скорочення можна проводити, поділивши чисельник і знаменник на їх НСД. Оскільки $\text{НСД}(24; 60) = 12$, то

$$\frac{24}{60} = \frac{24:12}{60:12} = \frac{2}{5}. \text{ Скорочений запис: } \frac{24}{60} = \frac{2}{5}. \bullet$$

2. Записати звичайним нескоротним дробом: 0,25; 0,125; 20%; 55%.

$$\bullet 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4};$$

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8};$$

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5};$$

$$55\% = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}. \bullet$$

3. Записати у відсотках числа: $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{10}$.

• $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 25\%$; $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100} = 30\%$. •

Усно



224. Поясніть рівності: $\frac{25}{50} = \frac{25:25}{50:25} = \frac{1}{2}$; $\frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{8}{36}$.

225. Скоротіть дроби: $\frac{5}{10}$; $\frac{100}{300}$; $\frac{12}{36}$; $\frac{11}{55}$.

226. Назвіть дріб зі знаменником 16, який дорівнює дробу: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}$.

Рівень А



227. Скоротіть дроби: $\frac{6}{10}$; $\frac{3}{15}$; $\frac{21}{35}$; $\frac{42}{56}$; $\frac{63}{77}$.

228. Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 12. Скоротіть з них ті, які можна скоротити.



Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 20. Скоротіть з них ті, які можна скоротити.

230. Знайдіть НСД чисельника і знаменника кожного із дробів та скоротіть дроби на НСД: $\frac{36}{48}$; $\frac{35}{105}$; $\frac{63}{81}$; $\frac{84}{154}$; $\frac{625}{1000}$.

231. Скоротіть неправильні дроби та виділіть їх цілі частини:

$$\frac{25}{15}, \frac{72}{64}, \frac{64}{40}, \frac{300}{75}, \frac{186}{120}$$



Скоротіть дроби та виділіть для неправильних дробів їх цілі частини:

$$\frac{6}{8}, \frac{55}{45}, \frac{18}{42}, \frac{144}{54}, \frac{63}{231}, \frac{399}{475}$$

Запишіть звичайними нескоротними дробами:

233. 0,4; 0,25; 0,05; 0,08; 0,65; 0,625; 75%; 16%.



234. 0,5; 0,8; 0,125; 0,24; 0,875; 85%; 32%.

235. Виконайте дію і результат запишіть нескоротним дробом:

а) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{7}{10} - \frac{1}{10}$; в) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$; г) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$.

236. Зведіть до знаменника 48 дробі: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{16}$; $\frac{7}{24}$.



237. Зведіть до знаменника 36 дробі: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{7}{18}$.

Запишіть у відсотках дробі:

238. $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{25}$.



239. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{7}{25}$.

Рівень Б



240. Запишіть звичайним нескоротним дробом: $\frac{42}{720}$; $\frac{18}{300}$; $\frac{125}{500}$; $\frac{144}{900}$.



241. Виразіть у кілограмах і запишіть звичайним нескоротним дробом: 25 г; 125 г; 250 г; 160 г; 825 г; 950 г.

242. Виразіть у кілограмах і запишіть мішаним числом з нескоротною дробовою частиною: 3125 г; 15 500 г; 18 375 г; 7 кг 150 г.

243. Виразіть у годинах і запишіть мішаним числом з нескоротною дробовою частиною: 90 хв; 130 хв; 270 хв; 310 хв; 5 год 12 хв.



244. Виразіть у гривнях і запишіть мішаним числом з нескоротною дробовою частиною: 125 к.; 440 к.; 732 к.; 7 грн. 6 к.

245. Сума чисельника і знаменника дробу дорівнює 48. Після скорочення цього дробу одержали $\frac{3}{5}$. Знайдіть початковий дріб.



246. Наталя записала дріб, різниця знаменника і чисельника якого дорівнює 15. Після скорочення дробу вона отримали $\frac{2}{7}$. Який початковий дріб записала Наталя.

Здогадайтеся



247. Аркуш паперу розріжемо на 8 або на 12 частин. Далі деякі з частин знову розріжемо на 8, а деякі — на 12 частин. Чи можна, продовжуючи розрізування у такий спосіб, отримати 44 частини з цього аркуша?



Вправи для повторення

248. Знайдіть НСК знаменників дробів:

а) $\frac{1}{42}$ і $\frac{5}{36}$; б) $\frac{7}{150}$ і $\frac{7}{100}$; в) $\frac{5}{26}$ і $\frac{2}{39}$.

249. Порівняйте дроби: $\frac{5}{7}$ і $\frac{6}{7}$; $\frac{3}{5}$ і $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{9}$ і $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{9}$ і $\frac{8}{11}$.

250. Один ковзаняр пробігає коло за 36 с, а інший — за 42 с. Через скільки секунд після спільного старту ковзанярі знову зустрінуться на стартовій позначці?

251. Використовуючи цифри 1, 2, 3, 5, 8 не більше одного разу, запишіть чотирицифрове число, яке ділилося б на 5 і на 9.

252. У школі навчається 560 учнів, 25% усіх учнів навчається у старших класах, 45% решти — у середніх класах. Скільки учнів навчається у молодших класах?

10. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів

Порівняйте дроби $\frac{14}{35}$ і $\frac{15}{35}$.

Дроби $\frac{14}{35}$ і $\frac{15}{35}$ мають однакові знаменники. Такі дроби ми вміємо порівнювати. Меншим із цих дробів є той, чисельник якого менший, тобто

$$\frac{14}{35} < \frac{15}{35}.$$

Скористайтеся одержаним результатом для порівняння дробів $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$.

Використаємо основну властивість дробу та зведемо дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ до однакового, або, ще кажуть, *спільного* знаменника.

Дріб $\frac{2}{5}$ можна звести до знаменників, кратних 5:

10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; ... ,

а дріб $\frac{3}{7}$ — до знаменників, кратних 7:

14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; 70; 77;

Дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ можна звести до однакових знаменників 35; 70; ... (вони підкреслені), тобто до спільних кратних знаменників цих дробів. Найменше спільне кратне знаменників двох дробів називають *найменшим спільним знаменником*.

Найменшим спільним знаменником дробів $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ є число 35.

Зведіть дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ до знаменника 35.

Щоб звести дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ до найменшого спільного знаменника 35, знайдемо додаткові множники для кожного із дробів. Додатковий множник для першого дробу $35 : 5 = 7$, а для другого дробу — $35 : 7 = 5$. Помножимо чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{5}$ на 7, а чисельник і знаменник дробу $\frac{3}{7}$ на 5:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{14}{35}, \quad \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{15}{35}.$$

Дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ звели до найменшого спільного знаменника 35 і одержали такі дроби: $\frac{14}{35}$ і $\frac{15}{35}$.



Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, потрібно:

- 1) знайти найменше спільне кратне знаменників;**
- 2) знайти додаткові множники для кожного дробу, поділивши НСК знаменників на знаменник кожного дробу;**
- 3) чисельник і знаменник кожного дробу помножити на відповідний додатковий множник.**

Після зведення дробів $\frac{2}{5}$ і $\frac{3}{7}$ до спільного знаменника можемо порівняти їх.

Оскільки $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$, $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$, а $\frac{14}{35} < \frac{15}{35}$, то $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$.



Отже, **щоб порівняти дроби з різними чисельниками і знаменниками, досить звести їх до спільного знаменника і порівняти одержані дроби.**

Прочитайте



1. Звести до найменшого спільного знаменника дробу $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{18}$ і $\frac{5}{27}$.

• Знайдемо НСК знаменників: $9 = 3 \cdot 3$; $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$; $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$.
НСК(9; 18; 27) = $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 54$. Поділимо найменший спільний знаменник на знаменник кожного дробу і знайдемо додаткові множники: $54 : 9 = 6$; $54 : 18 = 3$; $54 : 27 = 2$.

$$\text{Запишемо: } \frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 6}{9 \cdot 6} = \frac{12}{54}; \quad \frac{7}{18} = \frac{7 \cdot 3}{18 \cdot 3} = \frac{21}{54}; \quad \frac{5}{27} = \frac{5 \cdot 2}{27 \cdot 2} = \frac{10}{54}. \bullet$$

2. Порівняти числа $1\frac{3}{4}$ і $1\frac{11}{6}$.

• $\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$. Мішані числа $1\frac{3}{4}$ і $1\frac{5}{6}$ мають однакові цілі частини. Порівняємо дробові частини цих чисел. Оскільки $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$, а $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, то $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$.
Отже, $1\frac{3}{4} < 1\frac{5}{6}$, тобто $1\frac{3}{4} < 1\frac{11}{6}$. •

Усно



253. Зведіть до найменшого спільного знаменника дробу:

$$\text{а) } \frac{3}{10} \text{ і } \frac{1}{20}; \quad \text{б) } \frac{3}{4} \text{ і } \frac{1}{8}; \quad \text{в) } \frac{1}{5} \text{ і } \frac{3}{20}; \quad \text{г) } \frac{1}{2} \text{ і } \frac{1}{3}.$$

254. Порівняйте дробу:

$$\text{а) } \frac{1}{5} \text{ і } \frac{3}{10}; \quad \text{б) } \frac{3}{4} \text{ і } \frac{1}{2}; \quad \text{в) } \frac{5}{6} \text{ і } \frac{2}{3}; \quad \text{г) } \frac{5}{7} \text{ і } \frac{9}{14}.$$

Рівень А



Зведіть до найменшого спільного знаменника дробу:

$$255. \quad \text{а) } \frac{5}{8} \text{ і } \frac{1}{6}; \quad \text{б) } \frac{9}{14} \text{ і } \frac{2}{21}; \quad \text{в) } \frac{1}{42} \text{ і } \frac{11}{30}; \quad \text{г) } \frac{7}{48} \text{ і } \frac{3}{30}.$$



$$\text{а) } \frac{3}{20} \text{ і } \frac{7}{30}; \quad \text{б) } \frac{1}{6} \text{ і } \frac{7}{15}; \quad \text{в) } \frac{7}{24} \text{ і } \frac{5}{36}; \quad \text{г) } \frac{7}{36} \text{ і } \frac{1}{48}.$$

Порівняйте дроби:

257. а) $\frac{2}{7}$ і $\frac{3}{8}$; б) $\frac{1}{3}$ і $\frac{5}{14}$; в) $\frac{5}{21}$ і $\frac{4}{15}$; г) $\frac{11}{12}$ і $\frac{17}{18}$.



а) $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{4}$; б) $\frac{5}{16}$ і $\frac{7}{20}$; в) $\frac{3}{7}$ і $\frac{11}{29}$; г) $\frac{31}{54}$ і $\frac{19}{36}$.

Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

259. а) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{3}{10}$; в) $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{5}{12}$.



а) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{6}$; б) $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{9}$ і $\frac{7}{12}$; в) $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{35}$ і $\frac{4}{5}$.

261. Розмістіть у порядку зростання дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{3}{5}$.



Розмістіть у порядку спадання дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{11}{18}$; $\frac{17}{18}$.

Рівень Б



Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

263. а) $\frac{5}{24}$, $\frac{11}{16}$ і $\frac{7}{96}$; б) $\frac{7}{36}$, $\frac{13}{20}$ і $\frac{5}{48}$; в) $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{27}$, $\frac{11}{18}$ і $\frac{5}{6}$.



а) $\frac{5}{21}$, $\frac{6}{35}$ і $\frac{14}{15}$; б) $\frac{5}{48}$, $\frac{23}{64}$ і $\frac{7}{80}$; в) $\frac{4}{15}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{11}{12}$ і $\frac{3}{10}$.

265. Розмістіть дроби в порядку спадання: $\frac{1}{6}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{14}$; $\frac{7}{15}$; $\frac{11}{21}$; $\frac{16}{35}$.



Розмістіть дроби в порядку зростання: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{17}{24}$.

Порівняйте числа:

267. а) $3\frac{3}{7}$ і $3\frac{4}{9}$; б) $2\frac{3}{4}$ і $\frac{17}{6}$; в) $0,7$ і $\frac{5}{7}$; г) $5,8$ і $\frac{64}{11}$.



а) $\frac{23}{9}$ і $2\frac{4}{7}$; б) $\frac{86}{15}$ і $\frac{47}{8}$; в) $\frac{4}{11}$ і $0,35$; г) $3,7$ і $3\frac{5}{7}$.

269. Батько Наталі виготовив 42 однакові деталі за 5 год, а батько Ірини 60 таких же деталей — за 7 год. Хто витрачав на виготовлення однієї деталі більше часу?



У 21 кг рису міститься 16 кг крохмалю, а у 12 кг ячменю — 7 кг крохмалю. Де крохмалю більше — в 1 кг рису чи в 1 кг ячменю?

271. На тренуванні перший стаєр пробіг 9 км за 36 хв, другий — 11 км за 48 хв, а третій — 17 км за 72 хв. Хто зі стаєрів пробігав за хвилину найбільшу відстань, а хто — найменшу?
272. За 10 кроків Оля проходить 6 м, а Таня за 17 кроків — 12 м. Чий крок коротший — Олі чи Тані?



Трьохметрову колоду розпиляли на 7 рівних частин, а п'ятиметрову — на 9 рівних частин. Частини якої колоди довші?

274. Запишіть усі дробі зі знаменником 36, розміщені між числами $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{3}$.



Знайдіть яке-небудь число, розміщене між числами:

а) $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{2}$;

б) $\frac{3}{7}$ і $\frac{4}{7}$.

276. Правильний дріб збільшиться, якщо до його чисельника і знаменника додати одне й те ж натуральне число. Перевірте це для дроби $\frac{5}{8}$, додаючи 2. Чи правильне це твердження для неправильного дроби? Перевірте на конкретному прикладі.

277*. Порівняйте дробі, не зводячи їх до спільного знаменника:

а) $\frac{1}{4}$ і $\frac{2}{3}$;

б) $\frac{3}{4}$ і $\frac{2}{5}$;

в) $\frac{4}{5}$ і $\frac{3}{8}$;

г) $\frac{11}{24}$ і $\frac{15}{28}$.

Здогадайтеся



278. Ставок заростає лататтям. Площа, яку покриває латаття, з кожним днем подвоюється. На десятий день заросла половина ставу. Яка частина ставу заросла на дев'ятий день?

Вправи для повторення



279. Запишіть неправильним дробом: $3\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{5}$; $2\frac{1}{3}$.

280. Виконайте дії:

а) $2\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$; б) $3\frac{5}{6} + 1\frac{1}{6}$; в) $4\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6}$; г) $10\frac{1}{8} - 5\frac{5}{8}$;

д) $4\frac{7}{12} - 1\frac{3}{12} + 14\frac{1}{12} - 6\frac{11}{12}$; е) $2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{8} + 1\frac{7}{8}\right)$.

281. Шифр замка сейфа містить три різні цифри. Запишіть усі шифри, які можна скласти, використавши цифри 0, 1 і 2.

11. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками

Задача 1. Мама розрізала пиріг на 12 рівних частин. Петрик з'їв одну частину пирога, а Сергійко — дві такі частини. Яку частину пирога з'їли Петрик і Сергійко разом?

Петрик з'їв $\frac{1}{12}$ частину пирога, Сергійко — $\frac{2}{12}$ частини. Для розв'язання задачі потрібно ці дроби додати:

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

Отже, хлопчики з'їли разом $\frac{1}{4}$ частину пирога.

Задача 2. Мама розрізала пиріг на 12 рівних частин. Петрик з'їв $\frac{1}{4}$ частину пирога, а Сергійко — $\frac{1}{3}$ частину. Яку частину пирога з'їли Петрик і Сергійко разом?



Для розв'язання задачі потрібно додати дроби $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{3}$. Ці дроби мають різні знаменники, а ми вміємо додавати лише дроби з однаковими знаменниками.

Скільки дванадцятих частин пирога з'їв кожен із хлопців?

Оскільки пиріг поділено на 12 рівних частин, а Петрик з'їв $\frac{1}{4}$ частину пирога, то він з'їв 3 дванадцятих частини, тобто $\frac{3}{12}$ пирога: $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. А Сергійко з'їв $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ пирога. Тепер можна знайти частину пирога, яку хлопці з'їли разом:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}.$$

Отже, для того щоб додати дроби $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{3}$ з різними знаменниками, ми звели їх до найменшого спільного знаменника (12) і додали отримані дроби, які мають однакові знаменники.



Щоб додати дроби з різними знаменниками, потрібно:

1) звести дроби до найменшого спільного знаменника;

2) додати одержані дроби з однаковими знаменниками.

Задача 3. Мама розрізала пиріг на 12 рівних частин. Петрик з'їв $\frac{1}{4}$ частину пирога, а Сергійко — $\frac{1}{3}$ частину. Хто з хлопців з'їв більшу частину пирога і на скільки більшу?

Оскільки $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$, то більшу частину пирога з'їв Сергійко. Щоб знайти, на скільки більше він з'їв, потрібно від $\frac{1}{3}$ відняти $\frac{1}{4}$:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}.$$

Отже, для того щоб відняти дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{4}$, ми звели їх до найменшого спільного знаменника і відняли дроби, які мають однакові знаменники.



Щоб відняти дроби з різними знаменниками, потрібно:

1) звести дроби до найменшого спільного знаменника;

2) відняти одержані дроби з однаковими знаменниками.

Для додавання дробів справджуються вивчені раніше переставна та сполучна властивості додавання:

$a + b = b + a$ — переставна властивість;

$(a + b) + c = a + (b + c)$ — сполучна властивість.

Прочитайте



1. Знайти суму $\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$.

• Найменший спільний знаменник даних дробів дорівнює 30. Додатковим множником для першого дробу є 5 ($30 : 6 = 5$), для другого — 3 ($30 : 10 = 3$). Запишемо так:

$$\frac{5^{\text{ц}}}{6} + \frac{3^{\text{ц}}}{10} = \frac{25}{30} + \frac{9}{30} = \frac{25+9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15} = 1\frac{2}{15}.$$

Скорочений запис: $\frac{5^{\text{ц}}}{6} + \frac{3^{\text{ц}}}{10} = \frac{25+9}{30} = \frac{34}{30} = \frac{17}{15} = 1\frac{2}{15}$.

2. Знайти суму $3\frac{9}{10} + 2\frac{2}{15}$.

$$\begin{aligned} \bullet 3\frac{9}{10} + 2\frac{2}{15} &= \left(3 + \frac{9}{10}\right) + \left(2 + \frac{2}{15}\right) = (3+2) + \left(\frac{9^{\text{ц}}}{10} + \frac{2^{\text{ц}}}{15}\right) = \\ &= 5 + \frac{27+4}{30} = 5\frac{31}{30} = 6\frac{1}{30}. \end{aligned}$$

Скорочений запис: $3\frac{9^{\text{ц}}}{10} + 2\frac{2^{\text{ц}}}{15} = 5\frac{27+4}{30} = 5\frac{31}{30} = 6\frac{1}{30}$.

3. Знайти різницю $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$.

$$\bullet \frac{5^{\text{ц}}}{8} - \frac{1^{\text{ц}}}{6} = \frac{15-4}{24} = \frac{11}{24}.$$

4. Знайти різницю $5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} \bullet 5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5} &= 3\frac{1^{\text{ц}}}{3} - \frac{2^{\text{ц}}}{5} = 3\frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \left(2 + 1\frac{5}{15}\right) - \frac{6}{15} = \\ &= 2 + \left(\frac{20}{15} - \frac{6}{15}\right) = 2 + \frac{14}{15} = 2\frac{14}{15}. \end{aligned}$$

Скорочений запис:

$$5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5} = 3\frac{1^{\text{ц}}}{3} - \frac{2^{\text{ц}}}{5} = 3\frac{5}{15} - \frac{6}{15} = 2\frac{20}{15} - \frac{6}{15} = 2\frac{14}{15}.$$

5. Швея може виконати замовлення за 3 дні, а її учениця — за 6 днів. Яку частину замовлення можуть виконати швея та її учениця за 1 день, працюючи разом?

• Прийемо все замовлення за 1, тоді швея виконає за 1 день $\frac{1}{3}$ замовлення, а її учениця — $\frac{1}{6}$ замовлення. Разом за 1 день виконають:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Відповідь. $\frac{1}{2}$, або половину замовлення. •

Усно



282. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$; б) $\frac{4}{7} + \frac{4}{7}$; в) $\frac{1}{10} + \frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$;
 д) $\frac{1}{10} + \frac{1}{2}$; е) $\frac{3}{11} - 0$; є) $\frac{5}{17} + 0$; ж) $1 - \frac{1}{7}$.



Рівень А

Обчисліть:

283. а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$; в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{30}$; г) $\frac{1}{4} + \frac{5}{6}$;
 д) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; е) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$; є) $\frac{3}{4} - \frac{2}{9}$; ж) $\frac{5}{12} - \frac{7}{18}$.
 284. а) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$; б) $\frac{5}{8} + \frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$; г) $\frac{15}{16} - \frac{5}{12}$.

Знайдіть суму:

285. а) $1\frac{1}{2} + 4\frac{3}{4}$; б) $1\frac{3}{8} + \frac{3}{16}$; в) $\frac{4}{15} + 2\frac{8}{9}$; г) $3\frac{5}{21} + 5\frac{13}{14}$.
 286. а) $3\frac{5}{9} + \frac{7}{12}$; б) $\frac{4}{5} + 5\frac{1}{7}$; в) $18\frac{2}{5} + 8\frac{2}{3}$; г) $5\frac{1}{14} + 2\frac{4}{21}$.

Знайдіть різницю:

287. а) $1 - \frac{2}{3}$; б) $5 - \frac{6}{7}$; в) $4 - 1\frac{3}{4}$; г) $11 - 7\frac{3}{8}$.
 288. а) $3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}$; б) $4\frac{1}{4} - 3\frac{1}{5}$; в) $5\frac{3}{7} - 2\frac{1}{14}$; г) $4\frac{7}{9} - 1\frac{3}{4}$.

289. а) $1\frac{1}{5} - \frac{1}{2}$; б) $3\frac{1}{6} - \frac{3}{8}$; в) $3\frac{3}{4} - 1\frac{6}{7}$; г) $6\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}$;
 д) $9\frac{1}{2} - 7\frac{5}{6}$; е) $4\frac{2}{5} - \frac{11}{20}$; є) $2\frac{3}{4} - 1\frac{4}{5}$; ж) $12\frac{11}{12} - 7\frac{5}{9}$.

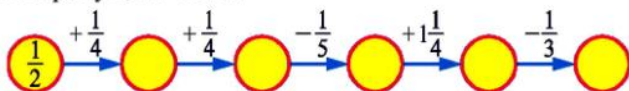


а) $7 - \frac{4}{9}$; б) $10 - 3\frac{9}{10}$; в) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$; г) $\frac{3}{4} - \frac{3}{10}$;
 д) $1\frac{2}{3} - \frac{4}{9}$; е) $3\frac{3}{4} - 1\frac{9}{10}$; є) $7\frac{3}{8} - 4\frac{5}{12}$; ж) $12\frac{2}{9} - 8\frac{4}{15}$.

291. Замініть десятковий дріб звичайним і виконайте дії:

а) $0,3 + \frac{1}{6}$; б) $0,25 + \frac{2}{7}$; в) $0,36 - \frac{1}{3}$; г) $\frac{3}{4} - 0,45$.

292. Знайдіть спрощені числа.



Перевірте правильність рівності:

293. а) $(a + b) + c = a + (b + c)$ для чисел $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{6}$, $c = \frac{3}{4}$;

б) $a - (b + c) = (a - b) - c$ для чисел $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{12}$, $c = \frac{1}{4}$.



а) $a + b = b + a$ для чисел $a = \frac{5}{6}$, $b = \frac{7}{15}$;

б) $a - (b - c) = (a - b) + c$ для чисел $a = \frac{7}{8}$, $b = \frac{1}{4}$, $c = \frac{3}{16}$.

Знайдіть значення виразу:

295. а) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{5}{12}$; б) $\frac{5}{21} - \frac{3}{14} + \frac{2}{7}$; в) $\frac{9}{20} + \frac{7}{10} - \frac{2}{15}$.

296. а) $\frac{17}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$; б) $\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6}\right)$; в) $\frac{11}{12} - \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{8}\right)$.

297. а) $0,9 - \frac{1}{3} + 0,2$; б) $0,4 + \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{6} - 0,1 - 0,25$.



а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{11}{12}$; в) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3} - \frac{3}{8}$;

г) $\frac{7}{15} - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right)$; д) $0,25 + \frac{5}{7} - \frac{3}{4}$; е) $\frac{9}{16} - \left(0,125 + \frac{1}{4}\right)$.

Розв'яжіть рівняння:

299. а) $\frac{3}{5} + x = \frac{3}{4}$; б) $\frac{7}{12} - x = \frac{1}{4}$; в) $x - \frac{5}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$.



а) $x + \frac{3}{11} = \frac{10}{33}$; б) $x - \frac{5}{16} = \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$; в) $\frac{3}{8} - x = \frac{1}{12}$.

301. Маса першої деталі дорівнює $\frac{7}{12}$ кг, а другої — на $\frac{1}{8}$ кг менша. Знайдіть масу другої деталі.



Площа першої ділянки дорівнює $\frac{3}{16}$ га, а другої — на $\frac{1}{24}$ га більша. Знайдіть площу другої ділянки.

303. За перший день заасфальтували $\frac{3}{15}$ км дороги, а за другий — на $\frac{1}{10}$ км менше. Скільки кілометрів дороги заасфальтували за два дні?



Довжина прямокутника дорівнює $\frac{7}{12}$ м, а ширина — на $\frac{1}{4}$ м менша. Знайдіть периметр прямокутника.

305. За перший день Ігор прочитав $\frac{2}{7}$ кількості сторінок книжки, за другий — $\frac{1}{3}$, а за третій — решту. Яку частину книжки прочитав Ігор за третій день?



Перша сторона трикутника дорівнює $3\frac{1}{4}$ м, друга сторона на $\frac{1}{3}$ м коротша від першої, а третя — на $\frac{2}{5}$ м довша від другої. Знайдіть периметр трикутника.

Складіть задачу, яка розв'язується дією:

307. $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$.



$\frac{2}{5} + \frac{1}{8}$.

Рівень Б



309. Виконайте дії у звичайних дробах:

а) $\frac{1}{4} + \frac{7}{20} + 0,7$; б) $\frac{11}{200} + \frac{17}{50} - 0,1$; в) $\frac{7}{25} - \frac{3}{50} + 0,17$.

Виконайте дії:



а) $\frac{9}{50} + \frac{2}{75} - \frac{3}{100}$;

б) $\frac{5}{27} + \frac{11}{36} - \frac{7}{54}$;

в) $\frac{5}{96} + \frac{21}{80} - \frac{7}{24}$.

311. а) $8 - \frac{5}{7} - 1\frac{7}{8}$;

б) $2\frac{2}{3} + \frac{6}{7} - 1\frac{19}{21}$;

в) $7\frac{9}{10} - 2\frac{3}{5} - 2\frac{1}{2}$.

312. а) $\frac{4}{9} + \frac{3}{8} + \frac{2}{7} + \frac{5}{7} + \frac{5}{8} + \frac{5}{9}$;

б) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$;

в) $3\frac{1}{2} + 5\frac{5}{6} - \frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} + 6\frac{5}{12}$;

г) $3\frac{1}{6} + 4\frac{7}{12} - 3\frac{8}{9} - \left(5\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}\right)$;

д) $\left(3\frac{1}{8} - 2\frac{1}{7}\right) + \left(4\frac{3}{11} - 2\frac{1}{2}\right) - \left(4\frac{1}{8} - 3\frac{1}{7}\right)$.



а) $\frac{5}{48} - \frac{1}{32} + \frac{17}{24}$;

б) $\frac{8}{25} - \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{15}\right)$;

в) $1\frac{2}{9} + 5\frac{5}{12} - 5\frac{7}{18}$;

г) $10 - 3\frac{5}{16} - 5\frac{11}{32}$;

д) $8\frac{1}{72} - \frac{35}{36} - 4\frac{7}{18}$;

е) $3 + \frac{2}{5} + 6\frac{3}{8} - 2\frac{17}{20}$.

314. Знайдіть значення виразу $5\frac{1}{3} - (a + b)$, якщо:

а) $a = 2\frac{2}{15}$, $b = \frac{1}{2}$;

б) $a = 3\frac{7}{16}$, $b = \frac{7}{8}$.



Знайдіть значення виразу $a - \left(b - 4\frac{7}{32}\right)$, якщо:

а) $a = 6\frac{5}{8}$, $b = 5\frac{3}{4}$;

б) $a = 10$, $b = 5\frac{1}{8}$.

Знайдіть пропущені числа:

316. $\left(9\frac{4}{9}\right) \xrightarrow{-?} \left(\quad\right) \xrightarrow{-2\frac{1}{6}} \left(3\frac{3}{4}\right) \xrightarrow{+?} \left(4\frac{3}{8}\right) \xrightarrow{+2\frac{5}{6}} \left(\quad\right)$



$\left(\quad\right) \xrightarrow{+4\frac{4}{5}} \left(\quad\right) \xrightarrow{-2\frac{2}{3}} \left(7\frac{3}{5}\right) \xrightarrow{+2\frac{1}{2}} \left(\quad\right) \xrightarrow{-4\frac{1}{5}} \left(\quad\right)$

Розв'яжіть рівняння:

318. а) $x - 6\frac{5}{6} = \frac{3}{4} - \frac{2}{9}$;

б) $4\frac{5}{24} - x = \frac{5}{6} + 2\frac{2}{9}$;

в) $\left(x - \frac{5}{6}\right) + 1\frac{1}{2} = 5\frac{5}{12}$;

г) $2\frac{1}{8} - \left(5\frac{1}{3} - x\right) = 1\frac{1}{4}$.



а) $x - 2\frac{5}{12} = 1\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$;

б) $6\frac{1}{6} - \left(4\frac{1}{2} - x\right) = 3$.



За перший день туристи пройшли $\frac{5}{24}$ наміченого шляху, за другий — $\frac{5}{16}$, за третій — $\frac{11}{48}$, а за четвертий — решту. Яку частину шляху пройшли туристи за четвертий день?

321. Магазин продав сувій тканини за три дні. За перший день було продано $\frac{2}{5}$ усього сувою, за другий — 36% усього сувою, за третій — решту. Яку частину тканини продав магазин за третій день?



Металеву трубу розрізали на три частини. Довжина першого куска становить $\frac{3}{8}$, а другого — 0,3 довжини всієї труби. Який з кусків довший — перший чи третій?

323. Периметр трикутника ABC дорівнює 12 см. Знайдіть довжини його сторін, якщо $AB + BC = 7\frac{4}{9}$ см, $BC + CA = 7\frac{7}{18}$ см.



У двох ящиках $62\frac{5}{8}$ кг яблук, до того ж, у першому ящику на $4\frac{5}{8}$ кг більше, ніж у другому. Скільки яблук у кожному ящику?

325. Площа двох сусідніх ділянок дорівнює $14\frac{1}{3}$ а. Якщо від першої ділянки відділити частину з площею $\frac{1}{6}$ а і приєднати її до другої ділянки, то утворені ділянки матимуть рівні площі. Знайдіть площі обох ділянок.

326. Один кран наповнює ванну за 15 хв, а інший — за 12 хв. Яку частину ванни наповнять крани за 1 хв спільної роботи?



Один кран наповнює бак за 9 хв, а інший — за 6 хв. Яка частина бака залишиться незаповненою після 1 хв спільної роботи кранів?

328. Один кран наповнює бак за 24 хв, а інший — за 36 хв. Чи наповнять крани за 1 хв спільної роботи більше, ніж $\frac{1}{12}$ частини бака?



Один трактор може зорати поле за 3 дні, а інший це ж поле — за 4 дні. Чи зможуть трактори, працюючи разом, зорати за 1 день більше, ніж половину поля?

330. Два робітники виконали завдання за 6 год. Якби працював лише перший робітник, то він виконав би все завдання за 10 год. Яку частину завдання виконував другий робітник за 1 год?

331. Зі своїх будинків одночасно назустріч один одному вийшли Вінні-Пух і П'ятачок. Вінні-Пух долає шлях між будинками за 20 хв., а П'ятачок — за 25 хв. Яка частина шляху буде між ними через хвилину після початку їх руху?
332. (Задача-жарт.) Карлсон з'їдає банку варення за 3 хв, а Малюк таку ж банку — за 6 хв. За скільки хвилин вони разом з'їдять банку варення?



Здогадайтеся



333. На диво-дереві ростуть банани й ананаси. За один раз з дерева можна зірвати лише два плоди. Якщо зірвати два банани або два ананаси, то виросте один ананас, а якщо зірвати один банан і один ананас, то виросте один банан. Через деякий час на диво-дереві залишився один плід. Що це за плід, якщо спочатку на диво-дереві росло 128 бананів і 87 ананасів?

Цікаві розповіді

Запис дробів



Давні єгиптяни користувалися одиничними дробами (дробами із чисельником 1). За допомогою них записували будь-яке дробове число у вигляді суми.

Наприклад, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$; $\frac{5}{24} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12}$; $\frac{7}{13} = \frac{1}{2} + \frac{1}{26}$.

У Давньому Вавилоні користувалися так званими шістдесятковими дробами. Їх записували у спеціальному вигляді, наприклад, запис 4; 52; 3 означав

$$4 + \frac{52}{60} + \frac{3}{3600}.$$

Запис дробів за допомогою чисельника та знаменника з'явився у Стародавній Греції, тільки греки знаменник записували над дробовою рисою, а чисе-

льник — під нею. У звичній для нас формі дробу почали записувати близько 1500 років тому індуси, але вони не використовували риси між чисельником і знаменником.

Риска, яка розділяла складові частини дробу, з'явилася у 1202 році у працях італійського математика Леонарда Пізанського і майже водночас — в арабського ученого ал-Хассара.

Вправи для повторення



334. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 7,2 см, довжина однієї сторони становить $\frac{5}{18}$ периметра, а дві інші сторони рівні між собою. Знайдіть довжини сторін трикутника.
335. Коли із цистерни надлили 5 т бензину, то в ній залишилося 75% усього бензину. Скільки тонн бензину було в цистерні спочатку?
336. Робітник одержав замовлення на виготовлення певної кількості однакових деталей. Якби він працював 6 год, то виготовив би на 8 деталей менше, ніж необхідно, якби ж працював 8 год, то виготовив би на 2 деталі більше, ніж необхідно. Скільки деталей мав виготовити робітник?
337. Чи є взаємно простими числа: 5096 і 354; 325 і 380; 19 і 543; 702 і 531; 161 і 217? Відповідь обґрунтуйте.
338. Знайдіть усі дільники числа 1000.
339. У бібліотеці Андрія зацікавили п'ять книг, але одночасно можна взяти лише дві книги. Скільки варіантів вибору двох книг із п'яти є в Андрія?
340. Запишіть десятковим дробом: $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{7}{50}$.

Пам'ятка до §2

1. $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7}$; $\frac{4}{8} = \frac{4 : 4}{8 : 4}$ — основна властивість дробу, помножили або поділили чисельник і знаменник на одне й те ж натуральне число.
2. $\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$ — скоротили дріб.

3. $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 10}{7 \cdot 10} = \frac{30}{70}$ — дріб $\frac{3}{7}$ звели до знаменника 70; 10 — додатковий множник.
4. $\frac{5}{12}$ і $\frac{7}{18}$, НСК(12; 18) = 36; 36 — найменший спільний знаменник цих дробів.
5. $\frac{5^{\text{л}}}{12} + \frac{7^{\text{л}}}{18} = \frac{15 + 14}{36} = \frac{29}{36}$ — додали дробі з різними знаменниками.
 1) Знаходимо НСК чисел 12 і 18: НСК(12; 18) = 36 — спільний знаменник.
 2) Знаходимо додаткові множники: $36 : 12 = 3$; $36 : 18 = 2$.
 3) Знаходимо чисельник суми: $5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 29$.
6. $\frac{5^{\text{л}}}{12} - \frac{7^{\text{л}}}{18} = \frac{15 - 14}{36} = \frac{1}{36}$ — відняли дробі з різними знаменниками.

Запитання для самоперевірки і повторення

- Сформулюйте основну властивість дробу.
- Що означає скоротити дріб? Наведіть приклад.
- Наведіть приклад нескоротного дробу.
- Як порівняти два дробі з різними знаменниками?
- Сформулюйте правило додавання (віднімання) дробів з різними знаменниками.

Завдання для повторення § 2

341. Знайдіть значення x , за якого рівність $\frac{15}{20} = \frac{3}{x}$ є правильною.
342. Розмістіть у порядку спадання числа: $\frac{2}{3}$; 0,6; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{19}{30}$.

Виконайте дії:

343. а) $\frac{3}{16} + \frac{7}{20}$; б) $2\frac{1}{6} + 3\frac{3}{8}$; в) $7 - 3\frac{3}{11}$;
 г) $5\frac{3}{4} - 1\frac{7}{10}$; д) $4\frac{1}{12} - 2\frac{2}{3}$; е) $20\frac{1}{14} - 3\frac{11}{35}$;
 є) $6 - \left(1\frac{2}{9} + 3\frac{11}{12}\right) + 0, 25$; ж) $4\frac{5}{9} + \frac{13}{18} - \left(1\frac{1}{3} - \frac{7}{18}\right)$;
 з) $12\frac{7}{9} - 4\frac{7}{12} - \left(6\frac{1}{4} - 4\frac{2}{3}\right)$; и) $2 - \left(1,5 - \frac{2}{3}\right) - \left(1\frac{2}{3} - 0,75\right)$.

344. Знайдіть значення виразу $a - b + 3\frac{1}{4}$, якщо $a = 5\frac{1}{2}$, $b = 2\frac{3}{8}$.
345. Розв'яжіть рівняння:
- а) $x - 5\frac{3}{11} = 2\frac{5}{22}$; б) $4\frac{5}{9} - x = 3\frac{14}{15}$;
- в) $2\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} - x\right) = 2,5$; г) $4,8 - \left(6\frac{4}{5} - x\right) = \frac{3}{5}$.
346. Одне число дорівнює $7\frac{2}{5}$, а інше — на $2\frac{1}{3}$ менше. Знайдіть суму цих чисел.
347. Лісник за першу годину пройшов $4\frac{1}{3}$ км, що на $\frac{1}{4}$ км менше, ніж за другу годину, і на $\frac{1}{6}$ км більше, ніж за третю. Скільки кілометрів пройшов лісник за три години? Нарисуйте схему для розв'язування задачі.
348. Четверту частину поля засіяли житом, 20% поля — вівсом, а решту — горохом. Яку частину поля засіяли горохом?
349. Один екскаватор може викопати траншею за 6 год, а інший — за 9 год. Яку частину траншеї залишиться викопати після спільної роботи обох екскаваторів протягом двох годин?
350. Зі Львова й Тернополя одночасно назустріч один одному вирушили два поїзди. Шлях між цими містами перший поїзд долає за 3 год, а другий — за 4 год. Яку частину відстані між містами становить відстань між поїздами через 1 год після їх виходу?

Завдання для самоперевірки

І рівень

1. Яка з рівностей є правильною?
- а) $\frac{1}{2} = \frac{4}{6}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; в) $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$; г) $\frac{1}{2} = \frac{3}{9}$.
2. Зведіть дріб $\frac{2}{3}$ до знаменника 9.
- а) $\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$; б) $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; в) $\frac{2}{3} = \frac{5}{9}$; г) $\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

3. У якому випадку правильно обчислена сума $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$?
- а) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1+1}{10} = \frac{2}{10}$; б) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{15}$;
- в) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2+1}{10} = \frac{3}{10}$; г) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1+1}{50} = \frac{2}{50}$.
4. У якому випадку правильно обчислена різниця $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$?
- а) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{1}$; б) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6}$;
- в) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{5} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$.
5. Порівняйте дроби $\frac{1}{2}$ і $\frac{3}{4}$.
- а) $\frac{1}{2} > \frac{3}{4}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.
6. Розв'яжіть рівняння $1 - x = \frac{3}{8}$.
- а) $x = \frac{5}{8}$; б) $x = 1\frac{3}{8}$; в) $x = \frac{5}{6}$; г) $x = \frac{8}{3}$.

II рівень

7. Знайдіть значення x , за якого правильна рівність $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$.
8. Порівняйте дроби $\frac{4}{9}$ і $\frac{5}{12}$.
9. Виконайте дії:
- а) $4\frac{1}{8} + \frac{5}{12}$; б) $\frac{11}{15} - \frac{3}{10}$.

III рівень

10. Порівняйте дроби:
- а) $2\frac{2}{9}$ і $2\frac{5}{21}$; б) $0,4$ і $\frac{1}{3}$.
11. Виконайте дії:
- а) $4\frac{5}{18} - 1\frac{8}{9}$; б) $8\frac{7}{8} - 5\frac{3}{5} + 1\frac{4}{15}$.

12. Перша сторона трикутника дорівнює $2\frac{1}{3}$ см, друга — на $\frac{1}{5}$ см довша за першу, а третя — на $\frac{5}{6}$ см коротша за другу. Знайдіть периметр трикутника.

IV рівень

13. Знайдіть корінь рівняння $3,3 - \left(x + \frac{3}{5}\right) = 2\frac{1}{4}$.
14. Туристи були в дорозі 3 год. За першу годину вони пройшли 35%, а за другу — $\frac{1}{3}$ всього шляху. Яку частину шляху пройшли туристи за третю годину?
15. Басейн наповнюється водою через першу трубу за 4 год, а через другу — за 6 год. Яку частину басейну залишиться заповнити водою після спільної двогодинної роботи обох труб?

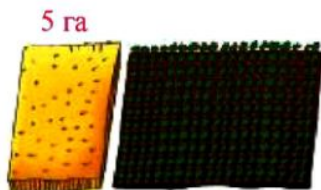
Розділ II. Звичайні дроби

§3. Множення і ділення звичайних дробів

У цьому параграфі ви знайдете відповіді на такі запитання:



$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}; \quad 15 \cdot \frac{1}{3} = 5 \text{ (км)}$$



$$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}; \quad 5 : \frac{1}{3} = 15 \text{ (га)}$$

1. Як знайти добуток дробів $\frac{4}{5}$ і $\frac{2}{3}$?
2. Якою дією можна знайти дріб від числа?
3. Як знайти відсотки від числа?
4. Як поділити дріб $\frac{2}{21}$ на дріб $\frac{3}{7}$?
5. Якою дією можна знайти число за його дробом?
6. Як знайти число за його відсотками?

§ 3. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

12. Множення звичайних дробів

Задача 1. Довжина прямокутника дорівнює $\frac{4}{5}$ дм, а ширина — $\frac{2}{3}$ дм. Знайти площу прямокутника.

Щоб знайти площу прямокутника, потрібно $\frac{4}{5}$ помножити на $\frac{2}{3}$.

Оскільки множити звичайні дроби ви не вмієте, то обчисліть площу прямокутника, побудувавши його всередині квадрата зі стороною 1 дм.

Побудуємо даний прямокутник у квадраті зі стороною 1 дм. Поділивши одну сторону квадрата на 5 рівних частин, а іншу — на 3 рівні частини, розіб'ємо квадрат на 15 рівних частин (рис. 3). Оскільки площа квадрата дорівнює 1 дм^2 , то площа однієї такої частини дорівнює $\frac{1}{15} \text{ дм}^2$. Прямокутник зі сторонами $\frac{4}{5}$ дм і $\frac{2}{3}$ дм складається з 8 таких частин, тому його площа дорівнює $\frac{8}{15} \text{ дм}^2$.

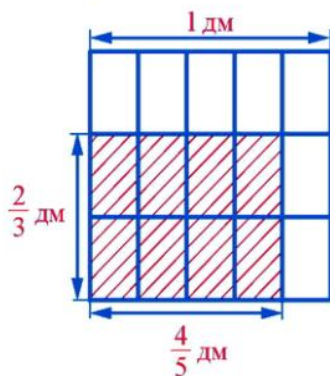


Рис. 3

Отже, $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$.

Як можна знайти чисельник і знаменник добутку двох звичайних дробів?

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}.$$



Отже, **добутком двох звичайних дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників цих дробів, а знаменник — добутку їх знаменників.**

Помножимо дроби:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}.$$

Ми скоротили чисельник і знаменник на 10. При множенні можна спочатку записати добуток чисельників і добуток знаменників, зробити скорочення, а потім виконати множення:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{15}^3}{\cancel{5} \cdot \cancel{16}_8} = \frac{3}{8}.$$

Як виконати множення $\frac{3}{11} \cdot 2$?

Правило множення дробів можна використати і тоді, коли одним із множників є натуральне число. Для цього досить натуральне число записати у вигляді неправильного дроби зі знаменником 1 і застосувати правило множення дробів. Наприклад:

$$\frac{3}{11} \cdot 2 = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{11 \cdot 1} = \frac{6}{11}.$$

Правило множення дробів можна використати при множенні мішаних чисел. Для цього досить записати ці числа у вигляді неправильних дробів і застосувати правило множення дробів. Наприклад:

$$2\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{3} = \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3} = \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{16}^4}{\cancel{4} \cdot \cancel{3}_1} = \frac{12}{1} = 12.$$

Для множення дробів виконуються переставна, сполучна і розподільна властивості множення, а саме: якщо a, b, c — дробі, то

$$a \cdot b = b \cdot a;$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c;$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;$$

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a.$$

Крім того, $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.

Прочитайте



1. Виконати множення: $3\frac{1}{18} \cdot 9$.

• Дане множення зручно виконати, використавши розподільний закон множення, а саме:

$$3\frac{1}{18} \cdot 9 = \left(3 + \frac{1}{18}\right) \cdot 9 = 3 \cdot 9 + \frac{1}{18} \cdot 9 = 27 + \frac{9}{18} = 27 + \frac{1}{2} = 27\frac{1}{2}.$$

2. Записати звичайним дробом $66\frac{2}{3}\%$.

• Оскільки $1\% = \frac{1}{100}$, то

$$66\frac{2}{3}\% = 66\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200 \cdot 1}{3 \cdot 100} = \frac{2}{3}.$$

3. Записати у вигляді відсотків дроби: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$.

• Оскільки $1 = 100\%$, то $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 100}{5}\% = 40\%$.

Скорочений запис: $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 100}{5}\% = 40\%$.

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 100\% = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$. •

Усно



Обчисліть:

351. а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$; в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$; г) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$.

352. а) $\frac{2}{7} \cdot 3$; б) $\frac{3}{10} \cdot 5$; в) $\frac{5}{8} \cdot 16$; г) $7 \cdot \frac{3}{7}$.

353. Обчисліть, використовуючи переставну і сполучну властивості множення:

а) $3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{5} \cdot 4 \cdot \frac{5}{2}$; в) $\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 6$; г) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{2}$.

354. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

а) $4 \cdot \left(2 + \frac{1}{4}\right)$; б) $5 \cdot \left(\frac{3}{5} + 2\right)$; в) $8 \cdot \left(3 + \frac{1}{4}\right)$; г) $\left(5 - \frac{1}{4}\right) \cdot 4$.

Рівень А



Обчисліть:

355. а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$; б) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$; в) $\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{21}$; г) $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{15}$;

д) $\frac{4}{9} \cdot \frac{18}{19}$; е) $\frac{19}{24} \cdot \frac{18}{19}$; є) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{28}$; ж) $\frac{11}{12} \cdot \frac{32}{33}$;

з) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; и) $\left(\frac{11}{12}\right)^2$.

356. а) $\frac{3}{8} \cdot 24$; б) $\frac{7}{9} \cdot 12$; в) $100 \cdot \frac{3}{40}$; г) $48 \cdot \frac{11}{36}$.



а) $\frac{5}{12} \cdot 16$; б) $28 \cdot \frac{4}{21}$; в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}$; г) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{8}$;

д) $\frac{17}{21} \cdot \frac{7}{51}$; е) $\frac{12}{25} \cdot \frac{10}{27}$; є) $\frac{23}{24} \cdot \frac{8}{9}$; ж) $\frac{16}{49} \cdot \frac{7}{8}$;
 з) $\left(\frac{1}{6}\right)^2$; и) $\left(\frac{5}{9}\right)^2$.

358. а) $2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{8}$; в) $\frac{14}{15} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{4}{9}$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.



а) $\frac{2}{5} \cdot 10 \cdot \frac{3}{8}$; б) $\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{25}$; в) $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{24} \cdot \frac{7}{25}$; г) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$.

360. а) $3\frac{1}{6} \cdot 3$; б) $\frac{4}{7} \cdot 1\frac{5}{8}$; в) $4\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}$; г) $1\frac{1}{4} \cdot 2\frac{4}{5}$;

д) $12\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{5}$; е) $7\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{25}$; є) $2\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{23}$; ж) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{33}{100}$;

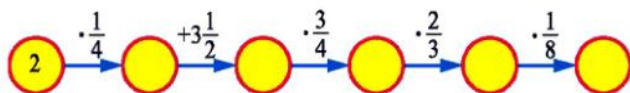
з) $1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{1}{24}$; и) $\left(5\frac{1}{3}\right)^2$.



а) $2\frac{1}{4} \cdot 4$; б) $\frac{6}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$; в) $5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{32}$;

г) $4\frac{1}{12} \cdot 3\frac{3}{7}$; д) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$.

362. Знайдіть пропущені числа.



Знайдіть значення виразу:

363. а) $2\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}$; б) $3\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{3}$; в) $8 \cdot \left(3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}\right)$;

г) $\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{1}{5}$; д) $\frac{11}{15} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$; є) $\left(\frac{4}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1\frac{2}{9} - \frac{5}{6}\right)$.



а) $10 \cdot \left(\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2}\right)$; б) $\frac{4}{9} \cdot \left(4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}\right)$; в) $3\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{2}{5}$.

365. Перетворіть десятковий дріб у звичайний, а потім виконайте множення:

а) $0,4 \cdot \frac{5}{8}$; б) $0,25 \cdot \frac{4}{5}$; в) $0,3 \cdot 1\frac{1}{3}$;

г) $\frac{2}{9} \cdot 0,18$; д) $3\frac{1}{9} \cdot 1,5$; є) $0,125 \cdot 2\frac{2}{3}$.

Затишіть звичайними дробами відсотки:

366. $33\frac{1}{3}\%$; $7\frac{1}{7}\%$; $4\frac{1}{6}\%$.



367. $5\frac{5}{9}\%$; $3\frac{4}{7}\%$; $21\frac{1}{3}\%$.

Затишіть у вигляді відсотків дроби:

368. $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; 0,3; 2,5.



369. $\frac{3}{10}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$; $1\frac{2}{3}$; 1,4.

Спростіть вираз:

370. а) $\frac{1}{9}x + \frac{2}{9}x$;

б) $\frac{5}{8}a + \frac{1}{2}a$;

в) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8}a$.



371. а) $8a - 3a + \frac{2}{5}a$;

б) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x$;

в) $\frac{2}{9}y \cdot \frac{3}{8}$.

Розв'яжіть рівняння:

372. а) $x: \frac{2}{5} = \frac{25}{28}$;

б) $y: 1\frac{1}{8} = 2\frac{1}{4}$;

в) $\frac{5}{9}x + 2\frac{4}{9}x = 2,7$.



373. а) $x: \frac{3}{7} = \frac{21}{31}$;

б) $z: 3\frac{1}{3} = 1\frac{9}{10}$;

в) $4\frac{5}{6}x - 2\frac{5}{6}x = 24$.

374. Знайдіть площу квадрата зі стороною $\frac{2}{7}$ см.



375. Знайдіть площу прямокутника зі сторонами $\frac{3}{5}$ дм і $\frac{10}{27}$ дм.



376. Знайдіть об'єм куба з ребром $\frac{3}{5}$ м.

377. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами $\frac{5}{7}$ дм, $2\frac{1}{3}$ дм і $\frac{3}{5}$ дм.

Рівень Б



Обчисліть:

378. а) $3\frac{3}{7} \cdot 1\frac{13}{36}$;

б) $5\frac{2}{5} \cdot 2\frac{2}{9}$;

в) $\frac{18}{25} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$;

г) $\frac{9}{11} \cdot 4\frac{1}{30} \cdot 3\frac{1}{3}$;

д) $\frac{7}{12} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 24 \cdot 7\frac{1}{2}$;

е) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$;

$$\text{е)} 1\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{8} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{8} + 4\frac{2}{5} \cdot 7;$$

$$\text{ж)} \left(3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{24} + 3 \cdot \frac{5}{6} - 3 \right) \cdot \frac{4}{21};$$

$$\text{з)} \frac{5}{6} \cdot 1,2 + 0,8 \cdot \frac{3}{16};$$

$$\text{и)} 0,5 + \left(16\frac{1}{2} - 9\frac{7}{9} \right) \cdot \frac{18}{33}.$$



$$\text{а)} 3\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{15};$$

$$\text{б)} \left(4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{3} \right) \cdot 3\frac{3}{4} + \frac{1}{4};$$

$$\text{в)} 9\frac{2}{3} \cdot 1,2 + 2\frac{2}{3} \cdot 1,2 - 2\frac{1}{3} \cdot 1,2;$$

$$\text{г)} 0,5 \cdot 3\frac{1}{5} + 3\frac{1}{2} \cdot \left(2 - 1\frac{1}{7} \right);$$

$$\text{д)} 10\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{9} - 25 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^3;$$

$$\text{е)} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) \cdot \left(3\frac{2}{5} + 2,6 \right).$$

380. Порівняйте значення виразів a й $a \cdot 1\frac{3}{7}$, якщо $a = 7$; $a = 14$; $a = \frac{7}{8}$. Який висновок можна зробити?



381. Порівняйте значення виразів a й $a \cdot \frac{2}{7}$, якщо $a = 7$; $a = 14$; $a = \frac{7}{8}$. Який висновок можна зробити?

382. Запишіть у вигляді добутку двох дробів число:

$$\text{а)} \frac{8}{15};$$

$$\text{б)} \frac{2}{27};$$

$$\text{в)} \frac{1}{7};$$

$$\text{г)} 1.$$

383. Для яких значень букви є правильною рівність:

$$\text{а)} \frac{a}{7} \cdot \frac{7}{8} = 1;$$

$$\text{б)} \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{b} = 1;$$

$$\text{в)} \frac{1}{11} \cdot \frac{c}{1} = 1;$$

$$\text{г)} \frac{9}{d} \cdot \frac{d}{9} = 1?$$



384. Знайдіть добуток суми чисел $3\frac{1}{5}$ і $2\frac{1}{10}$ та їх різниці.

Здогадайтеся



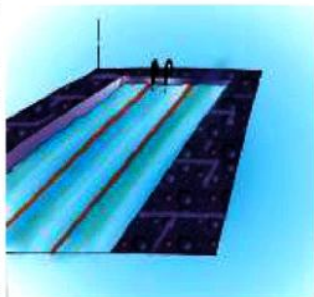
385. На деякому острові живуть в окремих поселеннях два племені — «правдолюби» й «обманщики». «Правдолюби» завжди кажуть правду, а «обманщики» завжди обманюють. В одне із цих поселень потрапив мандрівник, але він не знав, живуть там «правдолюби» чи «обманщики». Яке запитання він повинен поставити першому зустрічному, щоб визначити, в поселенні якого племені він перебуває?

Вправи для повторення



386. Автомобіль рухається зі швидкістю 75 км/год. Який шлях він проїде за 0,4 год; за 1,2 год?

387. Катер пройшов 4 км 200 м, з них 65% за течією річки. Який шлях пройшов катер за течією річки?
388. Поле площею 240 га засіяли горохом і гречкою, до того ж горохом засіяли 0,4 площі поля. Скільки гектарів поля засіяли гречкою?
389. Якщо сушити сливи, то вони втрачають $\frac{16}{25}$ своєї маси. Скільки сушених слив можна одержати із 60 кг свіжих?
390. Є кулькові ручки п'яти видів і блокноти двох видів. Скільки різних наборів, до складу яких входить ручка і блокнот, можна скласти?
391. Із басейну через дві труби випустили 280 м^3 води. Щохвилини через першу трубу виливалося 6 м^3 води, а через другу — 8 м^3 . Скільки води витекло через першу трубу?
392. З Києва до Львова, відстань між якими дорівнює 520 км, вийшов поїзд зі швидкістю 70 км/год. Через годину назустріч йому зі Львова вийшов другий поїзд, який проходить за годину на 10 км більше, ніж перший. На якій відстані від Львова зустрінуться поїзди?



13. Задачі на множення дробів

Задача 1. Автомобіль рухається зі швидкістю 90 км/год. Який шлях проїде автомобіль за $1\frac{1}{3}$ год?

Щоб знайти шлях, потрібно швидкість помножити на час:

$$90 \cdot 1\frac{1}{3} = 90 \cdot \frac{4}{3} = \frac{90 \cdot 4}{3} = 120 \text{ (км)}.$$

Отже, за $1\frac{1}{3}$ год автомобіль проїде 120 км.

Такі і подібні задачі, але з натуральними числами або десятковими дробами ми вже розв'язували раніше і також за допомогою множення. Розв'яжемо тепер за допомогою множення дробів задачі, які ми раніше розв'язували іншими способами.

Задача 2. У класі 30 учнів, з них $\frac{3}{5}$ — дівчата. Скільки дівчат у класі?

Раніше цю задачу ми розв'язували так:

$$1) 30 : 5 = 6 \text{ (учнів)} \text{ — становить } \frac{1}{5} \text{ від 30 учнів;}$$

2) $6 \cdot 3 = 18$ (учнів) — становить $\frac{3}{5}$ від 30 учнів.

Отже, у класі 18 дівчат.

Запишемо розв'язок цієї задачі у вигляді числового виразу $(30 : 5) \cdot 3$, який перетворимо так:

$$(30 : 5) \cdot 3 = \frac{30}{5} \cdot 3 = \frac{30 \cdot 3}{5} = 30 \cdot \frac{3}{5}.$$

Отже, щоб знайти кількість дівчат у класі, можна помножити кількість усіх учнів (30) на дріб $\frac{3}{5}$:

$$30 \cdot \frac{3}{5} = 18.$$

При розв'язуванні задачі ми знайшли дріб $\frac{3}{5}$ від числа 30. Загалом кажуть: *знайшли дріб від числа*.



Щоб знайти дріб від числа, потрібно число помножити на цей дріб.

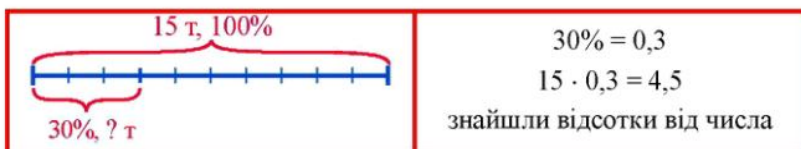
Задача 3. При перегонці нафти одержують 30% гасу. Скільки тонн гасу можна одержати із 15 т нафти?

Запишемо 30% у вигляді дробу: $30\% = 0,3$. Щоб відповісти на запитання задачі, потрібно знайти 30% від 15 т, або дріб 0,3 від 15 т:

$$15 \cdot 0,3 = 4,5 \text{ (т)}.$$

Отже, із 15 т нафти можна одержати 4,5 т гасу.

Розв'язуючи задачу, ми знайшли 30% від числа 15. Кажуть: *знайшли відсотки від числа*.





Щоб знайти відсотки від числа, потрібно записати відсотки у вигляді дроби і помножити число на цей дріб.

Прочитайте



1. Знайти $\frac{2}{3}$ від $2\frac{1}{2}$; 0,21 від 12.

$$\bullet \quad 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}; \quad 12 \cdot 0,21 = 2,52. \bullet$$

2. Знайти 12% від $2\frac{1}{3}$; $23\frac{1}{3}\%$ від 20.

$$\bullet \quad 12\% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}; \quad 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{25} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{25} = \frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 25} = \frac{7}{25};$$

$$23\frac{1}{3}\% = 23\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{70}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{7}{30}; \quad 20 \cdot \frac{7}{30} = \frac{20 \cdot 7}{30} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}. \bullet$$

Усно



393. У саду 20 дерев, з них $\frac{3}{5}$ — яблуні. Скільки яблунь у саду?

394. У саду 20 дерев, з них 0,6 — яблуні. Скільки яблунь у саду?

395. У саду 20 дерев, з них 60% — яблуні. Скільки яблунь у саду?

Рівень А



396. 1 кг печива коштує 4 грн. Скільки коштують $\frac{3}{4}$ кг; $1\frac{1}{4}$ кг цього печива?



397. Людина йде зі швидкістю $4\frac{1}{3}$ км/год. Скільки кілометрів вона пройде за

$\frac{1}{2}$ год; за $\frac{3}{4}$ год; за $\frac{1}{10}$ год?

398. Швидкість слимака дорівнює $\frac{1}{12}$ м/хв. Яку відстань проповзе слимак за 24 хв; за 0,5 год?

399. В одному ящику 15 кг яблук, а в іншому — в $1\frac{1}{3}$ разу більше. Скільки яблук в обох ящиках разом?



Ширина прямокутника дорівнює $2\frac{1}{5}$ м, а довжина — утричі більша. Знайдіть площу прямокутника.

401. Площа Шацького національного парку (Волинь) дорівнює 325 км^2 , Карпатського — в $1\frac{9}{20}$ разу більша, ніж Шацького, а Синевірського (Закарпаття) — в 1,16 разу більша, ніж Карпатського. Знайдіть площу Карпатського і площу Синевірського парків.



Перша ділянка має площу 72 м^2 , друга — у $2\frac{1}{3}$ разу більшу, ніж перша, а третя — в 1,2 разу більшу, ніж перші дві разом. Знайдіть площу третьої ділянки.

Знайдіть:

403. а) $\frac{2}{5}$ від 25; б) $\frac{8}{9}$ від 12; в) $\frac{3}{4}$ від $2\frac{1}{3}$; г) 0,55 від 16.



- а) $\frac{3}{4}$ від 40; б) $\frac{7}{8}$ від 12; в) $\frac{2}{3}$ від $1\frac{1}{6}$; г) 0,35 від 6.

405. У зерносовищі зберігається 4 500 т зерна, $\frac{5}{9}$ якого — пшениця. Скільки тонн пшениці в зерносовищі? Нарисуйте схему для розв'язання задачі.



Висота гори Говерли (Карпати) дорівнює 2060 м, а висота гори Ай-Петрі (Крим) становить $\frac{3}{5}$ висоти Говерли. Яка висота Ай-Петрі? Нарисуйте схему для розв'язання задачі.

407. Із басейну, в якому вміщується 1250 м^3 води, випустили $\frac{2}{5}$ усієї води. Скільки води залишилося в басейні?



Довжина городу прямокутної форми дорівнює 64 м, а його ширина становить 0,25 довжини. Знайдіть площу городу.

409. Перша сторона трикутника дорівнює 3,6 см, друга довша від першої в $1\frac{1}{3}$ разу, а довжина третьої становить $\frac{2}{3}$ довжини першої. Знайдіть периметр трикутника.

Знайдіть:

410. а) 15% від 24; б) 40% від 15; в) 24% від 1,5; г) 8% від $5\frac{1}{4}$.



а) 20% від 12; б) 25% від 1,2; в) 37% від 10; г) 15% від $2\frac{1}{3}$.

412. Огірки містять 95% води. Скільки кілограмів води в 40 кг огірків?



Маса білого ведмедя дорівнює 700 кг, а маса бурого ведмедя становить 43% маси білого. Знайдіть масу бурого ведмедя. Результат округліть до десятків кілограмів.

414. У жовтні пакет акцій фірми коштував 20 000 грн, а в грудні його вартість підвищилася на 5%. Якою стала вартість пакету акцій у грудні?

415. Магазин закупив 100 кг сиру за ціною 15 грн. за кілограм, заплативши за доставку 8% вартості сиру. Яка вартість цієї покупки?



Вантажний автомобіль проїхав 240 км за 4 год. Який шлях проїде за цей час легковий автомобіль, швидкість якого становить 120% швидкості вантажного автомобіля?

417. Збільште число 100 на 20%, а одержане при цьому число зменште на 20%.



Зменште число 200 на 10%, а одержане при цьому число збільште на 10%.

Рівень Б



419. Довжина кімнати дорівнює 6 м, її ширина становить 75% довжини, а висота — $\frac{2}{3}$ ширини. Знайдіть масу повітря в цій кімнаті, якщо 1 м^3 повітря має масу 1,29 кг.



До магазину завезли 1,2 т картоплі. За перший день продали 0,2 усієї картоплі, а за другий — $\frac{1}{3}$ решти. Скільки кілограмів картоплі продали за другий день?

421. *Задача Піфагора.* Полікрат (тиран з острова Самос) одного разу під час відвідин Піфагора запитав, скільки у того учнів. «З радістю скажу тобі, о Полікрат, — відповів Піфагор. Половина моїх учнів вивчає прекрасну математику, четвертина досліджує таємниці вічної природи, сьома частина вправляється силою духу, зберігаючи у серці навчання. Додай до них ще трьох юнаків, з яких Теон має найкращі здібності. Стільки учнів веду я до народження вічної істини». Скільки учнів було в Піфагора?



Велосипедист за першу годину подолав 40% дистанції, а за другу — 70% решти дистанції. Скільки відсотків дистанції проїхав велосипедист за ці дві години?

423. Автотуристи проїхали 520 км за 4 дні. За перший день вони проїхали $\frac{3}{13}$, за другий — $\frac{7}{26}$ усього шляху, а за третій — на 40 км менше, ніж за четвертий. Скільки кілометрів проїхали автотуристи за четвертий день?



Перший трактор може зорати поле за 3 дні, а другий — за 4 дні. Чи зможуть трактори, працюючи разом 2 дні, зорати все поле?

425. Один кран наповнює ванну за 15 хв, а інший — за 12 хв. Чи наповниться ванна, якщо обидва крани відкрити на $6\frac{1}{3}$ хв?

Здогадайтеся



426. Робінзон Крузо на безлюдному острові знайшов 24 колоски рису (в кожному колоску було по 54 зернини) та 27 колосків ячменю (в кожному колоску було по 48 зернин). Спочатку він посіяв $\frac{2}{3}$ зерен кожного виду, але весь урожай загинув від посухи. Наступного року він посіяв решту зерен, і жодна зернина не загинула, до того ж, кожна зернина рису дала колосок із 54 зернин, а кожна зернина ячменю — колосок із 48 зернин. У скільки разів у Робінзона Крузо стало більше зернин після збору врожаю порівняно з тим, що він знайшов?

Вправи для повторення



427. Використовуючи не більше одного разу кожна із цифр 0, 1, 2, 6, 7 і 8, запишіть найбільше та найменше п'ятицифрові числа, які діляться на 3.
428. Використовуючи не більше одного разу кожна із цифр 0; 1; 2; 6; 7; 8, запишіть найбільше і найменше п'ятицифрові числа, які діляться на 5.

429. Знайдіть пропущені числа:

430. Знайдіть добуток коренів рівнянь

$$73,4 - 15x = 51,5 \quad \text{і} \quad (11,7 + y) \cdot 24 = 844,8.$$

431. З Вінниці до Львова виїхав вантажний автомобіль зі швидкістю 60 км/год, а через годину услід за ним виїхав легковий автомобіль зі

швидкістю 85 км/год. На якій відстані від Вінниці легковий автомобіль наздожене вантажний?

432. На прийом до лікаря Айболита прийшли мавпи, крокодили та носороги, всього 28 тварин. $\frac{4}{7}$ усіх тварин були крикливі мавпи, $\frac{2}{3}$ решти — зелені крокодили, а решту — великі носороги. Скільки прийшло на прийом окремо до лікаря мавп, крокодилів і носорогів?
433. Розв'яжіть рівняння:
- а) $3x = 1$; б) $x \cdot 7 = 1$; в) $0,5x = 1$.

14. Взаємно обернені числа

Візьмемо дріб $\frac{3}{7}$ і поміняємо в ньому місцями чисельник і знаменник, тобто чисельник запишемо знаменником, а знаменник — чисельником. Одержимо дріб $\frac{7}{3}$. Знайдемо добуток цих дробів:

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 3} = 1.$$

Добуток чисел $\frac{3}{7}$ і $\frac{7}{3}$ дорівнює 1. Такі числа називають *взаємно оберненими*; число $\frac{3}{7}$ називають оберненим до числа $\frac{7}{3}$, а число $\frac{7}{3}$ — оберненим до числа $\frac{3}{7}$.



Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Взаємно оберненими є, наприклад, числа:

$$\frac{2}{5} \text{ і } \frac{5}{2};$$

$$7 \text{ і } \frac{1}{7};$$

$$5 \text{ і } 0,2;$$

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \text{ і } \frac{3}{8}.$$

Прочитайте



1. Розв'язати рівняння $1\frac{1}{3} \cdot x = 1$.

• Оскільки добуток чисел $1\frac{1}{3}$ й x дорівнює 1, то x — число, обернене до числа $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. Отже, $x = \frac{3}{4}$. •

Усно



434. Яке число обернене до числа 1?
435. Назвіть числа, обернені до чисел: $\frac{2}{9}$; $\frac{11}{2}$; $\frac{1}{6}$; 2; 0,1.
436. Чи існує число, обернене до нуля?

Рівень А



437. Доведіть, що числа 1,6 і 0,625 та числа $2\frac{6}{17}$ і 0,425 є взаємно оберненими.

Знайдіть числа, обернені до чисел:

438. 100; $1\frac{1}{7}$; $2\frac{3}{5}$; $11\frac{1}{4}$; $6\frac{2}{7}$; 0,6; 0,17; 3,6; 7,35.



- 12; $1\frac{1}{4}$; $12\frac{2}{5}$; $10\frac{7}{11}$; 0,3; 0,07; 4,5; 1,23.

Знайдіть значення виразу:

440. а) $\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{9}{2} \cdot 4\right)$; б) $\left(\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}\right) \cdot 5$; в) $\left(\frac{11}{25} \cdot 0,37\right) \cdot \frac{25}{11}$;
г) $7 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{5}{3}$; д) $0,2 \cdot (2,71 \cdot 5)$; е) $\left(2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{17}\right) \cdot \frac{3}{7}$.



- а) $\frac{4}{7} \cdot \left(3,6 \cdot \frac{7}{4}\right)$; б) $\left(3\frac{2}{3} \cdot 4\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{3}{11}$; в) $15 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot 0,7 \cdot \frac{2}{3}$.

Розв'яжіть рівняння:

442. а) $\frac{3}{5} \cdot x = 1$; б) $1\frac{1}{6} \cdot y = 1$; в) $0,3 \cdot x = 1$; г) $x \cdot \frac{1}{55} = 1$.



- а) $\frac{2}{7} \cdot x = 1$; б) $2\frac{1}{3} \cdot x = 1$; в) $0,7 \cdot y = 1$; г) $\frac{1}{32} \cdot x = 1$.

Рівень Б



444. Спростіть вираз:

- а) $\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{b}{a} \cdot 0,3\right)$; б) $\frac{1}{2x} \cdot (0,8 \cdot 2x)$; в) $\left(\frac{4b}{a} \cdot 1,8\right) \cdot \frac{a}{b}$.

445. Число a збільшили в 7 разів, одержане при цьому число помножили на x і отримали початкове число a . Знайдіть x .



Сума двох взаємно обернених чисел не менша від 2. Перевірте це, узявши

числа: 3 і $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{2}$; $\frac{9}{10}$ і $\frac{10}{9}$; 1 і 1 .

447. а) Дріб $\frac{a}{b}$ — правильний. Доведіть, що обернений до нього дріб є неправильним.
б)* Чисельник і знаменник правильного дробу збільшили на 2. Чи могли при цьому одержати дріб, обернений до даного?

Здогадайтеся



448. У сім'ї шестеро дітей, до того ж, вік кожного з них у роках виражається простим числом. П'ятеро з них відповідно на 2, 6, 8, 12 і 14 років старші від наймолодшого. Скільки років наймолодшій дитині?

Вправи для повторення



449. Різниця двох чисел дорівнює 128 і до того ж одне з них у 5 разів більше за інше. Знайдіть ці числа.
450. Перше судно йде зі швидкістю 25 км/год. Позаду нього тим же курсом рухається друге судно зі швидкістю 30 км/год. У даний час відстань між ними становить 10 км. Через скільки годин друге судно наздожене перше?
451. У ливарному цеху розрахували: якщо з наявного чавуну виготовити 67 котлів, то залишиться 748 кг чавуну, а якщо виготовити 75 котлів, то залишиться 300 кг чавуну. Яка маса одного котла?
452. Знайдіть ділене, якщо дільник дорівнює 63, а частка — 3.
453. Знайдіть дільник, якщо ділене дорівнює 285, а частка — 50.

15. Ділення звичайних дробів

Ви вже знаєте, що ділення — це дія, за допомогою якої за відомим добутком і одним із множників знаходиться інший множник. Оскільки $3 \cdot 2 = 6$, то $6 : 3 = 2$; оскільки $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{21}$, то $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{9}$.

Як знайти частку звичайних дробів? На відміну від множення дробів, у записі $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{9}$ зв'язок чисельника і знаменника частки $\frac{2}{9}$ із чисельниками і

знаменниками діленого $\frac{2}{21}$ і дільника $\frac{3}{7}$ малопомітний. Знайдемо добуток діленого $\frac{2}{21}$ і числа $\frac{7}{3}$, оберненого до дільника:

$$\frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot \cancel{7}^1}{3 \cdot \cancel{21}^3} = \frac{2}{9}.$$

Оскільки $\frac{2}{21} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{9}$ і $\frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{9}$, то правильна рівність

$$\frac{2}{21} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3}.$$

Виявилося, що ділення на деяке число можна замінити множенням на обернене до нього число. Маємо таке правило:



Щоб поділити один дріб на інший, досить ділене помножити на число, обернене до дільника.

Виконаємо за цим правилом ділення дробу $\frac{8}{15}$ на дріб $\frac{4}{5}$:

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot \cancel{8}^4}{3 \cdot \cancel{15}^3 \cdot \cancel{4}^1} = \frac{2}{3}.$$

Для тих, хто хоче знати більше



Частку $3 : 5$ можна записати за допомогою риски дробу: $\frac{3}{5}$. Частку від ділення двох виразів теж можна записувати за допомогою риски дробу. Наприклад,

$$(12 + 3 \cdot 3) : (1,2 - 0,7) = \frac{12 + 3 \cdot 3}{1,2 - 0,7}.$$

Вираз $\frac{12 + 3 \cdot 3}{1,2 - 0,7}$ називають *дробовим виразом*, чисельником якого є вираз $12 + 3 \cdot 3$, а знаменником — вираз $1,2 - 0,7$. У чисельнику і знаменнику дробового виразу можуть бути

числові вирази та вирази зі змінними. Наприклад, $\frac{2a+3}{4b-1}$, $\frac{1,2}{1\frac{1}{2}}$, $\frac{3}{7}$ — дробові вирази.

Шукаючи значення дробових виразів, можна використовувати властивості звичайних дробів. Наприклад, помножити чисельник і знаменник на одне й те ж число:

$$\frac{\frac{7}{8} + 0,5}{1\frac{1}{4}} = \frac{\left(\frac{7}{8} + 0,5\right) \cdot 8}{\frac{5}{4} \cdot 8} = \frac{7+4}{10} = \frac{11}{10} = 1,1.$$

Прочитайте



1. Обчислити $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3}$.

• Запишемо числа $3\frac{1}{2}$ і $4\frac{2}{3}$ неправильними дробами: $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

Тоді $3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} = \frac{7}{2} : \frac{14}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{14} = \frac{1\cancel{7} \cdot 3}{2 \cdot \cancel{14}_2} = \frac{3}{4}$.

Усно



454. Знаючи, що $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$, знайдіть частки: $\frac{1}{4} : \frac{3}{8}$; $\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$.

455. Чи правильні рівності:

а) $\frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{3} : 3\frac{4}{5} = \frac{1}{3} \cdot 3\frac{5}{4}$;

в) $\frac{2}{7} : 1\frac{2}{3} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$?

456. Замініть множенням:

а) $5 : \frac{1}{3}$;

б) $\frac{3}{11} : \frac{2}{7}$;

в) $\frac{3}{4} : 3$;

г) $1\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.

Рівень А



Обчисліть:

457. а) $\frac{3}{4} : \frac{9}{8}$; б) $\frac{5}{8} : \frac{1}{4}$; в) $\frac{4}{7} : \frac{1}{2}$; г) $\frac{1}{7} : \frac{1}{3}$; д) $\frac{7}{10} : \frac{4}{9}$;

е) $\frac{3}{5} : \frac{5}{9}$; є) $\frac{3}{11} : \frac{45}{77}$; ж) $\frac{8}{9} : 4$; з) $2 : \frac{2}{3}$; и) $\frac{7}{41} : 49$.



а) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; б) $\frac{8}{9} : \frac{8}{27}$; в) $\frac{12}{25} : \frac{3}{20}$; г) $\frac{5}{32} : 30$; д) $\frac{21}{32} : \frac{35}{64}$.

459. а) $5\frac{1}{3} : \frac{4}{5}$; б) $2 : 1\frac{1}{3}$; в) $3\frac{7}{15} : 4$; г) $\frac{8}{11} : 1\frac{1}{11}$; д) $7\frac{1}{3} : 1\frac{2}{9}$.



а) $4 : 2\frac{2}{5}$; б) $5\frac{5}{7} : 25$; в) $4\frac{2}{7} : \frac{5}{7}$; г) $6\frac{2}{3} : 2\frac{4}{7}$; д) $1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3}$.

Знайдіть значення виразу:

461. $a: \frac{3}{7}$, якщо $a = 2\frac{2}{7}$; 1; 0.



462. $3\frac{5}{9}:b$, якщо $b = 8$; $\frac{4}{9}$; 1.

Розв'яжіть рівняння і зробіть перевірку:

463. а) $\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}$; б) $x \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$; в) $3\frac{1}{3}x = 5$; г) $2\frac{2}{5}x = 3\frac{3}{7}$.



464. а) $\frac{3}{8}x = \frac{1}{4}$; б) $x \cdot \frac{3}{5} = 1\frac{1}{5}$; в) $y \cdot \frac{4}{5} = 2$; г) $6x = 5\frac{1}{7}$.

Перетворіть десятковий дріб у звичайний, а потім обчисліть:

465. а) $\frac{2}{3}:0,3$; б) $\frac{1}{6}:0,5$; в) $3,5:2\frac{1}{3}$; г) $0,7:2\frac{1}{3}$; д) $0,18:\frac{1}{3}$.



466. а) $\frac{4}{5}:0,4$; б) $\frac{8}{9}:1,2$; в) $\frac{1}{6}:1,5$; г) $2,4:\frac{3}{7}$; д) $0,16:\frac{4}{9}$.

Виконайте дії:

467. а) $10 - 2:\frac{1}{5}$; б) $2\frac{1}{2}:10 + \frac{1}{3}$; в) $(4\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4}):\frac{1}{12}$;

г) $2\frac{1}{4}:(2\frac{1}{4} - \frac{3}{4})$; д) $(4,2 - 1\frac{1}{8}:\frac{3}{4}) \cdot 5$; е) $(3,5 \cdot \frac{2}{7} - \frac{2}{3}):8$.



468. а) $(1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6}):\frac{5}{6}$; б) $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6}:\frac{5}{6}$; в) $3\frac{1}{8}:\frac{5}{16} - 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{7}$.

Рівень Б



Знайдіть значення виразу:

469. а) $(0,5:1,25 + 1\frac{2}{5}:1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}) \cdot 11$; б) $(3\frac{1}{2} - \frac{7}{9}) \cdot \frac{6}{11} + (\frac{8}{33} - \frac{1}{11}) \cdot \frac{10}{11}$;

в) $(\frac{7}{9} - \frac{47}{72}):1,25 + \frac{6}{7} - \frac{17}{28}$; г) $(\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}):7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{17}{21}$.

470. а) $\frac{2,5 \cdot 6,3}{1,75 \cdot 8}$; б) $\frac{4,5 + 1\frac{1}{3}}{4,5 - 1\frac{1}{3}}$; в) $\frac{1,44:3,6 + \frac{2}{7} \cdot 1,4}{4\frac{1}{6}:1\frac{2}{3} - 2}$.



а) $\left(0,12:\frac{3}{5}+1\frac{3}{5}\right):(0,3)^2$;

б) $\left(2\frac{2}{5};1,2\right)\cdot\frac{7}{8}+1\frac{1}{8}:2$;

в) $\left(4,5-\frac{1}{3}\right):\frac{2}{9}-\left(3,5+\frac{1}{3}\right)\cdot4\frac{1}{2}$;

г) $\frac{3\frac{1}{12}-1\frac{1}{3}}{2\frac{1}{2}+2,75}$.

472. Порівняйте значення виразів a й $a:\frac{2}{9}$, якщо $a=8$; $a=12$; $a=\frac{7}{9}$. Який можна зробити висновок?



473. Порівняйте значення виразів a й $a:1\frac{4}{9}$, якщо $a=13$; $a=26$; $a=\frac{8}{9}$. Який можна зробити висновок?

Розв'яжіть рівняння:

474. а) $3\frac{1}{3}:x=1\frac{2}{3}$;

б) $y:1\frac{1}{5}=3\frac{1}{3}$;

в) $\frac{8}{9}x+\frac{1}{3}=1$;

г) $5\frac{1}{2}+0,6y=4:\frac{1}{4}$;

д) $5\left(1\frac{1}{2}-0,2x\right)=1$;

е) $\frac{3}{7}x-\frac{1}{21}x=2\frac{2}{7}$.



а) $x:2\frac{2}{3}=1,5\cdot\frac{2}{9}$;

б) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$;

в) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x\right)\cdot\frac{4}{5}=0,1$.

Здогадайтеся



476. Дві жінки прийшли на ринок продавати лимони: одна за 1 грн. хотіла давати 2 лимони, а інша — за 2 грн. 3 лимони. У кожній з них було по 30 лимонів, тому перша розраховувала вторгувати 15 грн., а друга — 20 грн. Разом вони розраховували вторгувати 35 грн. Одна з цих жінок хотіла зробити покупку, тому запропонувала іншій узяти всі її лимони і продавати 5 лимонів за 3 грн., оскільки одна планувала продавати 2 лимони за 1 грн., а інша — 3 лимони за 2 гривні. Коли вона повернулася з покупкою, то всі лимони були вже продані за 36 грн., тобто на 1 грн. більше, ніж вони планували. Як так сталося?

Вправи для повторення



477. Із 4 га поля зібрали 129,2 ц пшениці, а з решти — 2 га поля — 66,4 ц. Який середній урожай пшениці на всьому полі?

478. У спортивних секціях займається 20 учнів 6-А класу, що становить $\frac{5}{8}$ усіх учнів класу. Скільки учнів у цьому класі?
479. Знайдіть площу поля, якщо 7 га становлять 35% усієї його площі.
480. Площа двох земельних ділянок дорівнює 24,8 а, до того ж, площа першої з них утричі більша від площі другої. Знайдіть площу кожної ділянки.
481. Маса 10 великих і 36 малих деталей дорівнює 8,4 кг. Маса великої деталі удвічі більша від маси малої. Знайдіть маси великої та малої деталей.
482. Автомобіль мав подолати деякий шлях за 2 год. Перші 80 км він проїхав зі швидкістю 60 км/год, а решту шляху — зі швидкістю 75 км/год. Який шлях подолав автомобіль, якщо відомо, що до місця призначення він приїхав вчасно?
483. Скількома способами можна розділити між трьома дітьми 2 яблука, 2 груші та 2 сливи, щоб кожен з них одержав по два різних фрукти?

16. Задачі на ділення дробів

Задача 1. З дослідної ділянки площею $2\frac{3}{4}$ га зібрали 176 ц пшениці. Яка врожайність пшениці на цій ділянці?

Щоб відповісти на запитання задачі, потрібно масу всієї зібраної пшениці поділити на площу ділянки:

$$176 : 2\frac{3}{4} = 176 : \frac{11}{4} = 176 \cdot \frac{4}{11} = \frac{176 \cdot 4}{11} = 64 \text{ (ц)}.$$

Отже, врожайність пшениці на цій ділянці — 64 ц з гектара.

Такі і подібні задачі, але з натуральними числами або десятковими дробами, ми вже розв'язували раніше і теж за допомогою ділення.

Розв'яжемо тепер за допомогою ділення дробів задачі, які раніше розв'язували іншими способами.

Задача 2. Автомобіль, рухаючись від міста *A* до міста *B*, проїхав 60 км, що становить $\frac{2}{5}$ відстані між цими містами. Яка відстань між містами *A* і *B*?

Вам відоме таке розв'язання задачі:

1) $60 : 2 = 30$ (км) — припадає на $\frac{1}{5}$ відстані;

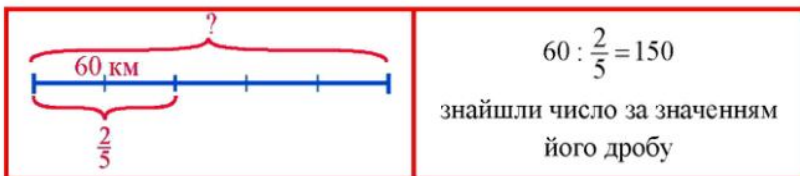
2) $30 \cdot 5 = 150$ (км) — відстань між містами.

Запишемо розв'язок цієї задачі у вигляді числового виразу $(60 : 2) \cdot 5$, який перетворимо так:

$$(60 : 2) \cdot 5 = 60 \cdot \frac{5}{2} = 60 : \frac{2}{5}$$

Отже, дану задачу можна розв'язати діленням на дріб.

У задачі відомо, що $\frac{2}{5}$ відстані — це 60 км, а потрібно знайти всю відстань, тобто в задачі відомо, чому дорівнює дріб від числа, а потрібно *знайти саме число*.



Щоб знайти число за даним значенням його дробу, досить це значення поділити на дріб.

Задача 3. З чайного листа виходить 4,5% чаю. Скільки потрібно взяти чайного листа, щоб отримати 36 кг чаю?

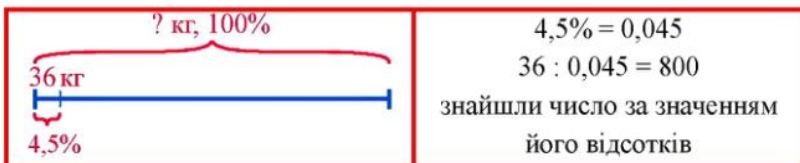
Запишемо відсотки у вигляді дробу: $4,5\% = 4,5 : 100 = 0,045$.

Потрібно знайти масу чайного листа, якщо 0,045 цієї маси становить 36 кг, тобто потрібно знайти число за даним значенням його дробу:

$$36 : 0,045 = 800 \text{ (кг)}$$

Отже, щоб отримати 36 кг чаю, потрібно взяти 800 кг чайного листа.

Розв'язуючи задачу, ми шукали число, 4,5% якого дорівнює 36, тобто шукали *число за його відсотками*.



Щоб знайти число за його відсотками, досить записати відсотки дробом і поділити значення відсотків на одержаний дріб.

Прочитайте



1. Знайти число, $\frac{6}{7}$ якого дорівнює 45.
- $45 : \frac{6}{7} = 45 \cdot \frac{7}{6} = \frac{45 \cdot 7}{6} = \frac{105}{2} = 52,5$.
2. Знайти число, $66\frac{2}{3}\%$ якого дорівнює 14.
- $66\frac{2}{3}\% = 66\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{200}{3} \cdot \frac{1}{100} = \frac{2}{3}$; $14 : \frac{2}{3} = 14 \cdot \frac{3}{2} = \frac{14 \cdot 3}{2} = 21$.

Усно



484. На присадибній ділянці зібрали 8 кг огірків, що становить $\frac{2}{5}$ зібраних овочів. Скільки кілограмів овочів зібрали?
485. На присадибній ділянці зібрали 8 кг огірків, що становить 0,4 зібраних овочів. Скільки кілограмів овочів зібрали?
486. На присадибній ділянці зібрали 8 кг огірків, що становить 40% зібраних овочів. Скільки кілограмів овочів зібрали?

Рівень А



487. Який шлях пройде група туристів за 1 год, якщо $2\frac{1}{4}$ км вона проходить за $\frac{3}{4}$ год; $\frac{3}{5}$ год; $\frac{1}{2}$ год?



Площа прямокутника дорівнює $2\frac{2}{3}$ м². Знайдіть його ширину, якщо довжина дорівнює $2\frac{1}{3}$ м; $1\frac{4}{5}$ м.

489. За $7\frac{1}{2}$ м тканини заплатили 183 грн. 75 коп. Яка ціна одного метра тканини?



Автомат розфасовує желатин у пакетики по 0,03 кг. Скільки пакетиків потрібно для розфасування $13\frac{1}{2}$ кг желатину?

491. Довжина земельної ділянки прямокутної форми дорівнює 40 м, а ширина — в $1\frac{1}{3}$ разу менша. Знайдіть площу ділянки.
492. Перша сторона трикутника дорівнює $2\frac{1}{4}$ м, друга і третя — відповідно в $1\frac{1}{2}$ й $1\frac{1}{4}$ разу коротші від першої. Знайдіть периметр трикутника.

Знайдіть число:

493. а) $\frac{1}{4}$ якого дорівнює 21; б) $\frac{2}{3}$ якого дорівнює 30;
 в) 0,7 якого дорівнює 14; г) 0,21 якого дорівнює 0,609.
494. а) $\frac{2}{3}$ якого дорівнює 25; б) $\frac{7}{8}$ якого дорівнює $2\frac{3}{4}$;
 в) 0,45 якого дорівнює 3,6; г) 0,18 якого дорівнює 0,342.

495. Кукурудзою засіяли 78 га поля, що становить $\frac{3}{4}$ площі всього поля. Яка площа всього поля? Нарисуйте схему для розв'язання задачі.



Український транспортний літак АН-225 («Мрія») увійшов до Книги рекордів Гіннеса, піднявши в повітря вантаж масою 250 т. Ця маса становить $\frac{5}{6}$ маси літака з вантажем. Якою була маса завантаженого літака.

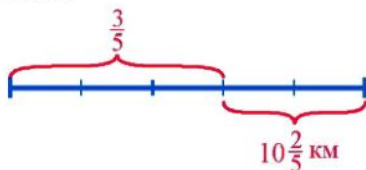
Нарисуйте схему для розв'язання задачі.

497. Фабрика, одержавши замовлення, виготовила 120 столів, що становить $\frac{4}{5}$ необхідної кількості. Скільки столів залишилося виготовити, щоб виконати замовлення?
498. Цукор-пісок у процесі переробки на рафінад втрачає $\frac{2}{15}$ своєї маси. Скільки потрібно взяти цукру-піску, щоб одержати 52 ц рафінаду?



Після того як туристи пройшли $\frac{3}{5}$ запланованого шляху, їм залишилося пройти ще $10\frac{2}{5}$ км. Знайдіть запланований шлях.

Скористайтесь схемою:



Знайдіть число:

500. а) 15% якого дорівнює 36; б) $33\frac{1}{3}\%$ якого дорівнює 41.



а) 35% якого дорівнює 7; б) $2\frac{1}{7}\%$ якого дорівнює 1,5.

502. Із жита отримують 75% борошна. Скільки жита потрібно змолоти, щоб отримати 60 кг борошна? Нарисуйте схему для розв'язання задачі.



У класі 3 відмінники, що становить 12% усіх учнів класу. Скільки учнів у класі? Нарисуйте схему для розв'язання задачі.

504. Ширина пасовища прямокутної форми дорівнює 30 м, що становить 48% довжини. Яка площа пасовища?

505. У парку першого дня посадили 96 дерев. Це становить відповідно 80% і 75% кількості дерев, посаджених другого і третього дня. Скільки дерев посадили за три дні?

506. Складіть задачу за її розв'язанням:

1) $25\% = 0,25$;

2) $5 : 0,25 = 20$ (кг).



Рівень Б

507. Постамент із граніту має форму прямокутного паралелепіпеда. Його ширина дорівнює $\frac{3}{4}$ м, що становить $\frac{5}{8}$ довжини і 37,5% висоти. Знайдіть масу постаменту, якщо 1 м^3 граніту має масу 2,7 т.

508. Дорога до міста складається з підйомів, спусків та горизонтальних ділянок. Підйоми становлять 30% усього шляху, спуски — 70% підйомів, а решта 24,5 км — горизонтальні ділянки. Знайдіть довжину дороги.



До магазину завезли яблука, груші й сливи. Маса яблук становить 60% завезених фруктів, маса груш — 25%, а решта — 45 кг — сливи. Скільки кілограмів яблук і груш окремо завезли до магазину?

510. Дві снігоприбиральні машини можуть прибрати сніг з ділянки вулиці за 6 год. Після 3 год спільної роботи першу машину направили в інший район міста, а друга закінчила роботу за 5 год. За скільки годин кожна машина, працюючи окремо, може виконати всю роботу?

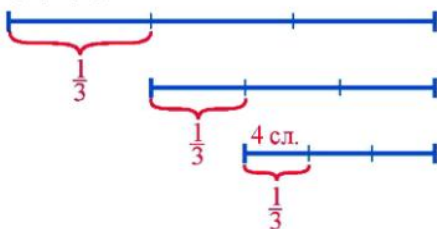


Для вирівнювання дороги використали дві грейдерні машини різної потужності. Одна з них може виконати деяку роботу за 20 год, а інша — за

30 год. За який час дві грейдерні машини можуть виконати роботу, працюючи разом?

512. Мама залишила для трьох синів тарілку слив, а сама пішла на роботу. Першим зі школи прийшов молодший син, він побачив на тарілці сливи, з'їв третю частину і пішов гуляти. Другим прийшов середній син. Подумавши, що його брати ще не ласували сливами, він з'їв третю частину тих, що були на тарілці, й теж пішов гуляти. Останнім прийшов старший син і з'їв 4 сливи — третю частину тих, що були на тарілці. Скільки слив було на тарілці спочатку?

Скористайтеся схемою:



513. З повної чашки я відпив спочатку $\frac{1}{3}$ чашки кави і долив стільки ж молока, потім відпив ще $\frac{1}{4}$ чашки кави з молоком і знову долив стільки ж молока, після чого відпив ще $\frac{1}{5}$ чашки кави з молоком. Яку частину чашки кави з молоком, що залишилася, становить кава?

Розв'язання

	Відпив кави	Залишилося кави у чашці
1.	$\frac{1}{3}$ вмісту чашки	$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ вмісту чашки
2.	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ вмісту чашки	$\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ вмісту чашки
3.	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ вмісту чашки	$\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$ вмісту чашки

Відповідь. $\frac{2}{5}$ вмісту чашки.

- 514*. Свіжі гриби містять 90% води, а сушені — 12%. Скільки кілограмів сушених грибів вийде із 22 кг свіжих?

Розв'язання

- 1) $100\% - 90\% = 10\%$ — становить суха маса у свіжих грибах.
 - 2) $10\% = 0,1$; $22 \cdot 0,1 = 2,2$ (кг) — становить суха маса у 22 кг свіжих грибів.
 - 3) $100\% - 12\% = 88\%$ — становить суха маса у сушених грибах.
 - 4) $88\% = 0,88$; $2,2 : 0,88 = 2,5$ (кг) — маса сушених грибів.
- Відповідь. 2,5 кг.



Вологість трави становить 80%, а сіна — 20%. Скільки вийде сіна з 1 т трави?

- 516*. Зрубали дерево масою 5 ц, деревина якого мала вологість 64% (тобто деревина містила 64% води). Через тиждень вологість становила вже 55%. На скільки центнерів зменшилась маса дерева за тиждень?

Здогадайтеся



517. З повної чашки кави я відпив половину і долив стільки ж молока. Потім я відпив третю частину кави з молоком і долив стільки ж молока. Потім я відпив шосту частину кави з молоком і долив стільки ж молока. Після цього я випив усю каву з молоком. Чого в результаті я випив більше — кави чи молока?

Вправи для повторення



Знайдіть значення виразу:

518. а) $8,45 \cdot 9,6 - 7,8 \cdot 8,45$; б) $37,5 + (62,8 - 27,5) : 4$.
519. а) $31,2 : x + 6,7$, якщо $x = 10$; б) $38,5 + a : b$, якщо $a = 19,8$; $b = 90$.
520. Сергій почав бігти за Андрієм, коли між ними була відстань 180 м. Через який час Сергій наздожене Андрія, якщо швидкість Сергія дорівнює 12 км/год, а швидкість Андрія — 9 км/год?
521. Точка K належить відрізку MN . Довжина відрізка MK дорівнює 3 см 5 мм, а відрізок KN на 7 мм довший. У скільки разів відрізок MN довший за відрізок MK ?
522. Довжина прямокутного поля 860 м, а ширина — на 360 м менша. Знайдіть площу поля та запишіть її в гектарах і арах.
523. Скількома способами можна розкласти у дві кишені чотири монети номіналом 5 к., 10 к., 25 к., 50 к.?

17. Перетворення звичайних дробів у десяткові.

Періодичні десяткові дроби

Звичайний дріб можна розглядати як частку від ділення чисельника на знаменник. Поділивши чисельник на знаменник, одержуємо десятковий дріб або натуральне число. Отже, щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, досить чисельник поділити на знаменник. Наприклад:

$$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75; \quad \frac{7}{20} = 7 : 20 = 0,35;$$

$$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,66\dots; \quad \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,833\dots; \quad \frac{3}{11} = 3 : 11 = 0,2727\dots$$

Дріб 0,66... називають *нескінченим періодичним десятковим дробом*, періодом якого є число 6. Дріб 0,833... теж періодичний, але його період (число 3) починається не відразу після коми. Дріб 0,2727... періодичний, періодом якого є число 27.

Періодичні дроби ще записують так: $0,66\dots = 0,(6)$; читають: 0 цілих 6 у періоді; $0,833\dots = 0,8(3)$ (0 цілих 8 десятих до періоду і 3 в періоді); $0,2727\dots = 0,(27)$ (0 цілих 27 у періоді).

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{7}{20}$ можна перетворити у скінченні десяткові дроби. Знаменники цих дробів $4 = 2 \cdot 2$ і $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ мають у своїх розкладах на прості множники лише два прості числа: 2 і 5. Крім ділення чисельника на знаменник, перетворити такі дроби в десяткові можна ще й так:

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{75}{100} = 0,75; \quad \frac{7}{20} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35.$$

В обох випадках додаткові множники ми вибрали так, щоб зрівняти кількість двійок і п'ятірок у розкладах знаменників на прості множники. Тоді у знаменниках одержали числа, записані одиницею з наступними нулями. А такі звичайні дроби можна записати скінченими десятковими дробами.

Отже, якщо в розкладі знаменника звичайного дробу на прості множники є лише числа 2 і 5, то такий дріб перетворюється у скінченний десятковий дріб.

Якщо в розкладі знаменника звичайного нескоротного дробу на прості множники, крім чисел 2 і 5, є інші числа, то такий дріб перетворюється в нескінченний періодичний десятковий дріб. Наприклад,

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3} = 0,8(3).$$

Прочитайте



1. Не виконуючи ділення, перетворити число $2\frac{3}{40}$ у десятковий дріб.

$$\bullet \frac{3}{40} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{75}{1000} = 0,075; \quad 2\frac{3}{40} = 2,075. \bullet$$

Усно



524. Прочитайте числа: 0,3; 1,5(7); 0,31(6); 3,(71).

525. Скінченним чи нескінченним десятковим дробом запишеться такий звичайний дріб: $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{8}{25}$; $\frac{3}{6}$?

Рівень А



Запишіть десятковим дробом:

526. $\frac{3}{4}$; $2\frac{2}{5}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{20}$; $5\frac{14}{125}$; $\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{6}$.



$3\frac{1}{2}$; $2\frac{4}{25}$; $\frac{17}{80}$; $\frac{1}{9}$; $3\frac{5}{11}$.

Виконайте дії в десяткових дробах:

528. а) $0,3 + \frac{3}{4}$; б) $0,21 + 1\frac{2}{5}$; в) $0,36 - \frac{3}{20}$; г) $3,2 - \frac{21}{50}$.



а) $\frac{1}{5} - 0,15$; б) $3\frac{3}{8} + 2,125$; в) $5,4 - \frac{4}{25}$; г) $\frac{3}{40} + 2,03$.

530. Довжина прямокутника дорівнює 3,6 дм, а ширина — на $1\frac{3}{4}$ дм менша.

Знайдіть ширину прямокутника.

531. Швидкість катера у стоячій воді дорівнює 22,5 км/год, швидкість течії річки — $2\frac{3}{40}$ км/год. Знайдіть швидкості катера за течією річки і проти течії.



Швидкість катера за течією річки дорівнює $24\frac{7}{20}$ км/год, а швидкість течії — 2,2 км/год. Знайдіть швидкості катера у стоячій воді та проти течії річки.



Запишіть десятковим дробом:

533. $\frac{2}{15}$; $3\frac{10}{11}$; $8\frac{5}{12}$; $1\frac{4}{27}$.



$\frac{1}{18}$; $2\frac{3}{22}$; $6\frac{7}{30}$.

535. Знайдіть середнє арифметичне чисел:

а) $3,25$ і $1\frac{1}{4}$; б) $3\frac{7}{20}$, $1\frac{2}{5}$ і $4,15$; в) 10 , $9\frac{3}{8}$ і $15,005$.

536. Порівняйте дроби:

а) $\frac{3}{5}$ і $0,53$; б) $0,3$ і $\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{3}$ і $0,67$; г) $\frac{1}{7}$ і $0,15$.



537. Запишіть числа в порядку зростання: $\frac{3}{4}$; $0,8$; $\frac{5}{7}$; $\frac{5}{6}$.

538. За першу годину автомобіль проїхав 48 км, за другу — $43,2$ км, а за третю — $44\frac{11}{20}$ км. Знайдіть середню швидкість автомобіля за ці 3 години.

539. Із села у протилежних напрямках одночасно вийшли два туристи. Через годину відстань між ними стала $9,3$ км. Знайдіть швидкість другого туриста, якщо швидкість першого дорівнює $4\frac{17}{20}$ км/год.



540. Із двох сіл, відстань між якими дорівнює $9\frac{3}{8}$ км, одночасно назустріч один одному вирушили два пішоходи і через годину зустрілися. Знайдіть швидкість першого пішохода, якщо швидкість другого дорівнює $4,9$ км/год.

Здогадайтеся



541. О шостій годині ранку в неділю гусениця почала повзти на дерево. За 12 годин вона піднялася вгору на 5 м, а за наступні 12 годин — опустилася на 2 м. У який день і о котрій годині вона вперше підніметься на висоту 9 м, переміщуючись за таким же графіком?

Вправи для повторення



542. Округліть десяткові дроби:
а) 2,45; 7,87; 10,039; 24,9 до одиниць;
б) 1,542; 0,1118; 5,757; 0,02 до десятих;
в) 0,579; 7,8950; 26,996; 3,8095 до сотих.
543. Лижник пройшов 10 км 500 м, до того ж, угору він пройшов на 1 км менше, ніж прямолінійними ділянками, і на 1 км 400 м менше, ніж згори. Який шлях пройшов лижник згори?
544. На двох складах було 76 т борошна. Коли з першого складу видали 175 ц, а з другого — 210 ц, то на першому залишилося удвічі більше борошна, ніж на другому. Скільки борошна було на кожному складі спочатку?
545. Олег розклав свої марки у 3 альбоми: у перший альбом він поклав 0,4 усіх марок, у другий — $\frac{1}{3}$ всіх марок, а у третій — 60 марок. Скільки всього марок у Олега?

18. Вправи на всі дії зі звичайними дробами



Рівень А

Обчисліть:

546. а) $\frac{1}{16} + \frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$; б) $\frac{7}{10} : \left(\frac{11}{15} + \frac{1}{5}\right)$; в) $20 : \frac{4}{5} - \frac{7}{23}$;
г) $1\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{14} + \frac{3}{8}$; д) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right) : 1\frac{1}{8}$; е) $1\frac{3}{4} + 4\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{13}$.
547. а) $\left(2 - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{2}{5}\right)$; б) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{5}\right) : \frac{3}{5}$;
в) $\left(1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)$; г) $17 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) - 6\frac{3}{7}$.
548. а) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{9}\right)^2$; в) $\left(\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(2\frac{1}{3}\right)^2$.

549. Запишіть у вигляді десяткового дробу: $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{9}{25}$.

550. Порівняйте дроби:

а) $\frac{4}{5}$ і $\frac{6}{7}$; б) $\frac{3}{4}$ і $\frac{11}{16}$; в) $\frac{13}{18}$ і $\frac{7}{12}$.

551. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{7}{8} : x = \frac{1}{4}$; б) $x : 1\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$; в) $1\frac{1}{3}x = \frac{3}{5}$; г) $2\frac{2}{3} : x = 3\frac{3}{5}$.



Рівень Б

552. Знайдіть значення виразу:

а) $14\frac{3}{8} + \frac{1}{4} - 16 \cdot \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right)$; б) $40\frac{2}{11} - \left(3 - \frac{2}{11}\right) \cdot 3\frac{6}{31} \cdot \frac{1}{11}$;

в) $8,5 \cdot (16,17 - 13,97) + 4\frac{3}{8} : 1\frac{1}{6}$; г) $\left(3\frac{2}{9} + 12\frac{2}{3} + 2 - 3\frac{1}{6}\right) : \frac{1}{36}$;

д) $22\frac{2}{7} : 1,3 - 2 \cdot \left(5\frac{1}{7} + 1\frac{1}{2} - 2\frac{3}{14}\right)$; е) $\frac{\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 0,0105 : 0,007}{1,3 - \frac{3}{4}}$.

553. Знайдіть пропущені числа:

а) $\frac{1}{8} \xrightarrow{:\text{?}} 4\frac{1}{16} \xrightarrow{\cdot\frac{4}{13}} \square \xrightarrow{:\frac{1}{8}} \square \xrightarrow{:\text{?}} 6 \xrightarrow{:\frac{1}{9}} \square$

б) $1\frac{1}{4} \xrightarrow{\cdot\frac{2}{15}} \square \xrightarrow{+\frac{1}{3}} \square \xrightarrow{:\text{?}} 2\frac{5}{8} \xrightarrow{:\frac{1}{4}} \square \xrightarrow{\cdot\text{?}} 7$

554. Знайдіть значення виразу:

а) $3x + 4y + 0,5$, якщо $x = 2\frac{1}{3}$, $y = \frac{1}{8}$;

б) $5\frac{1}{3}x - 3y + \frac{1}{4}$, якщо $x = \frac{3}{8}$, $y = \frac{2}{3}$;

в) $2\frac{1}{3} : x + y : 4$, якщо $x = \frac{1}{3}$, $y = 1\frac{1}{5}$.

555. Знайдіть значення виразу:

а) $8 \cdot (4x + 5y) + 3\frac{1}{6}$, якщо $x = 2\frac{3}{8}$, $y = 1,5$;

б) $2\frac{4}{5}x - 8y : (3x - 11,8)$, якщо $x = 4\frac{1}{6}$, $y = \frac{1}{16}$;

в) $4,25 : x + y \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12}\right)$, якщо $x = 3\frac{2}{5}$, $y = 8$.

556. Порівняйте значення виразів:

а) $4\frac{2}{5} - \left(3 - \frac{3}{10}\right) \cdot 3 \cdot \frac{1}{81}$ і $0,7 \cdot 30 - \frac{1}{2} : \frac{2}{67}$;

б) $11\frac{1}{9} : \left(2\frac{2}{3} + 6\frac{2}{9}\right)$ і $4\frac{3}{5} : 5\frac{3}{4} + 3,2 - 2\frac{7}{8}$.

557. Розв'яжіть рівняння:

а) $x : \frac{2}{5} + 1\frac{1}{4} = 2\frac{5}{8}$;

б) $1\frac{1}{4} \cdot \left(2\frac{2}{3} - y\right) = 2\frac{1}{4}$;

в) $\left(\frac{3}{5}x + 2\frac{1}{3}x\right) : \frac{11}{15} = 2,5$;

г) $1,5 : \left(2\frac{2}{5} + \frac{3}{4}y\right) = \frac{3}{7}$;

д) $\left(2\frac{2}{15} + 3\frac{1}{3}\right) : x = 10,25$;

е) $4\frac{1}{6}z - 3 \cdot \left(2\frac{2}{3} + \frac{1}{3}z\right) = 11$.

Здогадайтеся



558. Як, виконавши найменше розрізань, розділити пиріг масою 600 г на такі шматки, щоб його можна було поділити порівну між друзями, якщо заздалегідь невідомо, скільки їх прийде — троє чи четверо?

19. Текстові задачі

Рівень А



559. Одна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 2,4 см, а дві інші сторони в $1\frac{1}{6}$ разу довші. Знайдіть периметр трикутника.

560. Швидкість літака дорівнює 600 км/год. Який шлях пролетить літак за $\frac{3}{8}$ год; за $1\frac{1}{24}$ год?



561. Із двох міст назустріч один одному одночасно виїхали два поїзди і зустрілися через $6\frac{3}{5}$ год. Швидкість одного поїзда дорівнює 55 км/год, а іншого — 60 км/год. Знайдіть довжину залізниці між містами.
562. На змаганнях «Формула-1» болід проїхав коло завдовжки 16 км за $\frac{1}{15}$ год. З якою швидкістю він їхав?
563. Розфасували $10\frac{1}{2}$ кг цукерок у пакети по $\frac{1}{8}$ кг у кожному. Скільки таких пакетів одержали?
564. Дріт завдовжки $6\frac{1}{2}$ м розрізали на шматки по 50 см. Скільки таких шматків одержали?
565. Мотузку завдовжки 18 м потрібно розрізати на два шматки так, щоб один з них був утричі довший від іншого. Яка довжина кожного шматка?
566. На дереві сиділо 36 горобців, $\frac{3}{4}$ з них полетіло. Скільки горобців залишилося сидіти на дереві?
567. Доньці 8 років. Її вік складає $\frac{2}{7}$ віку матері. Скільки років матері?
568. Телефільм тривалістю 80 хв переривався рекламою, тривалість якої становить $\frac{3}{40}$ тривалості фільму. Скільки часу тривала трансляція фільму разом з рекламою?
569. Периметр трикутника дорівнює $6\frac{2}{5}$ см. Одна його сторона становить $\frac{3}{8}$ периметра, а дві інші рівні між собою. Знайдіть довжини сторін трикутника.
570. Поле площею 240 га засіяли горохом і гречкою, до того ж, горохом засіяли $\frac{2}{5}$ площі поля. Скільки гектарів поля засіяли гречкою?
571. Знайдіть відстань між двома селами, якщо $\frac{4}{7}$ цієї відстані становлять 3,6 км.
572. Сплав міді зі сріблом загальною масою 3 кг містить 40% срібла. Знайдіть масу міді в цьому сплаві.

573. Вкладник поклав до банку 600 грн. під 14% річних. Яку суму він матиме на рахунку через рік?
574. Ціну на костюм, який коштував 180 грн., знизили на 15%. Якою стала ціна костюма?

Рівень Б



575. Шерлок Холмс і доктор Ватсон, розкриваючи злочин, встановили, що злочинець, втікаючи від переслідування, деякий шлях проїхав автомобілем, поїздом проїхав шлях удвічі довший, на автомобілем, пароплавом проплив 75% шляху, що проїхав поїздом. Який шлях подолав злочинець, якщо пароплавом він проплив на 40 км більше, ніж проїхав автомобілем?
576. Зі всіх підприємств, зареєстрованих міською Радою протягом кварталу, 30% складають муніципальні підприємства, 15% — індивідуальні, решта — акціонерні товариства, до того ж 60% з них — акціонерні товариства закритого типу. Скільки відсотків усіх підприємств становлять акціонерні товариства закритого типу?
- 577*. Тарас їде в поїзді, що рухається зі швидкістю 15 м/с, і дивиться у вікно. Протягом $3\frac{1}{3}$ с він спостерігав, як повз його вікно проходив зустрічний товарний поїзд. Знайдіть довжину товарного поїзда, якщо його швидкість дорівнює 12 м/с.
578. Три товстунки під час обіду з'їли торт масою 3,2 кг. Перший з'їв 30% торта, другий — 55% решти. Яка маса частини торта, яку з'їв третій товстун?
579. У двох ящиках 30 кг яблук, з них 40% — у першому ящику. Скільки кілограмів яблук потрібно забрати із другого ящика, щоб в обох ящиках маса яблук була однаковою?
580. Перший трактор зорав $\frac{2}{7}$ площі поля, другий — $\frac{3}{4}$ того, що зорав перший. Яку частину поля зорав другий трактор?
581. Перший трактор може зорати поле за 8 год, а другий — за 10 год. Яку частину поля зорють обидва трактори за 2 год спільної роботи?
582. Перший оператор може набрати весь текст за 6 днів, а другий — за 12 днів. За який час оператори наберуть увесь текст, працюючи разом?

Прийmemo всю роботу з набору тексту за одиницю, тоді перший оператор за 1 день набере $\frac{1}{6}$ частину всього тексту, а другий — $\frac{1}{12}$.

Працюючи разом, вони наберуть за 1 день $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ частину тексту.

Увесь текст оператори, працюючи разом, наберуть за $1 : \frac{1}{4} = 4$ (дні).

Відповідь. 4 дні.

583. Вантажний автомобіль проїжджає шлях між містами A та B за 3 год, а легковий — за 2 год. Автомобілі виїхали одночасно із цих міст назустріч один одному. Через скільки годин вони зустрінуться?
584. Два трактористи зорали поле за 6 год спільної роботи. Перший з них міг би, працюючи окремо, виконати цю роботу за 10 год. За скільки годин другий тракторист може зорати все поле, працюючи окремо?
585. На птахоферму завезли корм, якого вистачило б качкам на 30 днів, а гусям — на 45 днів. На скільки днів вистачить привезеного корму, якщо годувати і качок, і гусей разом?
586. Для засадження лісової ділянки заготували 2400 саджанців, з яких $\frac{5}{8}$ становлять сосни, а 20% решти саджанців — граби. Скільки саджанців грабів було заготовлено?
587. Автомобіль має проїхати 210 км за 3 год. За першу годину він проїхав $\frac{4}{15}$, а за другу — 0,4 усього шляху. З якою швидкістю має рухатися автомобіль протягом третьої години, щоб прибути до місця призначення вчасно?
588. У трьох ящиках є 63,6 кг слив. У першому і другому ящиках разом $\frac{7}{12}$ усіх слив, а у другому і третьому — 70% усіх слив. Скільки кілограмів слив у кожному ящику?
589. Поле площею 21 га зорали 3 трактори. Перший і другий трактори зорали разом $\frac{5}{7}$ площі всього поля, а перший і третій разом — 60% площі поля. Скільки гектарів зорав кожний трактор окремо?

590. Довжина прямокутника дорівнює 4,5 см, що становить 30% його периметра. Знайдіть площу прямокутника.
591. Довжина городу прямокутної форми дорівнює 60 м. Господар відвів під жито 70% площі городу, а решту 450 м^2 — під картоплю. Яка ширина городу?
592. В акваріум завдовжки 7,5 дм і завширшки 4 дм Оксана налила 84 л води, що становить 80% його місткості. Знайдіть висоту акваріума.
593. Сплав міді зі сріблом містить 40% міді, до того ж, у сплаві срібла на 200 г більше, ніж міді. Знайдіть масу сплаву.
594. Робітник, виготовивши 92 деталі, перевиконав план на 15%. Скільки деталей мав виготовити робітник за планом?
595. На будівництво завезли будівельні матеріали, 5% маси яких становить вапно, $\frac{1}{12}$ — цемент, решта — 6,5 т — цегла. Скільки тонн будівельних матеріалів завезли на будівництво?



596. З бочки надлили 40 л води за два рази: спочатку надлили 0,5 усієї води, а потім — $\frac{1}{3}$ тієї води, що залишилася. Скільки літрів води було в бочці спочатку?
597. Заготовлену в кар'єрі руду вивезли 3 самоскиди. Перший самоскид вивіз 120 т руди, другий — 0,4, а третій — 30% усієї руди. Скільки тонн руди було заготовлено в кар'єрі?
598. Автомобіль подолав шлях від Львова до Тернополя, рухаючись з однією і тією ж швидкістю. Відомо, що за першу годину він проїхав $\frac{25}{42}$ усього шляху, після чого до Тернополя залишалось 51 км. Знайдіть відстань між містами та швидкість автомобіля.

599. Два трактори, працюючи разом, зорали поле. Перший трактор зорав $\frac{4}{9}$ площі поля, а другий — $\frac{1}{3}$ площі поля та ще 8 га. Знайдіть площу поля.
600. Коли із цистерни надлили $\frac{1}{15}$ наявного там бензину та ще 2 т, то в ній залишилося $\frac{5}{6}$ усього бензину. Скільки тонн бензину було в цистерні спочатку?
601. Після того як автомобіль подолав $\frac{2}{7}$ відстані між містами, йому потрібно було проїхати ще 3 км, щоб подолати третину всієї відстані. Знайдіть відстань між містами.
602. Жіноча дистанція з біатлону розділена на три ділянки. Довжина першої ділянки (до стрільби лежачи) становить 0,36 довжини всієї дистанції, довжина другої ділянки (до стрільби стоячи) становить $\frac{8}{9}$ довжини першої ділянки, а довжина третьої ділянки — 2,4 км. Знайдіть довжину дистанції.
603. Вкладник зняв зі свого рахунку в банку $\frac{1}{3}$ всіх грошей, а наступного дня — $\frac{2}{5}$ залишку. Після цього на його рахунку залишилося 180 грн. Який був початковий вклад?
604. З міста A до міста B виїхав автомобіль зі швидкістю 60 км/год. Коли він проїхав $\frac{3}{8}$ відстані між містами, назустріч йому з міста B із такою ж швидкістю виїхав другий автомобіль, який, проїхавши 55 км, зустрів першого. Знайдіть час руху першого автомобіля до зустрічі.
605. Один оператор може набрати весь текст за 3 дні, а інший той же текст — за 4 дні. Чи зможуть обидва оператори, працюючи разом, набрати цей текст за 2 дні?
- 606*. Свіжі яблука містять 85% води, а сушені — 15%. Скільки кілограмів сушених яблук вийде із 340 кг свіжих?

Пам'ятка до §3

- $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$ — у чисельнику — добуток чисельників, у знаменнику — добуток знаменників.
- $30 \cdot \frac{3}{5} = 18$ — знайшли дріб $\frac{3}{5}$ від числа 30.
- $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $36 \cdot \frac{1}{4} = \frac{36 \cdot 1}{4} = 9$ — знайшли 25% від числа 36.
- $\frac{2}{21} : \frac{3}{7} = \frac{2}{21} \cdot \frac{7}{3}$ — помножили на число, обернене дільнику.
- $40 : \frac{4}{5} = 40 \cdot \frac{5}{4} = 50$ — знайшли число, $\frac{4}{5}$ якого дорівнює 40.
- $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$; $30 : \frac{3}{4} = 30 \cdot \frac{4}{3} = 40$ — знайшли число, 75% якого дорівнює 30.

Запитання для самоперевірки і повторення

- Як знайти добуток двох звичайних дробів?
- Як знайти дріб від числа?
- Як знайти відсотки від числа?
- Які числа називають взаємно оберненими? Наведіть приклад.
- Як поділити один дріб на інший?
- Як знайти число за його дробом?
- Як знайти число за його відсотками?
- Як перетворити звичайний дріб у десятковий?
- Наведіть приклад нескінченного періодичного десяткового дробу.

Завдання для самоперевірки

І рівень

1. Виконайте множення $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$.
- а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{6}{35}$; в) $\frac{14}{15}$; г) $\frac{5}{35}$.
2. Виконайте ділення $\frac{3}{8} : \frac{5}{7}$.
- а) $\frac{15}{56}$; б) $\frac{40}{21}$; в) $\frac{21}{40}$; г) $\frac{15}{54}$.
3. Розв'яжіть рівняння $x \cdot \frac{5}{9} = 1$.
- а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{9}{5}$; в) $1\frac{3}{5}$; г) $\frac{4}{9}$.
4. Розв'яжіть рівняння $\frac{3}{4}x = \frac{6}{7}$.
- а) $\frac{18}{28}$; б) $\frac{24}{21}$; в) $\frac{7}{8}$; г) $\frac{8}{7}$.
5. У книзі 300 сторінок. Учень прочитав $\frac{2}{3}$ книги. Скільки сторінок прочитав учень?
- а) $300 : \frac{2}{3} = 300 \cdot \frac{3}{2} = 450$; б) $300 \cdot \frac{2}{3} = \frac{300 \cdot 2}{3} = 200$;
- в) $300 \cdot \frac{3}{2} = \frac{300 \cdot 3}{2} = 450$; г) $\frac{2}{3} : 300 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{300} = \frac{2}{300}$.
6. Запишіть десятковим дробом $\frac{2}{5}$.
- а) 0,4; б) 0,2; в) 2,5; г) 0,25.

II рівень

7. Знайдіть значення виразу $2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{25} : \frac{3}{20}$.
8. Швидкість вантажного автомобіля дорівнює 60 км/год, що становить $\frac{2}{3}$ швидкості легкового. Знайдіть швидкість легкового автомобіля.

9. У класі є 30 учнів, 20% з них навчаються у музичній школі. Скільки учнів навчається у музичній школі?

III рівень

10. Знайдіть значення виразу $20\frac{2}{3} + \left(3 - \frac{2}{11}\right) : 5\frac{1}{6} - 7,5$.
11. Периметр прямокутника дорівнює 6,4 см, його довжина становить $\frac{5}{16}$ периметра. Знайдіть ширину прямокутника.
12. Швидкість течії річки дорівнює 3 км/год, що становить 15% швидкості катера у стоячій воді. Знайдіть швидкість катера за течією річки і проти течії.

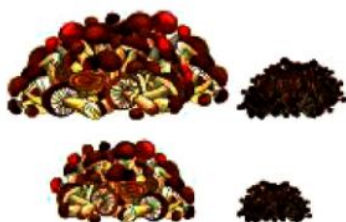
IV рівень

13. Знайдіть значення виразу $\left(\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15}\right) \cdot 2,52$.
14. Після того як Сергій витратив 40% усіх своїх грошей на купівлю книжки, а $\frac{2}{3}$ решти — на купівлю зошитів, у нього залишилося 3 грн. Скільки грошей було в Сергія спочатку?
15. Сума двох чисел дорівнює 15,3. Знайдіть ці числа, якщо одне з них становить 50% іншого.

Розділ III. Пропорції і відношення

§4. Пропорції і відношення

У цьому параграфі ви знайдете відповіді на такі запитання:

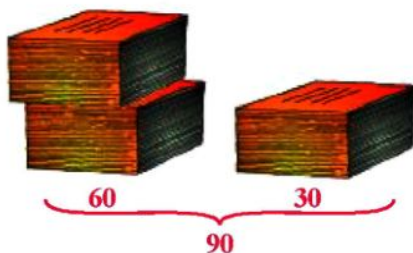


1. Що таке відношення?
2. Що називають пропорцією?
3. Як розв'язати рівняння $\frac{2,5}{4} = \frac{7,5}{4x}$?
4. Що таке ймовірність випадкової події?
5. Які величини називають прямо пропорційними?
6. Як обчислити довжину кола?
7. Як обчислити площу круга?

§ 4. ПРОПОРЦІ І ВІДНОШЕННЯ

20. Відношення. Основна властивість відношення

Задача. Для класу закупили 90 зошитів, з них 60 — у клітинку, а решта — у лінійку. У скільки разів усіх зошитів більше, ніж зошитів у клітинку? Яку частину всіх зошитів становлять зошити у клітинку?



Щоб знайти, у скільки разів усіх зошитів більше, ніж зошитів у клітинку, потрібно 90 поділити на 60, тобто знайти частку чисел 90 і 60:

$$90 : 60 = \frac{90}{60} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5.$$

Отже, усіх зошитів в 1,5 разу більше, ніж зошитів у клітинку. Частка чисел 90 і 60 вказує, у скільки разів число 90 більше від числа 60.

Відповімо на друге запитання задачі. Оскільки всього є 90 зошитів, то 1 зошит — це $\frac{1}{90}$ частина усіх зошитів, а 60 зошитів — це $\frac{60}{90}$, або $\frac{2}{3}$ усіх зошитів. Отже, зошити у клітинку становлять $\frac{2}{3}$ усіх зошитів. Цю ж відповідь ми одержали б, одразу поділивши 60 на 90. Тому частка чисел 60 і 90 вказує, яку частину становить число 60 від числа 90.

Щоб відповісти на обидва запитання задачі, нам доводилося шукати частки двох чисел. Такі частки називають відношеннями двох чисел: частку $90 : 60 = 1,5$ називають відношенням числа 90 до числа 60; частку $60 : 90 = \frac{2}{3}$ — відношенням числа 60 до числа 90.



Відношенням двох чисел називають частку цих чисел. Відношення вказує, у скільки разів одне число більше від іншого, або яку частину становить одне число від іншого.

Якщо є дві величини, виміряні однією і тією ж одиницею вимірювання, то відношенням цих величин називають відношення їхніх числових значень.

Наприклад, відношення 6 км до 10 км дорівнює $6 : 10 = \frac{3}{5}$, відношення 10 кг до 2 кг дорівнює $10 : 2 = 5$. Знайти відношення 600 г до 2 кг можна так: $2 \text{ кг} = 2000 \text{ г}$, тому шукане відношення — $600 : 2000 = 0,3$ (або $600 \text{ г} = 0,6 \text{ кг}$, тому шукане відношення — $0,6 : 2 = 0,3$).

Оскільки відношення є часткою, а частка не змінюється, якщо ділене і дільник помножити або поділити на одне й те ж число, відмінне від нуля, то відношення не зміниться, якщо кожне з чисел відношення помножити або поділити на одне й те ж, відмінне від нуля, число. Цю властивість називають *основною властивістю відношення*. Наприклад:

$$40 : 32 = 20 : 16 = 10 : 8 = 5 : 4.$$

На основі цієї властивості можна замінити відношення дробових чисел на відношення натуральних чисел. Наприклад:

$$1,5 : 2,5 = 15 : 25 = 3 : 5; \quad 1\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{2} \cdot 4\right) : \left(\frac{3}{4} \cdot 4\right) = 6 : 3 = 2 : 1.$$

Прочитайте



1. Спортсмен пробіг 100 м за 10 с, а ракета пролетіла 24 км за 3 с. У скільки разів швидкість ракети більша від швидкості спортсмена?

• 1) $100 : 10 = 10$ (м/с) — швидкість спортсмена.

2) $24 : 3 = 8$ (км/с) — швидкість ракети.

Знайдемо швидкість ракети у м/с: $8 \text{ км/с} = 8000 \text{ м/с}$.

3) $8000 : 10 = 800$ (разів).

Відповідь. У 800 разів. •

Усно



607. Знайдіть відношення чисел: 15 до 5; 10 до 30; 7 до 2. На що вказує кожне із цих відношень?

608. Назвіть кілька чисел, відношення яких дорівнює $2; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}$. На що вказує кожне з названих відношень?



Знайдіть відношення:

609. а) 375 до 15; б) 102 до 30; в) 15 до 45; г) 130 до 52;
 д) 3,5 до 0,7; е) 0,72 до 1,2; є) $\frac{1}{3}$ до $\frac{1}{6}$; ж) 1,4 до $2\frac{6}{11}$.

610. а) 3 дм до 2 дм; б) 2 дм до 10 см; в) 1 м до 5 дм;
 г) 1 т до 25 ц; д) 2 ц до 400 кг; є) 2 грн. до 50 к.



- а) 18 до 12; б) 4,5 до 1,05; в) 0,5 до $\frac{1}{3}$;
 г) $\frac{2}{3}$ до $\frac{1}{10}$; д) $4\frac{2}{3}$ до $1\frac{1}{6}$; є) 240 г до 360 г;
 е) 25 см до 4 дм; ж) 2 кг до 8 ц; з) 3 грн. до 120 к.

612. Урожайність пшениці на першому полі — 48 ц із гектара, а на другому — 36 ц. У скільки разів урожайність пшениці на першому полі більша від урожайності на другому? Яку частину від урожайності на першому полі становить урожайність на другому?



Перша труба завдовжки 3,2 м, а друга — 4 м. У скільки разів друга труба довша за першу? Яку частину від довжини другої труби становить довжина першої?



Довжина тролейбусного маршруту дорівнює 10 км, до того ж, 6 км маршруту припадають на околиці, а решта — на центральну частину міста. У скільки разів весь маршрут довший за ту його частину, яка припадає на околиці? Яка частина маршруту припадає на околиці?

615. Бригада заасфальтувала 4,2 км дороги між двома селами, і їй залишилося заасфальтувати ще 1,8 км. Яку частину всієї дороги заасфальтовано; не заасфальтовано? Яку частину від заасфальтованої дороги становить не заасфальтована ділянка? У скільки разів заасфальтована ділянка довша від незаасфальтованої?

Спростіть:

616. а) $50 : 150$; б) $150 : 225$; в) $18 : 72$; г) $\frac{300}{450}$.



- а) $125 : 50$; б) $17 : 102$; в) $112 : 48$; г) $\frac{72}{216}$.

Замініть відношення дробових чисел відношенням натуральних:

618. а) $0,3 : 0,27$; б) $0,03 : 1,2$; в) $\frac{1}{4} : \frac{2}{5}$; г) $1,5 : 3\frac{1}{3}$.



а) $1,5 : 0,3$; б) $0,02 : 2,2$; в) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; г) $1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}$.

620. Із 200 кг молока одержали 50 кг вершків. Яку частину молока становлять вершки?



Із 4 т цукрових буряків одержали 840 кг цукру. Яку частину в цукрових буряках становить цукор?

622. Ділянку засадили картоплею, витративши для цього 80 кг картоплі, а восени з цієї ділянки зібрали 5 ц 20 кг картоплі. У скільки разів зібраний урожай більший від маси картоплі, яку посадили?



Довжина ящірки дорівнює 15 см, а крокодила — 4,5 м. У скільки разів крокодил довший від ящірки?

624. Том Сойер пофарбував $1,5 \text{ м}^2$ паркану, а його друг Бен — на $0,75 \text{ м}^2$ більше. У скільки разів більша частину паркану, яку пофарбував Бен, від частини паркану, яку пофарбував Том?

Рівень Б



625. У зоопарку були мавпи різних порід: горили, шимпанзе й орангутанги. Найбільше було вертких шимпанзе, аж 18, поважно походжали горили, кількість яких становила $\frac{2}{3}$ від кількості шимпанзе, спокійно розглядали відвідувачів орангутанги, яких було вдвічі менше, ніж горил. Яку частину всіх мавп становили горили?

626. 0,3 кг сиру коштує 5 грн. 40 к., а 250 г бринзи — 4 грн. У скільки разів кілограм сиру дорожчий від кілограма бринзи?



0,4 кг цукерок коштує 4 грн. 80 к., а 200 г печива — 1 грн. 20 к. У скільки разів кілограм цукерок дорожчий від кілограма печива?



Андрій пройшов 2 км за 0,5 год, а черепаха проповзла 20 м за 15 хв. У скільки разів швидкість учня більша від швидкості черепахи?

Здогадайтеся



629. Число 666 збільште у півтора разу, не виконуючи над ним жодних арифметичних дій.

C: «взяли зелене яблуко»;

D: «взяли яблуко»?

З кошика можна взяти тільки те, що в ньому є, тому вийняти з кошика жовте яблуко неможливо. Тому подія *B* «взяли жовте яблуко» за даних умов *неможлива*.

Оскільки в кошику є лише яблука, то будь-який предмет, вийнятий з кошика, є яблуком. Отже, за даних умов подія *D* «взяли яблуко» відбудеться обов'язково. Кажуть, що ця подія є *вірогідною*.

Події *A* та *C* за даних умов є *випадковими*, оскільки взате яблуко може бути як червоним, так і зеленим. Оскільки червоних і зелених яблук у кошику порівну, то ці випадкові події є *рівноймовірними*.

Прочитайте



1. Гральним кубиком називають кубик, на грані якого нанесено числа 1, 2, 3, 4, 5 і 6, позначені відповідною кількістю точок (рис. 4). Яка з подій після підкидання грального кубика є більш імовірною:



Рис. 4

а) *A*: «випаде число 3» чи *B*: «не випаде число 3»;

б) *C*: «випаде парне число» чи *D*: «випаде непарне число»?

• а) Подія *A* відбудеться лише в одному випадку — якщо випаде число 3.

Подія *B* відбудеться у п'яти випадках — якщо випаде число 1, 2, 4, 5 або 6. Отже, подія *B* є більш імовірною.

б) Подія *C* відбудеться у трьох випадках — якщо випаде число 2, 4 або 6.

Подія *D* відбудеться також у трьох випадках — якщо випаде число 1, 3 або 5.

Отже, події *C* та *D* є *рівноймовірними*. •

Рівень А



634. Визначте, яка з подій є неможливою, вірогідною, випадковою:

а) після зими настане осінь;

б) у вибраному навмання підручнику буде 288 сторінок;

в) 20 липня в Одесі випаде сніг;

г) 1 січня в Україні почнеться новий рік;

д) в одного з пасажирів автобуса, в якому я їду, сьогодні день народження;

е) завтра буде хороша погода.



Визначте, яка з подій є неможливою, вірогідною, випадковою:

- а) я виграю в лотерею, оскільки придбав 3 квитки;
- б) я завтра зустріну живого динозавра;
- в) я підкину монету, і випаде «герб»;
- г) ідучи до школи, я зустріну знайомого, якого не бачив 2 роки;
- д) наступним днем після вівторка буде середа;
- е) наступним днем після середи буде вівторок.

636. Порівняйте можливості настання випадкових подій, використовуючи для цього вислови «більш імовірно», «менш імовірно», «рівноймовірно»:

а) ви прокинулися зранку:

A: сьогодні робочий день;

B: сьогодні вихідний день;

б) ви підкинули гральний кубик:

A: випаде число, кратне 3;

B: випаде число, кратне 2.



Порівняйте можливості настання випадкових подій, використовуючи для цього вислови «більш імовірно», «менш імовірно», «рівноймовірно»:

а) ви увімкнули телевізор:

A: транслюють футбольний матч; B: демонструють фільм;

б) ви влітку прокинулися та розсунули штори:

A: за вікном літня ніч;

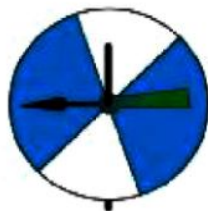
B: за вікном літній день;

в) ви підкинули монету:

A: випаде «герб»;

B: випаде «число».

638. Андрій та Сергій домовилися: якщо стрілка «вертушки» зупиниться на білому фоні, то вони підуть на озеро, якщо ж на темному, — готуватимуть уроки. Яка із цих подій є більш імовірною у випадку а); у випадку б)?



а)



б)

Рівень Б



639. Є 10 карток, пронумерованих числами від 1 до 10. Максим навмання бере одну із цих карток. Яка подія є ймовірнішою:



- а) «Максим вибрав картку з числом, більшим від 5» чи «Максим вибрав картку з числом, меншим від 5»;
- б) «Максим вибрав картку з числом, кратним 3» чи «Максим вибрав картку з числом, кратним 4»;
- в) «Максим вибрав картку з числом, яке ділиться на 4» чи «Максим вибрав картку з числом, яке ділиться на 5»?

У ящику є 100 деталей, з них 50 — першого сорту, 45 — другого сорту і 5 — бракованих. Контролер навмання бере з ящика одну деталь. Яка подія є ймовірнішою:

- а) «контролер вибрав браковану деталь» чи «контролер вибрав небраковану деталь»;
- б) «контролер вибрав деталь другого сорту» чи «контролер вибрав деталь першого сорту»;
- в) «контролер вибрав деталь першого сорту» чи «контролер вибрав деталь не першого сорту»?

Здогадайтеся



641. Трьом учням у темній кімнаті одягнули на голови чорні шапки. Перед ними поставили завдання: встановіть, кому яку шапку одягнули, якщо всіх шапок є п'ять, до того ж, дві з них — сірі, а три — чорні. Перед тим як увімкнути світло, сірі шапки заховали. Через деякий час один учень сказав, що він у чорній шапці. Як він міркував?

Цікаві розповіді

Про випадкові події



На перший погляд може здатися, що жодних законів, яким задовольняють випадкові події, бути не може — на те вони й випадкові. Однак якщо поміркувати як слід, то можна дійти висновку, що й випадкові події мають певні закономірності.

Розглянемо приклад. Уявімо собі, що ми підкидаємо монету і фіксуємо, що випаде — «герб» чи «число». Підкинувши монету один раз, не можна передбачити, яким боком вона впаде. Але якщо підкидати її тисячу разів поспіль, то вже можна зробити якісь висновки про те, скільки разів випаде «герб», а скільки — «число».

У XVIII столітті експерименти з монетою проводив французький природодослідник Жорж Луї де Бюффон (1707 – 1788), у якого під час 4040 підкидань

«герб» випав 2048 разів. На початку ХХ століття англійський математик Карл Пірсон провів 24 000 підкидань, і «герб» випав 12 012 разів.

Обидва експерименти дають подібні результати: підкидаючи багаторазово монету, появу «герба» спостерігали приблизно у половині всіх підкидань, тобто частота появи «герба» приблизно дорівнює 0,5. Отже, хоча кожний результат підкидання монети є випадковою подією, але, багаторазово повторюючи експеримент, можна помітити вказану закономірність.

Розглянемо ще один приклад. Коли в сім'ї повинна народитися дитина, ніхто не може заздалегідь передбачити, чи це буде хлопчик, чи дівчинка. Але в усіх країнах і в усіх народів на 1000 новонароджених у середньому припадає 511 хлопчиків і 489 дівчаток. Цю закономірність відзначало чимало вчених, серед них був і основоположник теорії ймовірностей — французький математик П'єр Сімон Лаплас (1749 – 1827).

Вправи для повторення



642. Доньці 9 років, що становить $\frac{3}{11}$ віку матері, а вік матері становить $\frac{3}{5}$ віку бабусі. Скільки років бабусі?
643. Запишіть десятковим дробом число: $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{40}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{2}{7}$.
644. Знайдіть відношення:
- а) 450 до 15; б) $\frac{2}{3}$ до $\frac{1}{6}$; в) 7,8 до 0,12.
645. Через першу трубу басейн можна наповнити за 3 год, а через другу — за 6 год. За скільки годин можна наповнити басейн, якщо відкрити обидві труби?

22. Імовірність випадкової події

Ви вже знаєте, що випадкові події можуть бути більш імовірними, менш імовірними, рівноймовірними, тобто випадкову подію можна охарактеризувати поняттям *імовірність*. Якими числами можна оцінювати ймовірність? Зрозуміти це допоможуть такі приклади.

Приклад 1. На столі лежать 8 зовні однакових зошитів, з них один у клітинку, а решту — в лінійку. Учень хоче взяти зошит у клітинку. Маємо 8 рівноймовірних випадків взяти зошит, і лише в одному з них він буде у клітин-

ку. Тому вважають, що ймовірність того, що навмання взятий зошит буде зошитом у клітинку, дорівнює $\frac{1}{8}$.

Відношення $\frac{1}{8}$ є ймовірністю події: взятий зошит буде зошитом у клітинку.

Приклад 2. У лотереї є 1000 білетів, з них 10 виграшні. Яка ймовірність того, що куплений лотерейний білет буде виграшним?

Маємо 1000 рівноймовірних випадків купити білет лотереї, і лише у 10 випадках він буде виграшним. Відношення $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$ є ймовірністю події: білет буде виграшним.

Приклад 3. В урні є 7 білих і 3 червоних кульки. Не зазираючи в урну, навмання виймають 1 кульку. Ймовірність того, що вийняли білу кульку, дорівнює $\frac{7}{10}$, оскільки в урні є 10 кульок, тобто маємо 10 рівноймовірних випадків вийняти кульку, і серед них лише у 7 випадках кулька буде білою. Ймовірність вийняти червону кульку дорівнює $\frac{3}{10}$.

Відношення $\frac{7}{10}$ є ймовірністю події: вийнята кулька буде білого кольору, а відношення $\frac{3}{10}$ є ймовірністю події: вийнята кулька буде червоного кольору.

Ймовірність неможливої події дорівнює 0, а вірогідної — 1.

Прочитайте



1. Знайти ймовірність того, що після підкидання грального кубика випаде число 3; числа 10.

• Після підкидання грального кубика може випасти будь-яке з шести чисел — 1, 2, 3, 4, 5 або 6, тобто можливі 6 різних випадків, і лише в одному з них випаде число 3. Тому ймовірність того, що після підкидання грального кубика випаде число 3, дорівнює $\frac{1}{6}$. Ймовірність появи числа 10 дорівнює нулю, оскільки така подія неможлива. •

2. На полиці розміщено 10 підручників, 15 томів з художніми творами і 3 довідники. Наталя навмання бере одну книжку. Яка ймовірність того, що ця книжка: **а)** є підручником; **б)** не є підручником?

• **а)** Підручників на полиці є 10, а всіх книжок — $10 + 15 + 3 = 28$. Тому ймовірність того, що взята книжка є підручником, дорівнює $\frac{10}{28}$, тобто $\frac{5}{14}$.

б) Не підручників (інших книжок) є $15 + 3 = 18$, усіх книжок — 28. Тому ймовірність того, що взята книжка не є підручником, дорівнює $\frac{18}{28}$, тобто $\frac{9}{14}$.

Рівень А



646. Перед початком футбольного матчу суддя шляхом жеребкування визначає, яка з команд повинна розпочати гру із центра поля. Жеребкування проводиться за допомогою монети: один з капітанів команд вибирає «число» чи «герб», суддя підкидає монету, якщо капітан відгадав, що випаде, то гру розпочинає його команда, якщо ні — команда суперника. Яка ймовірність того, що після підкидання монети випаде: **а)** «число»; **б)** «герб»? Чи можна таке жеребкування назвати справедливим?

647. У магазині є 1000 батарейок, з них 4 — браковані. Яка ймовірність того, що куплена батарейка виявиться: **а)** бракованою; **б)** не бракованою?



648. Випустили 100 000 лотерейних білетів, з них 2500 — виграшні. Яка ймовірність того, що придбаний білет виявиться: **а)** виграшним; **б)** не виграшним?

649. У коробці є 20 білих і 5 жовтих кульок. Яка ймовірність того, що навмання вийнята кулька виявиться білою; жовтою?

650. У вазі є 8 шоколадних цукерок і 12 льодяників. Не зазираючи у вазу, Надійка навмання взяла одну цукерку. Яка ймовірність того, що Надійка взяла: **а)** шоколадну цукерку; **б)** льодяник?



651. У пакеті є 7 зелених і 3 червоних яблука. Яка ймовірність того, що взяте навмання яблуко буде червоним?

Рівень Б



652. Щоб визначити, як часто в лісопарку трапляються ті чи інші породи дерев, учні порохували дерева усіх порід. Результати занесли до таблиці.

Породи	Сосна	Дуб	Граб	Береза	Ялина	Усього
Кількість	182	146	130	165	73	696

Знайдіть імовірність того, що навання вибране у лісопарку дерево буде:
а) грабом; б) хвойним; в) листяним.

653. З натуральних чисел від 1 до 24 Олег навання називає одне число. Яка ймовірність того, що це число буде дільником числа 24?



Набираючи номер телефону, Іра забула останню цифру, тому набрала її навання. Знайдіть імовірність того, що номер набрано правильно.

655. У школі є два шостих класи — 6-А та 6-Б. У 6-А класі навчається 16 дівчат і 12 хлопців, а в 6-Б — 14 дівчат і 16 хлопців. Знайдіть імовірність того, що шестикласник, якого ви зустрінете, є: а) дівчиною; б) хлопцем із 6-Б класу.

656. Цукерки «Карамель» розклали у три пакети: у перший пакет поклали 15 цукерок, у другий — 25, а у третій — 30, до того ж, у кожен пакет поклали по 3 шоколадні цукерки. З якого пакета ймовірність виїняти шоколадну цукерку є найбільшою, а з якого — найменшою? Знайдіть ці ймовірності.



Гральний кубик підкинули один раз. Яка ймовірність того, що:

- а) випаде парне число;
б) випаде число, яке є дільником числа 6;
в) випаде число, більше від 4;
г) випаде число 7;
д) випаде одне із чисел 1, 2, 3, 4, 5 чи 6?
658. Куб, усі грані якого пофарбовано, розрізали на 27 рівних кубиків. Знайдіть імовірність того, що взятий навання кубик має:
а) 3 пофарбовані грані;
б) 2 пофарбовані грані;
в) 1 пофарбовану грань;
г) 0 пофарбованих граней.

Здогадайтеся



659. Літак вилетів з міста *A* опівдні й приземлився у місті *B* о 14 годині за місцевим часом. Опівночі він вилетів з міста *B* й прилетів до міста *A* тоді, коли там була 6 година ранку. В обох випадках швидкість літака була однаковою. Скільки часу тривав політ від одного міста до іншого?

Пропорція $36 : 9 = 24 : 6$ правильна, оскільки значенням її лівої й правої частин є одне й те саме число 4.

Знайдіть добутки крайніх і середніх членів цієї пропорції. Порівняйте їх.

$$36 \cdot 6 = 216; \quad 9 \cdot 24 = 216.$$



У правильній пропорції добуток крайніх членів дорівнює добутку середніх членів.

Цю властивість називають *основною властивістю пропорції*.

Отже, якщо пропорція $a : b = c : d$ ($\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) правильна, то $ad = bc$.

Правильно і навпаки: *якщо добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку середніх членів, то ця пропорція правильна.*

Для правильної пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ з рівності $ad = bc$ можна знайти будь-який член пропорції за правилом знаходження невідомого множника. Наприклад:

$$a = \frac{bc}{d}; \quad d = \frac{bc}{a},$$

де a і d — крайні члени пропорції, bc — добуток середніх членів пропорції. Маємо правило:



Щоб знайти крайній член пропорції, потрібно добуток її середніх членів поділити на інший крайній член.

Аналогічно

$$b = \frac{ad}{c}; \quad c = \frac{ad}{b}.$$



Щоб знайти середній член пропорції, потрібно добуток її крайніх членів поділити на інший середній член.

Для тих, хто хоче знати більше



З основної властивості пропорції випливає, що коли в правильній пропорції поміняти місцями середні члени або крайні члени, то отримаємо нові правильні пропорції.

Так, якщо пропорція $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ правильна, то $ad = bc$. Тоді правильними будуть пропорції:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ (поміняли місцями середні члени),}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \text{ (поміняли місцями крайні члени),}$$

$$\frac{d}{c} = \frac{b}{a} \text{ (поміняли місцями крайні та середні члени),}$$

бо в кожній з них добуток ad крайніх членів дорівнює добутку bc середніх членів.

Якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ — правильна пропорція, то правильними будуть і пропорції

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (a \neq b, c \neq d).$$

Прочитайте



1. Знайти невідомий член пропорції $1,2 : x = 3 : 7$.

• За правилом знаходження середнього члена пропорції матимемо:

$$x = \frac{1,2 \cdot 7}{3}; \quad x = 2,8. \quad \bullet$$

2. Розв'язати рівняння: а) $\frac{x+6}{15} = \frac{1,6}{3}$; б) $\frac{5,6}{7} = \frac{1,68}{4y}$.

• а) $x+6 = \frac{15 \cdot 1,6}{3}$; $x+6 = 5 \cdot 1,6$; $x+6 = 8$; $x = 8 - 6$; $x = 2$;

б) $4y = \frac{7 \cdot 1,68}{5,6}$; $4y = 2,1$; $y = 2,1 : 4$; $y = 0,525$. •

Усно



663. Прочитайте пропорції. Чи правильні ці пропорції?

$$5 : 2 = 10 : 4; \quad 8 : 2 = 24 : 6; \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12}; \quad \frac{7}{2} = \frac{35}{10}.$$

664. Назвіть крайні та середні члени пропорції:

а) $1 : 2 = 5 : 10$; б) $21 : 3 = 14 : 2$; в) $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$.

Які рівності випливають із цих пропорцій, виходячи з основної властивості пропорції?

665. Знайдіть невідомий член пропорції:

а) $x : 5 = 8 : 4$; б) $27 : x = 9 : 2$; в) $\frac{5}{x} = \frac{2}{3}$.

Рівень А



666. Запишіть пропорцію, в якій кожне відношення дорівнює:

а) 2;

б) $\frac{1}{2}$.

667. Складіть, якщо це можливо, пропорцію із 4 даних чисел:

а) 2; 6; 15; 5;

б) 18; 4; 24; 3.

Чи правильна пропорція:

668. а) $24 : 30 = 28 : 35$;

б) $2,5 : 2 = 40 : 32$;

в) $2,1 : 0,7 = 1,5 : 0,5$;

г) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 2 : 1$?

а) $9 : 27 = 3 : 12$;

б) $3,5 : 0,5 = 21 : 3$;

в) $35 : 1,05 = 2 : 0,06$;

г) $2\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = 4 : 1$?



Знайдіть невідомий член пропорції:

670. а) $x : 2 = 3 : 11$;

б) $0,5 : x = 15 : 2,4$;

в) $\frac{5}{0,5} = \frac{90}{x}$.



а) $75 : 30 = x : 3$;

б) $1,5 : 0,3 = 9 : x$;

в) $\frac{x}{5} = \frac{2,4}{20}$.

Розв'яжіть рівняння:

672. а) $0,1 : 2 = x : 6$;

б) $\frac{2,5}{4} = \frac{11}{2x}$;

в) $7 : 3x = 2 : 9$;

г) $4 : (x - 3) = 2 : 3$;

д) $\frac{x+1}{6} = \frac{5}{3}$;

е) $x : 1\frac{1}{2} = 4 : \frac{1}{3}$.



а) $\frac{5x}{3} = \frac{25}{2}$;

б) $\frac{12,3}{6} = \frac{x}{4}$;

в) $(x - 5) : 9 = 7 : 3$.

674. Виберіть з даних відношень два, з яких можна скласти правильну пропорцію:

а) $5 : 20$;

б) $\frac{1}{3} : 3$;

в) $4,2 : 21$;

г) $2,5 : 10$.

Рівень Б



Знайдіть невідомий член пропорції:

$$\text{а) } \frac{8}{9} : x = 0,2 : 0,3; \quad \text{б) } x : \frac{2}{7} = 7 : \frac{5}{11}; \quad \text{в) } \frac{12,4}{15} = \frac{\frac{2}{x}}$$

Розв'яжіть рівняння:

$$676. \quad \text{а) } \frac{8y}{9} = \frac{6,4}{0,45}; \quad \text{б) } \frac{x+3}{14} = \frac{3,6}{0,7};$$

$$\text{в) } 2,4 : (0,5z) = 3,6 : 1\frac{2}{3}; \quad \text{г) } \frac{t-1,8}{27} = \frac{2\frac{1}{3}}{2,1}.$$



$$\text{а) } 3\frac{1}{3} : (17-x) = 0,5 : 0,25; \quad \text{б) } 7 : \left(\frac{4}{11}y\right) = 56 : 3,2.$$

$$678. \quad \text{Знайдіть такі значення } x \text{ та } y, \text{ щоб кожна з рівностей } \frac{x}{y} = \frac{7}{9} \text{ і } \frac{7,2}{5} = \frac{y}{0,25}$$

була правильною.

679. Переставивши крайні або середні члени заданої пропорції, складіть три нові правильні пропорції:

$$\text{а) } 6 : 4 = 15 : 10; \quad \text{б) } 3 : 1,2 = 2,5 : 1; \quad \text{в) } \frac{25}{30} = \frac{5}{6}.$$

680. Пропорція $\frac{k}{l} = \frac{m}{n}$ правильна. Переставивши її крайні або середні члени, складіть три нові правильні пропорції.

Здогадайтеся



681. Для перевезення зерна заготували мішки двох видів, в одні вміщується по 60 кг зерна, а в інші — по 80 кг. Скільки потрібно мішків кожного виду, щоб перевезти 1 т зерна, якщо всі мішки повинні бути заповнені повністю?

Цікаві розповіді

Пропорція і музика



Слово «пропорція» (від латинського *proportio*) означає «співрозмірність», «певне відношення частин між собою».

За допомогою пропорцій розв'язували задачі ще в стародавні часи. Повну теорію пропорцій було створено у Стародавній Греції в IV ст. до н. е. здебільшого в працях учених Евдокса Кнідського та Теетета.

Теорію пропорцій досконало висвітлено у «Началах» Евкліда, зокрема, там є доведення її основної властивості пропорції.

Стародавні греки називали вчення про відношення і пропорції музикою, яку вважали галуззю математики. Вони знали, що слабше натягнута струна дає нижчий («товстіший») звук, а тугіше натягнута струна — вищий звук. Але в кожному струнному музичному інструменті є не одна, а кілька струн. Щоб усі струни під час гри звучали «узгоджено», приємно для слуху людини, їхні довжини (а за однакових довжин — товщини) повинні перебувати у певному відношенні. Тому вчення про відношення і пропорції стародавні греки називали музикою.

Пропорційність використовувалася і використовується сьогодні в мистецтві, архітектурі. Використання пропорційності в архітектурі, живописі, скульптурі означає дотримання певних співвідношень між окремими частинами споруди, картини, скульптури тощо.

Сучасний запис пропорції ($a : b = c : d$) увів на початку XVIII ст. німецький математик Г. Лейбніц.

Вправи для повторення



682. Площа квадрата дорівнює 25 см^2 . Чому дорівнює площа квадрата, сторона якого удвічі більша від сторони даного квадрата?
683. Автомобіль, рухаючись зі швидкістю 70 км/год , подолав шлях між двома містами за 3 год. За який час подолає цей шлях мотоцикліст, який рухається зі швидкістю 40 км/год ?
684. Тарас робить 3 кроки за 5 с, а Сергій — 5 кроків такої ж довжини за 8 с. Хто із хлопців ходить швидше?
685. Перший робітник за 8 хв виготовив 3 деталі, а другий за 10 хв — 4 такі ж деталі. У котрого з робітників продуктивність праці вища?
686. Маса 4 однакових деталей дорівнює $21,6 \text{ кг}$. Яка маса 15 таких же деталей?

24. Пряма пропорційна залежність

Задача. Три метри тканини коштують 60 грн. Скільки коштують 6 м цієї ж тканини?

Знайдіть два способи розв'язання задачі.

I спосіб

- 1) $60 : 3 = 20$ (грн.) — коштує 1 м тканини.
- 2) $20 \cdot 6 = 120$ (грн.) — коштують 6 м тканини.

II спосіб

- 1) $6 : 3 = 2$ — у скільки разів збільшилося тканини.
- 2) $60 \cdot 2 = 120$ (грн.) — коштують 6 м тканини (вартість збільшилася удвічі).

Відповідь. 120 грн.

Розв'язуючи задачу другим способом, ми міркували так:

- а) вартість тканини за сталої ціни *залежить* від кількості метрів тканини (тобто між вартістю тканини та її кількістю існує залежність);
- б) ця залежність має таку властивість: у скільки разів збільшується кількість метрів тканини, у стільки ж разів збільшується її вартість; якщо кількість метрів тканини зменшується, то у стільки ж разів зменшується її вартість.

Залежність між величинами, що мають таку властивість, називають *прямо пропорційною залежністю*.



Залежність двох величин називають прямо пропорційною, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї величини у кілька разів у стільки ж разів збільшується (зменшується) інша величина.

У розв'язанні задачі йдеться про дві величини, залежність між якими є прямо пропорційною, або про дві прямо пропорційні величини: кількість метрів тканини та їх вартість.

3 м тканини коштують 60 грн., або трьом метрам тканини відповідає вартість 60 грн. А шести метрам тканини відповідає вартість 120 грн. З означення прямо пропорційної залежності випливає, що відношення кількостей метрів тка-

нини $\left(\frac{6}{3} = 2\right)$ дорівнює відношенню відповідних значень їх вартостей

$\left(\frac{120}{60} = 2\right)$, тобто $\frac{6}{3} = \frac{120}{60}$.

Отже, якщо дві величини є прямо пропорційними, то відношення значень однієї величини дорівнює відношенню відповідних значень іншої величини.

Прочитайте



Розв'язати задачі за допомогою пропорції.

1. З 10 кг яблук виходить 8 кг яблучного пюре. Скільки яблучного пюре вийде із 44 кг яблук?

• Нехай із 44 кг яблук виходить x кг пюре. Запишемо умову задачі у вигляді такої схеми:

$$10 \text{ кг} \text{ — } 8 \text{ кг};$$

$$44 \text{ кг} \text{ — } x \text{ кг}.$$

(Цю схему будемо розуміти так: 10 кг яблук відповідає 8 кг пюре, 44 кг яблук відповідає x кг пюре.)

Маса яблук і відповідна маса яблучного пюре є прямо пропорційними, бо у скільки разів більше ми візьмемо яблук, у стільки ж разів більше отримаємо яблучного пюре.

За властивістю прямо пропорційних величин запишемо пропорцію:

$$\frac{10}{44} = \frac{8}{x}.$$

Звідки $x = \frac{8 \cdot 44}{10}$; $x = 35,2$ (кг) — маса пюре.

Відповідь. 35,2 кг. •

2. Відстань між Києвом і Тернополем дорівнює 360 км. Яка відстань між цими містами на карті з масштабом 1 : 5 000 000?

• Оскільки масштаб карти 1 : 5 000 000, то 1 см на карті відповідає 5 000 000 см = 50 км на місцевості. Нехай відстань між Києвом і Тернополем на карті дорівнює x см. Тоді:

$$1 \text{ см} \text{ — } 50 \text{ км};$$

$$x \text{ см} \text{ — } 360 \text{ км}.$$

Відстань на місцевості прямо пропорційна відстані на карті.

Тому $\frac{1}{x} = \frac{50}{360}$, звідки $x = \frac{1 \cdot 360}{50} = 7,2$ (см).

Відповідь. 7,2 см. •

3. Сплав складається з міді, цинку і нікелю, маси яких відносяться як 13 : 3 : 4. Знайти масу сплаву, якщо для його виготовлення використали 1,8 кг цинку. (Відношення 13 : 3 : 4 означає, що у сплаві на мідь припадає 13 частин, на цинк — 3 таких же за масою частини та на нікель — 4 частини.)

• Сплав складається з $13 + 3 + 4 = 20$ частин, з яких на цинк припадає 3 частини. Нехай маса сплаву дорівнює x кг. Тоді:

20 частин — x кг;

3 частини — 1,8 кг.

За сталої маси частини кількість частин та їх маса прямо пропорційні.

Тому $\frac{20}{3} = \frac{x}{1,8}$, звідки: $x = \frac{20 \cdot 1,8}{3}$; $x = 12$ (кг).

Відповідь. 12 кг. •



Усно



687. Які з поданих величин є прямо пропорційними:
- кількість хлібін та їх маса за сталої маси однієї хлібини;
 - площа прямокутника і його довжина за сталої ширини;
 - маса одного пакета та кількість пакетів, у які розфасуванні 10 кг борошна;
 - периметр квадрата і довжина його сторони;
 - вартість і кількість товару за однієї і тієї ж ціни;
 - об'єм куба та довжина його ребра;
 - шлях та час руху за сталої швидкості?

Рівень А



688. Сталева кулька об'ємом 5 см^3 має масу 39 г. Яку масу має кулька об'ємом $2,5 \text{ см}^3$, виготовлена з тієї ж сталі?
689. Зі 100 кг насіння льону виходить 37 кг олії. Скільки олії вийде із 250 кг такого насіння?
-  Сувій, у якому є 42 м тканини, коштує 1302 грн. Скільки коштує сувій, у якому є 36 м такої ж тканини?
-  Пасажир метро, стоячи на ескалаторі завдовжки 150 м, піднімається вгору за 3 хв. За який час пасажир підніметься ескалатором завдовжки 180 м, якщо швидкості ескалаторів однакові?
692. У 80 кг картоплі міститься 14 кг крохмалю. Скільки картоплі потрібно взяти, щоб одержати 35 кг крохмалю?
693. Із 200 кг цукрових буряків виходить 37 кг цукру. Скільки потрібно буряків, щоб одержати 185 кг цукру?

694. На пошиття 30 однакових костюмів витратили 99,6 м тканини. Скільки таких же костюмів вийде зі 149,4 м тканини?



695. Із 20 кг води озера Сиваш (Крим) можна видобути 0,5 кг солі. Скільки потрібно взяти цієї води, щоб видобути 1 т солі?

696. Довжина автомобільної траси дорівнює 150 км. Яка довжина цієї траси на карті з масштабом 1 : 500 000?



697. Знайдіть відстань між двома містами, якщо відстань між ними на карті з масштабом 1 : 1 000 000 дорівнює 8,4 см.

698. Довжина будинку дорівнює 12 м, а на плані ця довжина дорівнює 24 см. Знайдіть масштаб плану.

699. Відрізок AB завдовжки 28 см точкою C ділиться у відношенні 2 : 5. Знайдіть довжини відрізків AC і CB .

700. Периметр трикутника дорівнює 90 см. Чому дорівнюють його сторони, якщо їх відношення дорівнює 3 : 3 : 4?



701. Для виготовлення фарфору беруть 25 частин білої глини, 2 частини піску й 1 частину гіпсу. Скільки кожного із цих матеріалів потрібно взяти для виготовлення 56 кг суміші, з якої виготовляють фарфор?

Рівень Б



702. Щоб виготовити замазку для дерева, використали вапно, житнє борошно й олійний лак у відношенні 3 : 2 : 2. Скільки взяли кожного матеріалу, якщо відомо, що в замазці вапна є більше, ніж житнього борошна, на 1,3 кг?

703. Водій помітив, що, проїхавши 140 км на автомобілі «Таврія», він витратив 7 л бензину, а проїхавши 150 км на автомобілі «Тойота» — 18 л. Який з автомобілів витрачає на 100 км шляху більше бензину і на скільки літрів?

704. На плані з масштабом 1 : 100 кімната має розміри 6,8 см \times 4,5 см. Скільки потрібно фарби для фарбування підлоги в цій кімнаті, якщо для фарбування 7,5 м² підлоги пішло 0,75 кг фарби?



705. Електропоїзд відправився з однієї зі станцій об 11 год 24 хв, і прибув до наступної об 11 год 39 хв, подолавши відстань 16 км. Яку відстань подолає електропоїзд за 1,5 год руху з такою ж швидкістю?

706. На рисунку зображено план фасаду будинку в деякому масштабі. Довжина фасаду реального будинку становить 12 м. Виконайте необхідні вимірювання на рисунку та знайдіть:

- а) висоту стін реального будинку;
б) висоту будинку з дахом.



707. За 36 днів 20 курей споживають 180 кг комбікорму. Скільки комбікорму потрібно для 15 курей на 24 дні?



За 36 робочих днів бригада лісорубів із 30 осіб заготовила 1944 м^3 дров. Продуктивність праці всіх лісорубів однакова. Скільки дров заготовить бригада із 24 чоловік за 50 днів за такої ж продуктивності праці?

709. Для того щоб побудувати стіну завдовжки 18 м, завтовшки 0,5 м і заввишки 3 м, потрібно 10 800 цеглин. Якої висоти стіну завдовжки 15 м, завтовшки 0,25 м можна побудувати, маючи 5 400 цеглин?



Сплав складається з міді, олова і сурми, взятих у відношенні 1 : 2 : 2. Знайдіть масу сплаву, якщо він містить 2,8 кг олова.

711. Периметр трикутника ABC дорівнює 32,5 см. Знайдіть довжини сторін цього трикутника, якщо сторона AB відноситься до сторони BC як 3 : 4, а BC до AC — як 2 : 3.



У будинку є двокімнатні, трикімнатні та чотирикімнатні квартири, — всього 180 квартир. Число двокімнатних квартир відноситься до числа трикімнатних як 5 : 6, а число трикімнатних до числа чотирикімнатних — як 3 : 2. Скільки двокімнатних, трикімнатних і чотирикімнатних квартир є у будинку?

Здогадайтеся



713. Один бізнесмен виділив 280 000 доларів своїй дружині й майбутній дитині за такої умови: коли народиться син, то він повинен одержати грошей удвічі більше від матері, а коли дочка, то мати повинна одержати удвічі більше від дочки. Народилися близнята — син і дочка. Як поділити гроші?

Вправи для повторення



714. Виконайте дії:
- а) $645\,328 - 328 : 8 + 198 \cdot 306$; б) $713,4 : (61 - 26,2) + 4,8 \cdot 3,5$;
в) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{3}{4}$; г) $\left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11}\right) : \frac{10}{11}$.
715. Знайдіть значення виразу $24,5x - 3,6 : y$, якщо $x = 0,2$ і $y = 1,6$.
716. Розв'яжіть рівняння:
- а) $(x - 1,84) - 4,5 = 0,4$; б) $7m + 24 - 3m = 46,4$;
в) $0,5 \cdot (1 + 3,2x) = 5,3$; г) $3,1 \cdot (3y + 2,503) - 17,41 = 57,3$.
717. Маємо прямокутний паралелепіпед завдовжки 6,5 дм, завширшки 4,6 дм і заввишки 5 дм. Знайдіть площу поверхні та об'єм паралелепіпеда.

25. Відсоткове відношення

Відношення чисел або величин можна виражати у відсотках, для цього відношення потрібно помножити на 100%. Наприклад, $3 : 5 = 0,6 = 0,6 \cdot 100\% = 60\%$. Кажуть, що число 3 становить 60% від числа 5, або що *відсоткове відношення* чисел 3 і 5 дорівнює 60%.

Знайдемо відсоткове відношення чисел 15 і 10:

$$15 : 10 = 1,5 = 1,5 \cdot 100\% = 150\%.$$

Отже, число 15 становить 150% від числа 10.

Розглянемо задачу.

Оператор планував протягом робочого дня набрати на комп'ютері 30 сторінок тексту, а насправді набрав лише 27. На скільки відсотків оператор виконав завдання?

Завдання, тобто 30 сторінок, є тим числом, з яким потрібно порівняти число 27, тому потрібно знайти відсоткове відношення чисел 27 і 30. Маємо: $27 : 30 = 0,9 \cdot 100\% = 90\%$.

Отже, оператор виконав завдання на 90%.

Прочитайте



1. Замість планових 80 деталей робітник виготовив 90 деталей. Скільки відсотків плану виконав робітник?

• Щоб відповісти на запитання задачі, потрібно знайти, скільки відсотків становить 90 від 80. Для цього потрібно знайти відношення чисел 90 і 80 та виразити його у відсотках:

$$\frac{90}{80} = 1,125 = 112,5\%.$$

Отже, робітник виконав 112,5% плану.

Відповідь. 112,5%. •

2. У 10%-й розчин солі масою 450 г досипали 30 г солі. Знайти відсотковий вміст солі в новому розчині.

• 1. $10\% = 0,1$; $450 \cdot 0,1 = 45$ (г) — маса солі в розчині.

2. $45 + 30 = 75$ (г) — маса солі в новому розчині.

3. $450 + 30 = 480$ (г) — маса нового розчину.

4. $\frac{75}{480} \cdot 100\% = 15\frac{5}{8}\%$ — відсотковий вміст солі в новому розчині.

Відповідь. $15\frac{5}{8}\%$. •

Усно



718. Знайдіть відсоткове відношення чисел: 3 і 6; 2 і 10; 20 і 10.

719. Назвіть кілька чисел, відсоткове відношення яких дорівнює 50%; 200%.

Рівень А



720. Скільки відсотків становить число 24 від числа 32?



721. Скільки відсотків становить число 40 від числа 32?

722. Поле має площу 200 га, з них 10 га засадили капустою. Скільки відсотків поля засадили капустою?



723. Із 400 кг молока одержали 84 кг вершків. Скільки відсотків молока становлять вершки?

724. Із 32 т нафти одержали 10 т гасу. Скільки відсотків становить маса гасу від маси нафти?



725. У списках виборчої дільниці налічується 1280 виборців. У день виборів проголосували 1120 виборців. Який відсоток виборців взяли участь у голосуванні?

726. У червні 12 днів ішов дощ, а решту днів були сонячними. Скільки відсотків припадає на сонячні дні у червні?

Рівень Б



727. Із 200 кг чайного листа одержали 8 кг чаю. Скільки відсотків своєї маси втрачає чайний лист у процесі сушіння?



Із 16 кг сирого м'яса одержали 10,4 кг вареного. Скільки відсотків своєї маси втрачає сире м'ясо у процесі варіння?

729. У місті А з 20 000 повнолітніх проголосувало 17 500 виборців, а в місті В з 32000 — проголосувало 25 800. У якому місті виборці голосували активніше?

730. У 20%-й розчин солі масою 200 г долили 120 г води. Знайдіть відсотковий уміст солі в новому розчині.



У 5%-й розчин солі масою 300 г досипали 75 г солі. Знайдіть відсотковий уміст солі у новому розчині.

Здогадайтеся



732. На гуртівні є запаковані ящики з рибою по 16 кг, 17 кг і 40 кг. Чи може працівник гуртівні завезти до магазину 140 кг риби, не розкриваючи жодного ящика?

Вправи для повторення



733. Порівняйте значення виразів:

а) $22,592 : 32 - 0,248$ і $1,25 \cdot 541 - 675,802$;

б) $(162 - 38) \cdot 2,5 - 68,8 : 16$ і $58 \cdot 5,3 - 110,4 : 48$.

734. Поле площею 50 га засіяли ячменем. Із ділянки поля площею 35 га зібрали по 34 ц ячменю з 1 га, а з решти поля — по 36 ц з 1 га. Знайдіть середню врожайність ячменю на цьому полі.

735. До магазину завезли 220 кг яблук першого та другого сорту, з них 45% — першого сорту. Скільки яблук другого сорту завезли до магазину?

736. Коли Андрій витратив 55% наявних у нього грошей на купівлю зошитів, то у нього залишилося 1 грн. 80 к. Скільки грошей мав Андрій спочатку?

26. Відсоткові розрахунки

Ми розв'язували задачі на відсотки зведенням їх до основних задач на дроби. Ці задачі можна розв'язувати і за допомогою пропорцій. Розглянемо такий спосіб розв'язування задач на відсотки.

Нехай у школі є 50 шестикласників. Тоді:

10% шестикласників — це $50 \cdot 0,1 = 5$ (учнів);

20% шестикласників — це $50 \cdot 0,2 = 10$ (учнів);

40% шестикласників — це $50 \cdot 0,4 = 20$ (учнів).

Яка існує залежність між числом відсотків і кількістю учнів, що відповідає цим відсоткам?

У скільки разів збільшується число відсотків, у стільки ж разів збільшується кількість учнів, що відповідає цим відсоткам.

Отже, число відсотків деякої величини прямо пропорційне значенню величини, що відповідає цим відсоткам.

Пам'ятаємо, що 100% деякої величини — це сама величина.

Задача 1. Зі свіжих слив виходить 21% сушених. Скільки сушених слив можна отримати з 80 кг свіжих?

• Нехай з 80 кг свіжих слив можна отримати x кг сушених. Свіжі сливи становлять 100%, а сушені — 21%. Запишемо умову задачі у вигляді схеми:

80 кг — 100%;

x кг — 21%.

Яка залежність між масою слив та числом відсотків, що становить ця маса від маси свіжих слив?

Маса слив прямо пропорційна кількості відсотків, що становить ця маса від маси свіжих слив, тому:

$$\frac{80}{x} = \frac{100}{21}; \quad x = \frac{80 \cdot 21}{100}; \quad x = 16,8 \text{ (кг)} \text{ — шукана маса сушених слив.}$$

Відповідь. 16,8 кг. •

Задача 2. Банк дав підприємцеві кредит 10 000 грн. зі ставкою 7% річних. Яку суму повинен повернути підприємець банкові через півроку?

• Якщо відсоткова ставка за рік становить 7%, то за півроку буде нараховано $7\% \cdot 0,5 = 3,5\%$ від початкової суми, тобто $10000 \cdot 0,035 = 350$ (грн.). Підприємець повинен повернути банку $10\ 000 + 350 = 10\ 350$ (грн.).

Відповідь. 10 350 грн. •

Задача 3. Фермер минулого року зібрав у середньому по 30 ц зернових з 1 га, а в цьому році — по 32 ц. На скільки відсотків зросла урожайність зернових у цьому році порівняно з минулим роком?

• Спочатку знайдемо, на скільки центнерів більше зернових зібрав фермер у цьому році: $32 - 30 = 2$ (ц). Тепер обчислимо, скільки відсотків становить знайдена різниця від урожаю минулого року. Оскільки порівнюємо з урожайністю минулого року, то 30 ц становить 100%, а 2 ц — $x\%$.

$$30 \text{ ц} — 100\%;$$

$$2 \text{ ц} — x\%.$$

$$\frac{30}{2} = \frac{100}{x}; \quad x = \frac{2 \cdot 100}{30} = 6\frac{2}{3}(\%).$$

Отже, урожайність зросла на $6\frac{2}{3}\%$.

Відповідь. $6\frac{2}{3}\%$. •

Щоб дізнатися, на скільки відсотків збільшилась або зменшилась дана величина, потрібно знайти:

1) на скільки одиниць збільшилась або зменшилась дана величина;

2) скільки відсотків становить одержана різниця від початкового значення величини.

Прочитайте



Задача 1. У процесі перегонки нафти з неї отримують 30% гасу. Скільки потрібно нафти, щоб одержати 9 т гасу?

• Маса нафти становить 100%, а маса гасу — 30%. Нехай щоб одержати 9 т гасу, потрібно переробити x т нафти. Запишемо умову задачі у вигляді схеми:

$$x \text{ т} — 100\%;$$

$$9 \text{ т} — 30\%.$$

Складаємо пропорцію: $\frac{x}{9} = \frac{100}{30}$; звідки $x = \frac{9 \cdot 100}{30}$; $x = 30$ (т) — маса нафти.

Відповідь. 30 т. •

Задача 2. Скільки відсотків становить число 24 від числа 30?

• Оскільки порівнюємо число 24 із числом 30, то число 30 становить 100%. Нехай число 24 становить $x\%$ від числа 30. Матимемо:

30 — 100%;

24 — $x\%$.

$$\frac{30}{24} = \frac{100}{x}; \quad x = \frac{24 \cdot 100}{30} = 80(\%) \text{ — становить число 24 від числа 30.}$$

Відповідь. 80%. •

Задача 3. Ціну на товар, що коштував 200 грн., знизили на 10%. На скільки відсотків потрібно підняти нову ціну, щоб отримати початкову?

• Початкова ціна (200 грн.) становить 100%, а знижена ціна становить $100\% - 10\% = 90\%$ від початкової. Нехай ціна після зниження дорівнює x грн. Тоді:

200 грн. — 100%;

x грн. — 90%.

$$\frac{200}{x} = \frac{100}{90}; \quad x = \frac{200 \cdot 90}{100} = 180 \text{ (грн.)}$$

Щоб знайти, на скільки відсотків потрібно підняти нову ціну, щоб отримати початкову, порівняємо з новою ціною (180 грн.) стару ціну. Нова ціна становить 100%, нехай початкова ціна (200 грн.) становить $x\%$ від нової. Тоді:

180 грн. — 100%;

200 грн. — $x\%$.

$$\frac{180}{200} = \frac{100}{x}; \quad x = \frac{200 \cdot 100}{180} = 111\frac{1}{9}(\%)$$

Отже, нову ціну слід підняти на $111\frac{1}{9}\% - 100\% = 11\frac{1}{9}\%$.

Відповідь. $11\frac{1}{9}\%$. •

Рівень А



737. Два трактори зорали поле площею 56 га, до того ж, перший трактор зорав 45% площі поля. Скільки гектарів зорав перший трактор?



Трактор зорав 26 га, що становить 52% площі поля. Знайдіть площу поля.

739. Два трактори зорали поле площею 40 га, до того ж, перший трактор зорав 18 га. Скільки відсотків площі поля зорав перший трактор?

Знайдіть:

740. а) 27% від числа 250;

б) 72% від числа 1,25.



а) 64% від числа 7,5;

б) 2,5% від числа $\frac{20}{21}$.

Знайдіть число, якщо:

742. а) 35% його дорівнює 0,7;

б) 5% його дорівнює $1\frac{2}{3}$.



а) 48% його дорівнює 16,8;

б) 15% його дорівнює $4\frac{2}{7}$.

744. Цукрова тростина при переробці на цукор втрачає 91% своєї початкової маси. Скільки потрібно взяти цукрової тростини, щоб одержати 1,8 т цукру?



Коли із цистерни надлили 4,5 т бензину, то у ній залишилося 85% початкової маси бензину. Скільки тонн бензину було в цистерні спочатку?

746. Автомобіль за перші 15 хв проїхав 12% шляху між двома містами. За який час автомобіль проїде 50% усього шляху?

747. За зміну робітник мав виготовити 40 деталей. Скільки відсотків плану виконав робітник, якщо за зміну він виготовив: а) 36 деталей; б) 42 деталі?

748. Бригада виготовила за день на 2 столи більше від норми, завдяки чому перевиконала план на 4%. Скільки столів мала виготовляти бригада за планом?



Робітник планував виготовити за зміну 20 деталей, однак перевиконав план на 5%. Скільки деталей виготовив робітник?

750. Вкладник вніс до банку 400 грн. під 15% річних. Яку суму грошей він матиме на рахунку через рік?

751. Вкладник вніс до банку певну суму грошей під 17% річних і через рік одержав 819 грн. Яку суму вкладник вніс до банку?



Вкладник вніс до банку 500 грн. і через рік після нарахування річних відсотків мав на рахунку на 80 грн. більше. Скільки річних відсотків нараховував банк?

753. Узимку куртка коштувала 160 грн. Навесні ціну на неї знизили на 15%. Яка ціна куртки навесні?



У зв'язку з інфляцією ціна на масло протягом півроку виросла на 6%. Початкова ціна 1 кг масла становила 9 грн. 50 к. Якою стала ціна 1 кг масла через півроку?

755. Оператор набирає на комп'ютері за шестигодинний робочий день 30 сторінок тексту. Скільки сторінок він набиратиме протягом години, якщо його продуктивність праці виросте на 20%?

756. Підприємець отримав за місяць 16 000 грн. прибутку, з яких 7000 грн. витратив на розширення виробництва. Скільки відсотків отриманого прибутку підприємець витратив на розширення виробництва?



Перший учень стрибнув у довжину на 2,4 м, а стрибок другого був на 15% довший. Чому дорівнює довжина стрибка другого учня?



758. У серпні пакет акцій фірми коштував 4000 грн., а в жовтні — 4200 грн. На скільки відсотків зросла вартість пакету акцій фірми?

759. На присадибній ділянці 50 м^2 засаджено полуницями, а 40 м^2 — помідорами. На скільки відсотків площа під полуницями більша від площі під помідорами?

760. У місті N проїзд у маршрутному таксі коштує 1 грн., а в автобусі — 80 к. На скільки відсотків вартість проїзду в маршрутному таксі більша від вартості проїзду в автобусі?



Робітник за зміну виготовив 80 деталей, а його учень — 56. На скільки відсотків менше деталей виготовив учень, ніж робітник?



Довжина поля дорівнює 80 м, а ширина — 20 м. На скільки відсотків довжина поля більша від ширини? На скільки відсотків ширина поля менша від довжини?

Рівень Б



763. З 1,6 га землі, що становить 8% площі всього поля, зібрали 48 ц пшениці. Скільки центнерів пшениці зібрали з поля, якщо врожайність на усьому полі однакова?



Периметр трикутника дорівнює 36 см. Довжина першої сторони становить 25% периметра і 75% довжини другої сторони. Знайдіть довжину кожної сторони трикутника.

765. Фермер засіяв соняшником 1,8 га поля, що на 20% більше, ніж торік. Яку площу фермер засівав соняшником торік?

766. Відстань між будинками Вінні-Пуха та П'ятачка становить 2 км. Одного дня Вінні-Пух пішов провідати П'ятачка і витратив на дорогу 25 хв, а наступного дня П'ятачок пішов провідати Вінні-Пуха і витратив на дорогу 20 хв. Чия швидкість з них більша і на скільки відсотків?



Відстань між будинками Вінні-Пуха та П'ятачка дорівнює 2 км. П'ятачок за хвилину проходить 75 м, а Вінні-Пух — 50 м. Вони вирішили обмінятися подарунками і вийшли одночасно назустріч один одному. Хто з них пройде більшу відстань до зустрічі та на скільки відсотків?



Гроші у сумі 14 000 грн., зібрані на благодійному концерті, були розподілені так: 45% грошей виділили для будинку дітей-сиріт, 42,5% — для будинку пристарілих, а на решту коштів купили піаніно для музикальної школи. Скільки коштує піаніно?

769. Три робітники виготовили замовлену партію деталей. Перший і другий робітники виготовили відповідно 30% і 40% усіх деталей, а третій — на 8 деталей менше, ніж другий. Скільки всього деталей виготовили робітники?

770. Щоб урахувати інфляцію 4%, виробник холодильників підняв ціну на кожний холодильник з 1250 грн. до 1290 грн. Чи правильно він виконав розрахунки?

771. Вкладник вніс до банку 500 грн. під 14% річних, через рік річна ставка зросла до 17%. Яку суму грошей він матиме на рахунку через 2 роки?



Банк дав підприємцеві кредит 20 000 грн. на 9 місяців зі ставкою 8% річних. Яку суму підприємець повинен повернути через 9 місяців?

773. Банк дав підприємцеві кредит на певну суму грошей зі ставкою 7% річних. Підприємець повернув банкові 32 100 грн. через 12 місяців. Яку суму кредиту брав підприємець?

774. Собівартість книжки для видавництва становить 8 грн., а відпускна ціна для магазину — 10 грн. 40 к. Який прибуток у відсотках має видавництво з кожної книжки?



Собівартість книжки для видавництва становить 9 грн., відпускна ціна для магазину на 10% більша від собівартості, а націнка магазину становить 20% від відпускної ціни. Яка ціна книжки в магазині?

776. Магазин отримав книжку за 5 грн. 50 к., націнка магазину — 20%. При оптовій закупці магазин зменшує свою ціну на 5%. Скільки коштує така книжка при оптовій закупці?

777. Ціна товару дорівнює 150 грн. Знайдіть ціну товару після двох послідовних знижень, якщо перше зниження було на 10%, а друге — на 5%.

778. Ціну на товар, що коштував 150 грн., спочатку зменшили на 20%, а потім нову ціну збільшили на 20%. Знайдіть ціну товару після двох переоцінок.



779. Ціну на товар, що коштував 150 грн., спочатку збільшили на 20%, а потім нову ціну зменшили на 20%. Знайдіть ціну товару після двох переоцінок.

780. Ціну на товар, що коштував 100 грн., зменшили на 20%. На скільки відсотків потрібно підняти нову ціну, щоб отримати початкову?

781. Сплав міді з оловом масою 12 кг містить 45% міді. Скільки кілограмів чистого олова потрібно додати до сплаву, щоб одержати новий сплав, який містив би 40% міді?



782. У воді розчинили 180 г солі й одержали 12%-ий розчин солі. Скільки грамів води використали для приготування розчину?

783*. Ціну на товар знизили на 10%. На скільки відсотків потрібно підвищити нову ціну, щоб отримати початкову?

784*. Є два числа. Перше число на 20% більше від другого. У скільки разів перше число більше від другого? Знайдіть ці числа, якщо їх сума дорівнює 11.

Здогадайтеся



785. На купівлю порції морозива Сергієві не вистачає 46 к., а Андрію — 5 к. Коли вони разом склали свої гроші, то їх усе ж не вистачило на морозиво — бракувало 1 копійки. Скільки коштує порція морозива?

Вправи для повторення



786. Знайдіть значення виразу:

а) $0,5 \cdot 1,6 + 14,911 : 3,7$;

б) $1,3 \cdot (313,2 : 8,7 - 5,3)$;

в) $9,396 : 2,7 - 5,6 \cdot 0,2$;

г) $12,5 \cdot 2,5 - 8,6 \cdot 2,5 + 2,1 \cdot 2,5$;

д) $0,4^2 + \frac{16}{25} : 0,0128$;

е) $2,5^2 - 1,5^2 + 3\frac{3}{7}$.

Розв'яжіть рівняння:

787. а) $3,6x - 4,5 = 15,3$;

б) $0,4(x + 1,6) = 3,24$;

в) $5\frac{4}{9} - \frac{2}{9}x = 3\frac{1}{3}$.

788. а) $\frac{x-10}{7} = \frac{4}{3}$;

б) $\frac{6}{7} = \frac{y-1,2}{5}$;

в) $\frac{8}{y-2} = \frac{5}{6}$.

789. У скільки разів потрібно збільшити число $3\frac{1}{9}$, щоб отримати число 7?

790. Знайдіть відношення:

а) 17 до 2;

б) 10 до 3;

в) 5 до 30.

27. Коло. Довжина кола

Уявлення про коло дають кермо автомобіля, обруч, каблучка тощо. Намисуємо коло. Для цього позначимо на площині деяку точку O . Візьмемо циркуль, поставимо його ніжку з голкою в точку O і розхилом у 3 см іншою ніжкою циркуля опишемо фігуру. Одержимо коло із центром у точці O . Усі точки кола розміщені на відстані 3 см від центра.

Сполучимо центр кола з довільною точкою A цього кола відрізком (рис. 5). Відрізок OA , а також його довжину називають *радіусом* кола. Радіус побудованого кола дорівнює 3 см. Відрізок, що сполучає дві точки кола і проходить через його центр, а також довжину цього відрізка називають *діаметром*. Діаметр кола удвічі довший від радіуса цього кола.

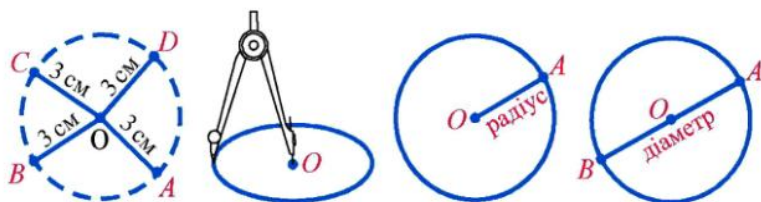


Рис. 5

Дві точки A та B , що лежать на колі (рис. 6), розбивають його на дві частини. Кожну із цих частин називають *дугою* кола. Точки A та B — кінці цих дуг. Якщо точки A та B є кінцями діаметра, то вони розбивають коло на дві рівні частини, кожна з яких називають *півколом*.

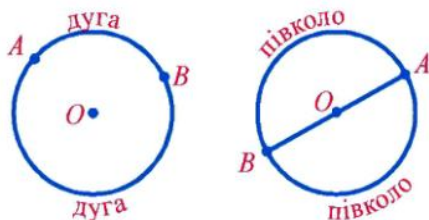


Рис. 6

Практична робота

Тема роботи. Довжина кола.

Обладнання. Циркуль, лінійка, нитка.

Хід роботи

1. Будуємо коло, радіус якого дорівнює 2 см.

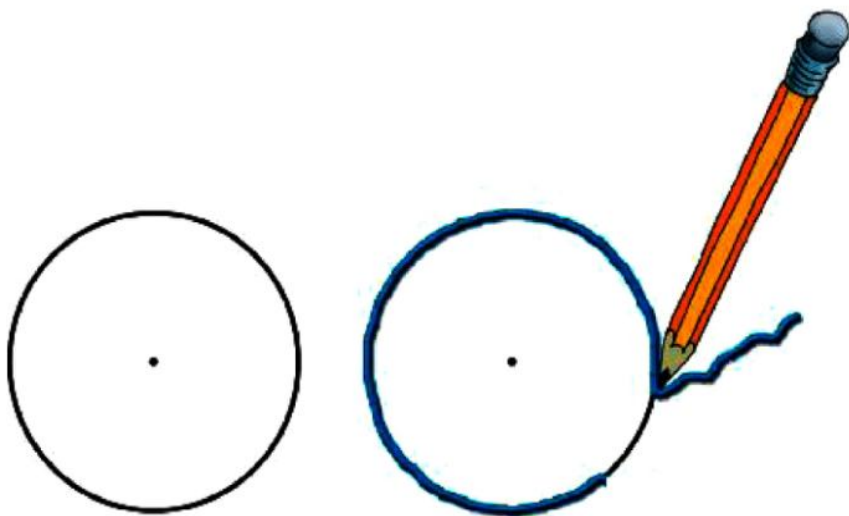


Рис. 7

2. Накладаємо на коло нитку (див. рис. 7).
3. Ставимо ручкою відмітку на нитці в тій точці, у якій нитка збігається зі своїм початком.
4. Розгортаємо нитку та вимірюємо її довжину до відмітки. Ця довжина дорівнює довжині кола.



Рис. 8

5. Діаметр кола d дорівнює 4 см: $d = 4$ см; довжина кола C дорівнює: $C = \dots$

6. Знаходимо відношення $\frac{C}{d} = \dots$

Виявляється, що для всіх кіл відношення довжини кола до довжини його діаметра є одним і тим же числом. Це число позначають грецькою буквою π (читають: «пі»), воно записується нескінченним десятковим дробом $\pi = 3,1415926\dots$. Отже, $\frac{C}{d} = \pi$, звідки

$$C = \pi d.$$



Довжина кола дорівнює добутку числа π й діаметра кола.

Оскільки діаметр кола дорівнює двом радіусам, то довжина кола радіуса r дорівнює $2\pi r$. Маємо ще одну формулу для довжини кола:

$$C = 2\pi r.$$

Далі для розрахунків ми, як правило, округлюватимемо число π до сотих: $\pi \approx 3,14$, а в окремих випадках братимемо $\pi \approx \frac{22}{7}$.

Прочитайте



1. Накреслити коло, радіус якого дорівнює 2 см. Де лежить точка, розміщена від центра на відстані 1 см; 2 см; 3 см? Чому дорівнює діаметр кола?

• Точка A , відстань від якої до центра дорівнює 2 см (рис. 9), належить колу.

Точка B , відстань від якої до центра дорівнює 1 см (рис. 9), лежить усередині кола.

Точка C , відстань від якої до центра дорівнює 3 см (рис. 9), лежить зовні кола.

Діаметр кола: $2 \cdot 2 = 4$ (см). •

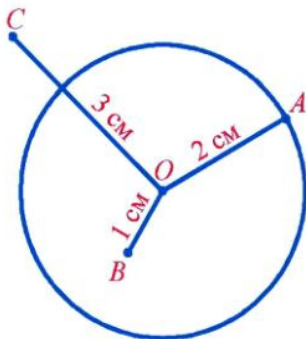


Рис. 9

2. Знайти довжину кола, радіус якого дорівнює 1,5 см.

• $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 = 9,42$ (см). •

Усно



791. На рис. 10 зображено коло радіуса 12 мм.
- Які відрізки, зображені на цьому рисунку, є радіусами кола?
 - Чому дорівнює діаметр кола?
 - Порівняй з радіусом кола довжини відрізків OA , OB , OC .



Рис. 10

792. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 10 см.
793. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює 5 дм.

Рівень А



794. Позначте у зошиті точку O . Накресліть коло довільного радіуса із центром у цій точці. Виміряйте радіус кола. Накресліть коло, діаметр якого дорівнює 36 мм.



796. Накресліть коло із центром O радіусом 25 мм та пряму AB , яка перетинала б це коло у двох точках M і K . На якій відстані від центра O лежать точки M і K ?

797. Накресліть коло із центром O радіусом 3 см. Позначте на ньому точку A і проведіть коло з центром A і тим же радіусом. Чи проходить друге коло через точку O ?



798. Накресліть відрізок AB завдовжки 4 см. Узявши точки A та B за центри, проведіть два кола, радіуси яких дорівнюють 25 мм. Позначте точки перетину цих кіл буквами M і K . На якій відстані лежать точки M і K від точок A та B ?



799. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 3 см. Де лежить точка, розміщена від центра на відстані 25 мм; 30 мм; 35 мм?

800. Дано два кола, радіуси яких дорівнюють 1 см і 3 см, із центром в одній і тій же точці O . Промінь із початком у точці O перетинає ці кола в точках A та B . Знайдіть довжину відрізка AB .

Знайдіть довжину кола:

801. а) діаметр якого дорівнює: 2,5 см; 36 см; 0,24 м;
б) радіус якого дорівнює: 5 см; 3,6 см; 0,4 м.



а) діаметр якого дорівнює: 3 см; 0,8 дм; 0,12 м;

б) радіус якого дорівнює: 6 см; 1,4 дм; 1,2 м.



Виміряйте діаметри і довжини верхніх країв двох різних склянок. Знайдіть відношення довжин кіл до відповідних діаметрів (результати округліть до десятих).

804. Планер пролетів чотири рази по колу, радіус якого дорівнює 25 м. Скільки метрів пролетів планер?

805. Довжина кола дорівнює 11 м. Знайдіть діаметр кола ($\pi \approx \frac{22}{7}$).



Довжина кола дорівнює 33 см. Знайдіть радіус кола ($\pi \approx \frac{22}{7}$).

807. Який шлях подолає в пустелі верблюд, пройшовши коло, радіус якого дорівнює 3 км?

Рівень Б



808. Хвилинна стрілка годинника описала півколо. За який час вона це зробила? За який час вона повернеться на чверть кола?



Годинна стрілка описала півколо. За який час вона зробила такий поворот?

810. Накресліть відрізок AB завдовжки 4 см. Побудуйте точки, відстань від яких до точки A дорівнює 3 см, а до точки B — 2 см.



Проведіть деяку пряму a та виберіть точку A , яка не лежала б на цій прямій. Як на прямій a знайти точки, відстань до яких від точки A дорівнює 3 см? Чи завжди такі точки існують?

812. Накресліть відрізок AB завдовжки 4 см. Побудуйте коло найменшого радіуса, яке проходить через точки A та B .

813. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 2 см. Позначте точку A всередині цього кола. Знайдіть на колі точку, відстань від якої до точки A найменша (найбільша). Порівняйте ці відстані з радіусом.



Найбільша і найменша відстані від точки K , яка лежить усередині кола, до точок цього кола дорівнюють 15 мм і 5 мм відповідно. Знайдіть радіус та діаметр кола.

815. За скільки часу можна облетіти на літаку Землю вздовж екватора на висоті 10 км, рухаючись зі швидкістю 1200 км/год? Результат округліть до 0,1 год. (Радіус екватора наближено дорівнює 6370 км.)

816. Супутник рухається по коловій орбіті на висоті 36 000 км і робить повний оберт навколо Землі за 24 год. З якою швидкістю рухається супутник, якщо радіус Землі наближено дорівнює 6400 км?



817. Радіус кола збільшили з 10 см до 11 см. На скільки збільшилась довжина кола?

818. Довжина кола збільшилась від 157 см до 226,08 см. На скільки збільшився радіус кола?

819. Із прямокутника вирізали частину, обмежену півколом (рис. 11). Зробіть необхідні вимірювання і знайдіть периметр утвореної фігури.



Рис. 11

820. Діаметр колеса тепловоза дорівнює 80 см. За 2 хв колесо робить 800 обертів. Яка швидкість тепловоза в кілометрах за годину? Результат округліть до десятих км/год.

Здогадайтеся



821. На шалькових терезах потрібно зважити 13 кг цукру, маючи лише гири 1 кг. Якою найменшою кількістю зважувань це можна зробити?

Вправи для повторення



822. У саду росте 180 фруктових дерев. Серед них 120 яблунь, 30% усіх інших дерев становлять вишні, а решта — груші. Скільки груш росте в саду?
823. У трьох містах разом є 285 тис. жителів. У першому місті є 120 тис. жителів, у другому — 80% тієї кількості, що в першому. Скільки жителів у третьому місті?
824. У парку першого дня посадили 96 дерев, а другого — 72 дерева, що становить 80% від кількості дерев, посаджених третього дня. Скільки дерев посадили за три дні?
825. Розв'яжіть рівняння:
а) $(x + 0,05) \cdot 0,6^2 = 5,4$; б) $(1,5 - x) \cdot 7,2 = 1,2^2$.

28. Круг. Площа круга

Кожне коло розбиває площину, на якій воно накреслене, на дві частини — внутрішню і зовнішню. Точки кола й усі внутрішні точки утворюють *круг*

(рис. 12). Центр, радіус і діаметр кола називають відповідно центром, радіусом і діаметром цього кола.

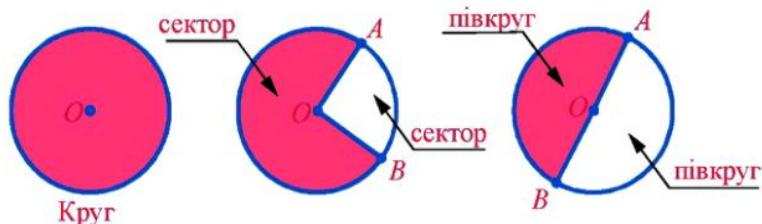


Рис. 12

Два радіуси OA й OB розбивають круг на дві частини, кожна з яких називають *сектором*. Будь-який діаметр розбиває круг на дві рівні частини, які називають *півкругами*.

Практична робота

Тема роботи. Площа круга.

Обладнання. Циркуль, лінійка, аркуш паперу в клітинку.

Хід роботи

1. На аркуші паперу у клітинку будемо коло, радіус якого дорівнює 4 см (8 клітинок).
2. Обводимо зовнішній контур тих клітинок, які майже повністю належать кругу (див. рис. 13).

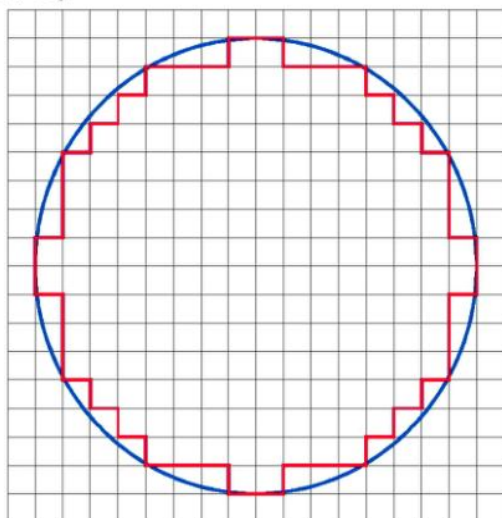


Рис. 13

3. Рахуємо кількість клітинок усередині контуру.

4. Рахуємо кількість клітинок зовні контуру, які частково належать колу, й одержане число ділимо на 2 (у середньому частини двох неповних клітинок дають одну цілу).

5. Додаємо до числа клітинок, які повністю належать колу, число, одержане в п. 4.

6. Оскільки площа 4 клітинок дорівнює 1 см^2 , то щоб виразити площу кола у квадратних сантиметрах, ділимо число, отримане в п. 5, на 4. Одержуємо наближене значення площі: $S \approx \dots$.

7. Обчислюємо квадрат радіуса кола: $r^2 = 16 \text{ см}^2$.

8. Знаходимо відношення $\frac{S}{r^2} \approx \dots$.

У старших класах буде доведено, що $\frac{S}{r^2} = \pi$, звідки

$$S = \pi r^2.$$

Одержали формулу для площі S кола радіуса r .

Прочитайте



1. Знайти площу кола, радіус якого дорівнює 1,5 см.

• $S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 1,5^2 = 3,14 \cdot 2,25 = 7,065 \text{ (см}^2\text{)}$. •

Усно



826. Обчисліть: 3^2 ; $0,1^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $1,2^2$.

827. Знайдіть площу кола, радіус якого дорівнює 1 см; 10 см.

Рівень А



Знайдіть площу кола:

828. а) радіус якого дорівнює 5 см; 11 см; 0,3 дм;

б) діаметр якого дорівнює 0,6 м; 7 м.

а) радіус якого дорівнює 8 см; 14 дм; 2,5 м;

б) діаметр якого дорівнює 1,6 м; 5 дм.



830. Зробіть необхідні вимірювання та знайдіть площі фігур, зображених на рисунку 14 а)–г).



Зробіть необхідні вимірювання та знайдіть площі фігур, зображених на рисунку 14 д), е).

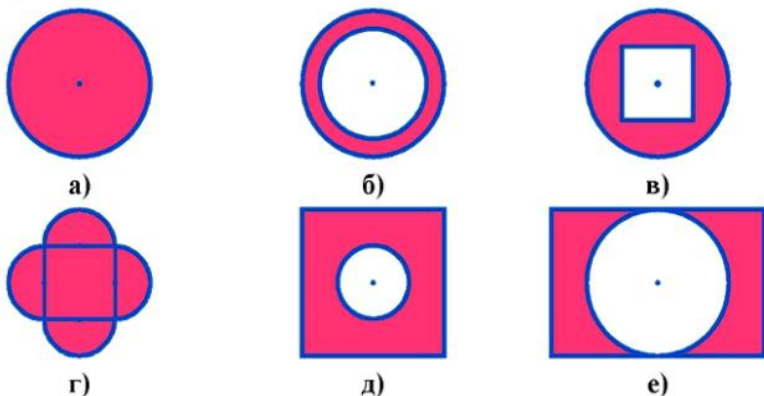


Рис. 14

Рівень Б



832. Довжина кола арени цирку дорівнює 47,1 м. Знайдіть площу арени (результат округліть до одиниць м^2).



Знайдіть площу круга, якщо довжина його кола дорівнює 25,12 см.

834. Дано круг із центром O , радіус якого дорівнює 12 см (рис. 15). Знайдіть площу заштрихованого сектора, якщо він становить шосту частину круга.

835. У скільки разів збільшиться площа круга, якщо його радіус збільшити втричі?

836. Зробіть необхідні вимірювання та знайдіть площі виділених фігур, зображених на рисунку 16.

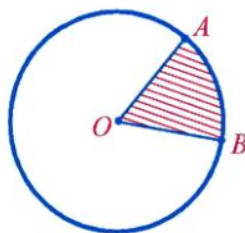
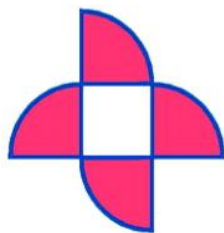
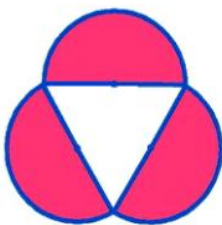


Рис. 15



а)



б)



в)

Рис. 16

837. З аркуша квадратної форми зі стороною 0,6 м потрібно вирізати круг найбільшого радіуса. Чому дорівнює площа цього круга (результат округліть до сотих м²)?



838. Діагональ квадрата дорівнює 20 см. Квадрат потрібно покрити кругом найменшого радіуса. Чому дорівнює площа цього круга?



839. Потрібно зафарбувати круг, радіус якого дорівнює 3 м. Скільки потрібно для цього фарби, якщо на кожний квадратний метр витрачається 120 г фарби (результат округліть до десятків грамів)?

Здогадайтеся



840. Чи можна у кожну клітинку квадрата (див. рис. 17) записати число 1 чи 2 так, щоб сума чисел у кожному рядку була парною, а сума чисел у кожному стовпці — непарною?

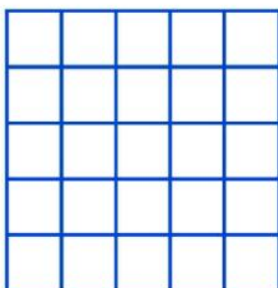


Рис. 17



841. Виконайте дії:

а) $1,2 - \frac{4}{11}$;

б) $3\frac{2}{7} + 1\frac{5}{14} : 0,5$;

в) $4,15 - \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}\right)$.

842. Туристи йшли $1\frac{5}{6}$ год зі швидкістю $4\frac{1}{2}$ км/год. Який шлях пройшли туристи за цей час?

843. Перша сторона трикутника дорівнює $2\frac{1}{4}$ м, друга — в $1\frac{1}{3}$ разу довша від першої, а довжина третьої сторони становить $\frac{2}{3}$ довжини першої. Знайдіть периметр трикутника.

844. З поля, площа якого дорівнює 81 га, зібрали по 28 ц ячменю з гектара. Таку ж масу ячменю зібрали із $\frac{7}{12}$ площі другого поля, урожайність ячменю на якому 27 ц з гектара. Яка площа другого поля?

29. Стовпчасті та кругові діаграми

Для наочного зображення числових значень величин використовують *діаграми*. Діаграма — це символічний рисунок, який наочно відображає співвідношення між значеннями величин. Найчастіше використовують *стовпчасті* та *кругові* діаграми.

Розглянемо приклад. Учень шостого класу у жовтні до щоденника погоди записав: 17.10 — хмарно, 18.10 — хмарно, 19.10 — сонячно, 20.10 — дощ, 21.10 — дощ, 22.10 — хмарно, 23.10 — сонячно, 24.10 — сонячно, 25.10 — хмарно, 26.10 — дощ, 27.10 — дощ, 28.10 — дощ, 29.10 — хмарно, 30.10 — сонячно, 31.10 — хмарно.

Щоб охарактеризувати погоду другої половини жовтня, він вирахував, скільки було сонячних днів, хмарних днів, скільки днів ішов дощ і одержав такі дані: сонячних днів — 4, хмарних днів — 6, днів, у які падав дощ, — 5.

Наочно охарактеризувати погоду другої половини жовтня можна так. Побудуємо прямий кут AOB , на промені OA зазначатимемо погоду, а на промені OB , вибравши одиницю вимірювання (1 см), позначатимемо кількість днів. Побудуємо три стовпчики (прямокутники) (рис. 18).

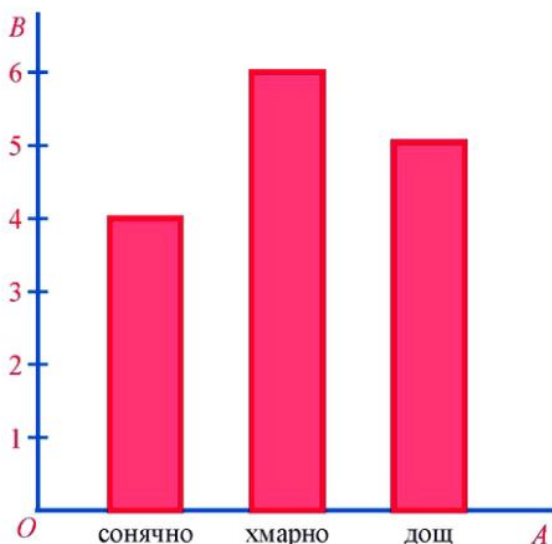


Рис. 18

Висота першого стовпчика дорівнює 4 см і вказує, скільки було сонячних днів, другого — 6 см і вказує на кількість хмарних днів, третього — 5 см і вказує, скільки днів ішов дощ.

Одержаний рисунок називають *стовпчастою діаграмою*.

Будуючи стовпчасті діаграми, можна вибирати довільну ширину стовпчика та довільні відстані між ними. Але всі стовпчики однієї діаграми повинні бути однаковим завширшки та розміщеними на однаковій відстані один від одного.

Наступну діаграму (рис. 19) називають *круговою*. На ній показано співвідношення між сушею і Світовим океаном на поверхні Землі.

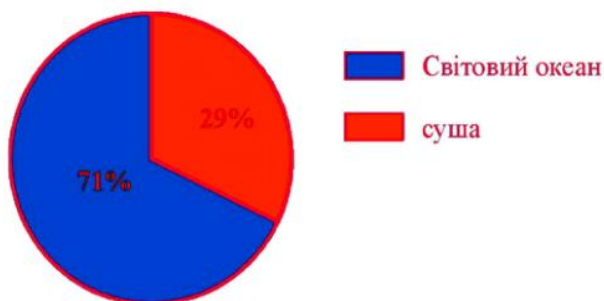


Рис. 19

Прочитайте



1. Після збору врожаю зернових культур з'ясувалося, що 50% усього врожаю становить пшениця, 15% — жито, 10% — овес і 25% — ячмінь. Побудувати стовпчасту та кругову діаграми розподілу врожаю зернових за видами культур.

• Стовпчаста діаграма розподілу врожаю зображена на рисунку 20, а кругова — на рисунку 21.

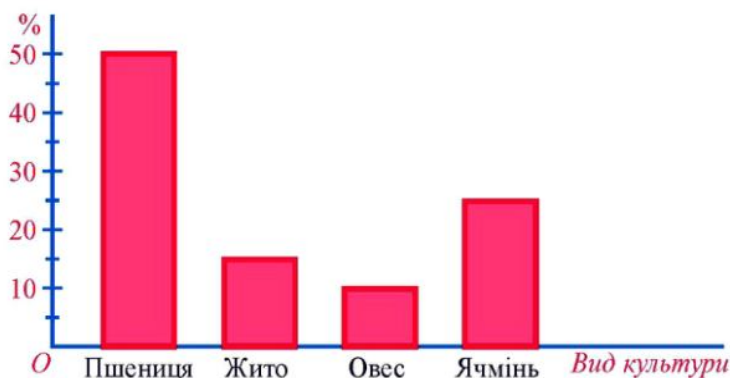


Рис. 20



Рис. 21

Опишемо побудову кругової діаграми. Оскільки на 100% урожаю припадає весь круг, то на врожай пшениці (50%) припадає півкруг, а на врожай ячменю (25%) — чверть круга. Щоб побудувати сектор, якому відповідає врожай жита (15% усього врожаю), міркуватимемо так. У секторі AOC , який становить чверть круга, кут AOC дорівнює 90° . Отже, на чверть, або на 25%, круга припадає 152

дає сектор з кутом 90° . Тому на 1% круга припадає сектор з кутом $90^\circ : 25 = 3,6^\circ$, а на 15% круга — сектор з кутом $3,6^\circ \cdot 15 = 54^\circ$. Побудувавши за допомогою транспортира кут AOB , що дорівнює 54° , одержали сектор AOB , який відповідає врожаю жита. Тоді решта круга — сектор BOC — відповідає врожаю вівса. •

Усно



845. Серед дерев, що ростуть у парку, берези становлять 55%, дуби — 10%, решту — дерева інших порід. Яка з діаграм на рисунку 22 відповідає цим даним?

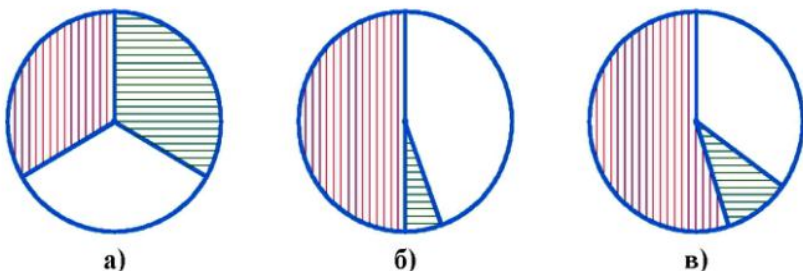


Рис. 22

Рівень А



846. Побудуйте стовпчасту діаграму, користуючись даними про тривалість життя деяких тварин: шимпанзе — 60 років, кінь — 20 років, верблюд — 25 років, крокодил — 40 років.



Побудуйте стовпчасту діаграму найбільших лиманів і озер України за такими даними: Дністровський лиман має площу 360 км^2 , озеро Сасик (Кундук) — 210 км^2 , Молочний лиман — 170 км^2 , Тілігульський лиман — 160 км^2 , озеро Ялпуг — 150 км^2 .

848. Побудуйте стовпчасту діаграму для найбільших за чисельністю населення міст України, округливши числа до десятків тисяч: Київ — 2 639 000 жителів, Харків — 1 464 000, Дніпропетровськ — 1 062 000, Донецьк — 1 021 000, Одеса — 1 012 000, Львів — 758 000.



Побудуйте стовпчасту діаграму довжин річок, округливши числа до сотень: Ніл — 6671 км, Дунай — 2850 км, Волга — 3530 км, Дніпро — 2285 км.

850. Поле, площа якого дорівнює 160 га, засіяли пшеницею і кукурудзою та засадили картоплею й овочами. Користуючись круговою діаграмою (рис. 23), знайдіть площі, відведені під пшеницю, кукурудзу, картоплю й овочі.

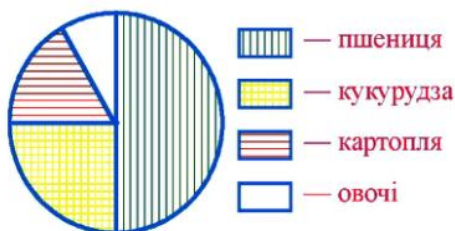


Рис. 23

Рівень Б



851. Лікарі рекомендують добову потребу в їжі розподілити на чотири частини: перший сніданок — 25%, другий сніданок — 15%, обід — 45%, вечеря — 15%. Побудуйте стовпчасту та кругову діаграми розподілу добової норми їжі.



Побудуйте стовпчасту та кругову діаграми розподілу площ приміщень трикімнатної квартири, якщо площа кухні становить 15% площі квартири, спальні — 20%, дитячої кімнати — 15%, вітальні — 30%, передпокою — 10%, інших приміщень — 10%.

853. Заповніть таблицю. Результати округліть до 0,1%. Побудуйте стовпчасту та кругову діаграми розподілу площі Світового океану між чотирма океанами.

Назва океану	Площа, млн кв. км	Площа, %
Тихий	179,7	
Атлантичний	93,4	
Індійський	74,9	
Північний Льодовитий	13,0	
Світовий океан	361,0	



Побудуйте стовпчасту та кругову діаграми розподілу часу учня протягом доби, якщо на сон він витрачає 35% доби, на навчання — 30%, на заняття спортом — 5%, на допомогу батькам, на відпочинок і дозвілля — 30%.

855. Поле, площа якого дорівнює 240 га, засіяли житом і гречкою та засадили буряком і картоплею. Користуючись круговою діаграмою (рис. 24), знайдіть площі, відведені під жито, гречку, буряк і картоплю.

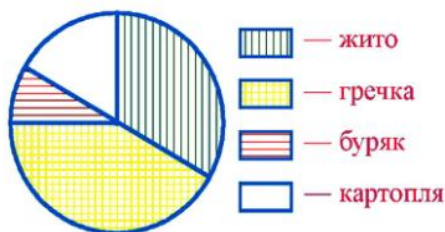


Рис. 24

Здогадайтеся



856. Серед 61 монети є одна фальшива (важча за справжню). Як за допомогою чотирьох зважувань на терезах без важків виділити фальшиву монету?

Вправи для повторення



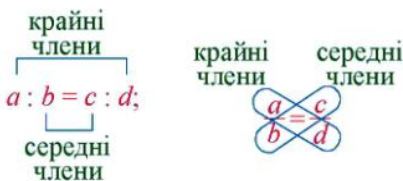
857. Олег мав 6 грн. На купівлю зошитів він витратив $\frac{3}{4}$ грошей. Скільки грошей залишилося в Олега?
858. Тато купив Олегові ранець за 18 грн., витративши при цьому $\frac{2}{5}$ грошей, які були в нього. Скільки грошей залишилося в тата?
859. До магазину завезли лимони та апельсини, разом 330 кг. Скільки кілограмів лимонів завезли до магазину, якщо $\frac{2}{3}$ завезених фруктів — апельсини?
860. Коли у вагон сіло 28 пасажирів, у ньому залишилися вільними $\frac{2}{9}$ усіх місць. На скільки пасажирів розрахований вагон?

Пам'ятка до §4

1. $\frac{90}{30}$ — відношення; $\frac{90}{30} = 3$, число 90 утричі більше від числа 30.

$\frac{30}{90}$ — відношення, $\frac{30}{90} = \frac{1}{3}$, число 30 становить $\frac{1}{3}$ від числа 90.

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ — пропорція.



$ad = bc$ — основна властивість пропорції.

3. Із цукрової тростини одержують 9% цукру. Скільки цукру одержать із 40 т цукрової тростини?

$$\begin{aligned} 40 \text{ т} &— 100\%; & \frac{40}{x} &= \frac{100}{9}. \\ x \text{ т} &— 9\%; \end{aligned}$$

4. $C = 2\pi r$, C — довжина кола, r — його радіус, $\pi \approx 3,14$ або $\pi \approx \frac{22}{7}$.

5. $S = \pi r^2$, S — площа круга, r — його радіус.

Запитання для самоперевірки і повторення

1. На що вказує відношення двох чисел?
2. Сформулюйте основну властивість відношення.
3. Наведіть приклад випадкової події.
4. Що називають пропорцією?
5. Сформулюйте основну властивість пропорції.
6. Як знайти відсоткове відношення двох чисел?
7. Яку залежність називають прямо пропорційною?
8. Як знайти довжину кола?
9. Як знайти площу круга?
10. Що таке круговий сектор?

Завдання для повторення § 4

861. Знайдіть відношення:

- а) 8 до 24; б) $2\frac{1}{7}$ до $\frac{5}{14}$; в) 6,4 м до 40 см.

862. Чи є правильною пропорція:

а) $18 : 1\frac{1}{5} = 7\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$; б) $1,2 : 0,2 = 1,8 : 0,3$; в) $1\frac{1}{7} : \frac{4}{7} = 0,7 : 0,35$?

863. Із чисел правильної пропорції $2\frac{1}{3} : 7 = 5 : 15$ утворіть три нові правильні пропорції.
864. Розв'яжіть рівняння:
- а) $4,5 : (3x) = 5 : 18$; б) $2x : 9 = 3\frac{2}{3} : 2\frac{1}{5}$;
- в) $\frac{3}{5}x : \frac{1}{5} = 6\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$; г) $5 : \left(\frac{1}{2}x\right) = 75 : 15$.
865. У правильній пропорції $25 : 5 = 105 : 21$ обидва члени першого відношення поділіть на 5, а другого — на 7. Чи буде правильною одержана пропорція? Зробіть висновок.
866. У правильній пропорції $2 : 3 = 6 : 9$ обидва члени першого відношення помножте на 5, а другого — на 6. Чи буде правильною одержана пропорція? Зробіть висновок.
867. Відрізку на карті завдовжки 4,8 см відповідає на місцевості відстань 192 км. Яка відстань між містами, якщо на карті відстань між ними дорівнює 5,6 см?
868. За перший день учень прочитав 40 сторінок, що становить 20% усіх сторінок книжки. Скільки сторінок у книжці?
869. Маса вершків становить 21% маси молока. Скільки вершків вийде із 25 ц молока?
870. Скільки відсотків становить: 7 від 8; 3,5 від 14?
871. У травні випало 40 мм опадів, а в червні — 59 мм. На скільки відсотків більше випало опадів у червні, ніж у травні?
872. Довжина Дніпра дорівнює 2285 км, а Дністра — 1362 км. На скільки відсотків довжина Дністра менша від довжини Дніпра? На скільки відсотків довжина Дніпра більша від довжини Дністра? (Результати округліть до 0,1%.)
873. Першого дня Сергій прочитав 40% усіх сторінок книжки, другого дня — $\frac{1}{3}$ усіх сторінок, а третього — решту. Скільки сторінок читав Сергій кожного дня, якщо у книжці 150 сторінок?
874. При виготовленні пюре з вишень відходи становлять 18%. Скільки потрібно взяти вишень, щоб отримати 4,1 кг пюре?

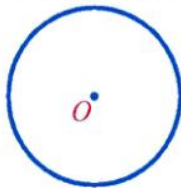
875. Із 1,8 т руди виплавили 136,8 кг міді. Скільки відсотків міді міститься в руді?
876. Руда містить 6,5% міді. Скільки потрібно тонн руди, щоб виплавити 1,95 т міді?
877. Четверту частину поля засіяли житом, 20% поля — вівсом, а решту — горохом. Яку частину поля засіяли горохом? Побудуйте стовпчасту та кругову діаграми до цієї задачі.
878. Підручники становлять 75% усіх книжок шкільної бібліотеки, а підручники з математики — 9% усіх підручників. Скільки книжок у бібліотеці, якщо підручників з математики є 540?
879. Зливok міді й цинку загальною масою 40 кг, що містить 45% міді, сплавляли з 4 кг міді. Скільки відсотків становить мідь у новому сплаві?
880. До 19 кг п'ятивідсоткового розчину солі додали ще 1 кг солі. Скільки відсотків становить сіль у новому розчині?
881. Робітник виготовив 36 однакових деталей за 2 год 15 хв. За який час він виготовить 56 таких деталей?
882. Накресліть коло із центром у точці O , радіус якого дорівнює 2,5 см. Проведіть радіуси OA і OC , діаметр AB , заштрихуйте сектор AOC .
883. Довжина кола дорівнює 12,56 дм. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.
884. Клумба має форму круга. Довжина кола, що обмежує клумбу, дорівнює 31,4 м. На клумбі висаджують кущі троянд, відводячи під кожний кущ $0,8 \text{ м}^2$ землі. Яку найбільшу кількість кущів троянд можна висадити на клумбі?
885. Який шлях пройде кінець хвилиної стрілки за 6 год; 3 год, якщо довжина стрілки дорівнює 15 мм?
886. Довжина кола дорівнює 157 см. На скільки збільшиться довжина кола, якщо його радіус збільшити на 10 см?
- 887*. *Цікава задача.* Радіус екватора наближено дорівнює 6370 км. Уздовж екватора Землю опоясали тросом завдовжки 40 004 км. На скільки трос підніметься над Землею, якщо його зробити довшим на 62,8 м?
888. З металевого листа квадратної форми зі стороною 0,8 м вирізали круг найбільшого радіуса. Скільки відсотків становить площа відходів від площі квадрата?



Завдання для самоперевірки

I рівень

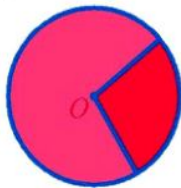
- Знайдіть відношення чисел: 20 до 5.
а) 15; б) 4; в) $\frac{1}{4}$; г) 5.
- Чи є правильною пропорція $1,2 : 5 = 22 : 100$?
а) Так; б) ні; в) не знаю; г) це не пропорція.
- Знайдіть x , якщо $\frac{x}{7} = \frac{10}{35}$.
а) 2; б) 3,5; в) 3; г) 35.
- Із 24 кг свіжих слив отримують 8 кг сушених. Скільки сушених слив отримають із 36 кг свіжих?
а) 24 кг; б) 9 кг; в) 16 кг; г) 12 кг.
- Як називають фігури, зображені на кожному з рисунків?



а)



б)



в)

- Знайдіть довжину кола радіуса r , якщо $r = 5$ см.
а) $31,4 \text{ см}^2$; б) $15,7$ см; в) $3,14$ см; г) $31,4$ см.

II рівень

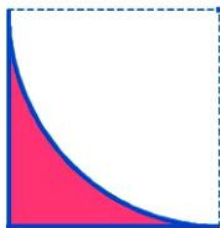
- Розв'яжіть рівняння $2,6 : x = 13 : 20$.
- Вкладник вніс до банку 600 грн. під 15% річних. На скільки більше грошей буде на рахунку вкладника через рік?
- Знайдіть площу кола радіуса r , якщо $r = 4$ см.

III рівень

- Розв'яжіть рівняння $(x - 7) : 0,2 = 15 : 4$.
- До магазину завезли 3 т 200 кг борошна вищого та першого гатунків, до того ж, борошна першого гатунку завезли 2 т 400 кг. Скільки відсотків від усього борошна становить борошно вищого гатунку?
- Швидкість легкового автомобіля дорівнює 80 км/год, а вантажного — 60 км/год. На скільки відсотків швидкість вантажного автомобіля менша від швидкості легкового?

IV рівень

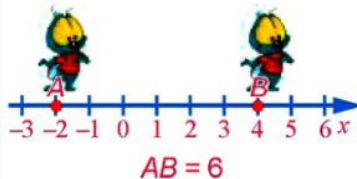
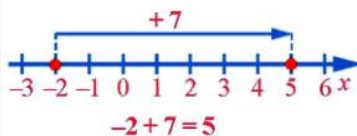
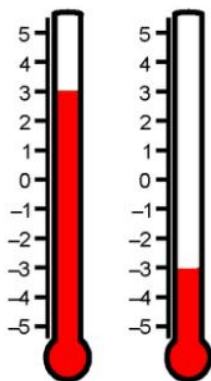
13. З першої ділянки зібрали 21 ц помідорів, а з другої — у $2\frac{4}{7}$ разу більше. Скільки відсотків усіх помідорів зібрали з першої ділянки?
14. У воді розчинили 300 г солі та одержали 15%-й розчин солі. До розчину долили 500 г води. Скільки відсотків солі містить новий розчин?
15. Виконайте необхідні вимірювання й обчисліть площу фігури, зображеної на рисунку.



Розділ IV. Раціональні числа та дії над ними

§5. Раціональні числа. Додавання і віднімання раціональних чисел

У цьому параграфі ви знайдете відповіді на такі запитання:



1. За допомогою яких чисел записують температуру?
2. Що таке координатна пряма?
3. Які числа називають протилежними?
4. Що таке модуль числа?
5. Які числа називають раціональними?
6. Що більше: -10 чи -15 ?
7. Чому дорівнює значення виразу:
 $-15 + 11$;
 $-12 - 8$;
 $-7 + (-11 + 4)$?

§ 5. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

30. Додатні та від'ємні числа. Число 0

Розглянемо кілька прикладів.

1. Біля табору туристів дорога проходить із заходу на схід (див. рис. 25). Туристи вийшли з табору і рухаються дорогою зі швидкістю 5 км/год.

Де перебуватимуть туристи через годину?

Щоб встановити місцезнаходження туристів через годину після їх виходу з табору, потрібно знати, на захід чи на схід від табору вони рухаються.

Якщо туристи рухаються на схід, то через годину вони будуть у пункті A . Про пункт A можна сказати, що він розташований на відстані 5 км на схід від пункту O .



Рис. 25

Якщо туристи рухаються на захід, то через годину вони будуть у пункті B . Про пункт B можна сказати, що він розташований на відстані 5 км на захід від пункту O .

Отже, положення туристів відносно табору можна задати числом і напрямом: 5 км на схід від пункту O ; 5 км на захід від пункту O .

2. Увечері господиня залишила біля криниці відро з водою. Наступного ранку температура повітря надворі була 4° . Що у відрі: вода чи лід?

Щоб дати відповідь на поставлене запитання, потрібно знати, що показує термометр — 4° тепла чи 4° морозу. Якщо термометр показує 4° тепла, то у відрі вода. Про таку температуру ще кажуть: 4° вище нуля, або плюс 4° , пишуть: $+4^\circ$. Якщо термометр показує 4° морозу, то у відрі лід. Про таку температуру ще кажуть: 4° нижче нуля, або мінус 4° , пишуть: -4° .

Отже, згадану температуру можна задавати числом зі знаком «+» або «-»: $+4^{\circ}$; -4° .

Температура може дорівнювати і $+15^{\circ}$, $+7,6^{\circ}$, -12° , $-1,5^{\circ}$ тощо. Числа зі знаком «+» розміщені на шкалі термометра (рис. 26) вище нуля, а числа зі знаком «-» — нижче нуля.

Числа зі знаком «+» називають *додатними*.

Наприклад: $+2$; $+8,5$; $+4\frac{2}{7}$ — додатні числа.

Числа зі знаком «-» називають *від'ємними*.

Наприклад: -1 , $-3,2$; $-3\frac{1}{3}$ — від'ємні числа.

Число 0 відділяє додатні числа від від'ємних. Воно є ні від'ємним, ні додатним.

Записуючи додатні числа, знак «+», як правило, опускають і, наприклад, замість $+4$ пишуть 4. При цьому розуміють, що $+4 = 4$, тобто $+4$ і 4 — це різні позначення одного й того ж числа.

Від'ємні числа вказують не лише температуру. Ними, наприклад, можна задавати положення деякого місця земної поверхні відносно рівня моря (див. рис. 27).

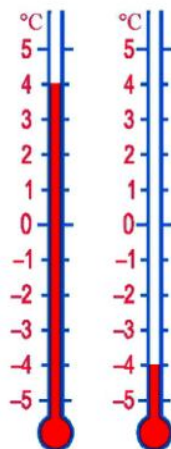


Рис. 26

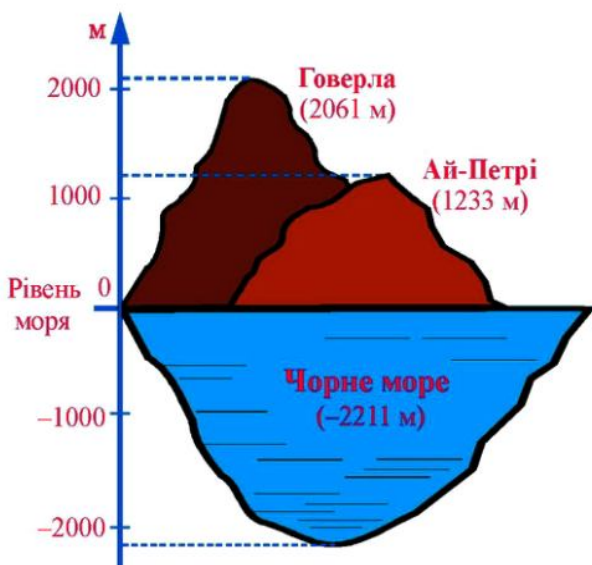


Рис. 27

Прочитайте



- У зошиті у клітинку накреслили горизонтальну пряму і позначили на ній точку O . Точка A лежить ліворуч від точки O на 3 клітинки. Точку A змістили праворуч на 5 клітинок й одержали точку B . Яке положення точки B відносно точки O ?



Рис. 28

- Точка B лежить на 2 клітинки праворуч від точки O . •

Усно



889. Прочитайте числа: $4,2$; -3 ; $-8\frac{1}{2}$; 1000 ; 0 ; $-2,87$; $3\frac{1}{7}$. Які з них є:
 а) від'ємними; б) додатними?
890. Вкажіть покази термометрів, зображених на рисунку 29.

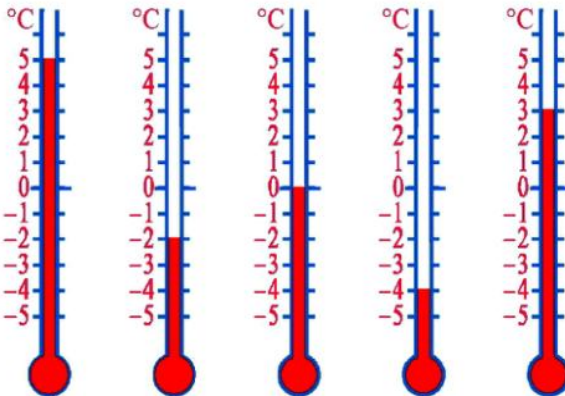


Рис. 29

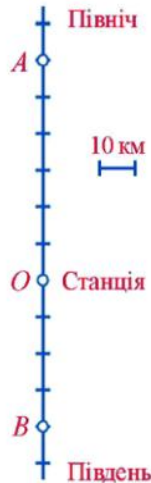


Рис. 30

891. Прямолінійна ділянка шосе проходить з півночі на південь (рис. 30). Охарактеризуйте положення автомобіля відносно станції O , якщо він перебуває в пункті A ; у пункті B .
892. Іра зайшла в ліфт дванадцятиповерхового будинку на сьомому поверсі, проїхала 4 поверхи і вийшла. На якому поверсі вийшла Іра?
893. Якщо мале підприємство має на рахунку в банку 5000 грн., то кажуть, що воно має $+5000$ грн. Якщо ж підприємство взяло у банку 5000 грн. кредиту, то кажуть, що воно має -5000 грн. Скільки грошей має мале підприємство, якщо воно:
 а) має на рахунку 700 грн.; 1500 грн.;
 б) взяло у банку кредит 750 грн.; 3000 грн.?



894. Запишіть за допомогою чисел зі знаками «+» або «-» повідомлення служби погоди:
- 15 градусів тепла;
 - 2 градуси морозу;
 - 20 градусів морозу;
 - 7 градусів тепла.



Запишіть за допомогою знаків «+» або «-» положення вершин гір і впадін морів відносно рівня моря:

- висота гори Говерла 2061 м;
 - висота гори Еверест 8848 м;
 - найбільша глибина Чорного моря 2211 м;
 - найбільша глибина Аравійського моря 5803 м.
896. Якщо у футбольному турнірі команда забила 8 м'ячів, а пропустила 5, то ця команда забила на 3 м'ячі більше, ніж пропустила. У такому випадку кажуть, що різниця забитих і пропущених командою м'ячів дорівнює +3. Якщо ж навпаки, команда забила 5 м'ячів, а пропустила 8, то різниця забитих і пропущених м'ячів дорівнює -3. Заповніть таблицю.

Команда	Забито м'ячів	Пропущено м'ячів	Різниця м'ячів
«Зоря»	18	9	
«Нива»	11	8	
«Лисоня»	10	12	
«Бровар»	8	18	

897. У зошиті у клітинку накресліть горизонтальну пряму і позначте на ній деяку точку O . Позначте на цій прямій точки A, B, C, D такі, що:
- точка A лежить праворуч від точки O на 7 клітинок;
 - точка B лежить ліворуч від точки O на 5 клітинок;
 - точка C лежить праворуч від точки A на 2 клітинки;
 - точка D лежить ліворуч від точки B на 2 клітинки.
898. Точка A лежить праворуч від точки O на 5 клітинок. Точку A змістили праворуч на 3 клітинки й одержали точку B . Яке положення точки B відносно точки O ?



Точка C лежить ліворуч від точки O на 7 клітинок. Точку C змістили праворуч на 3 клітинки й одержали точку A . Яке положення точки A відносно точки O ?

900. Накресліть горизонтальну пряму і позначте на ній деяку точку O . Позначте точку M , яка лежить праворуч від точки O на 4 клітинки, та точки N і K , які лежать на відстані 6 клітинок від точки M . Яке положення точок N і K відносно точки O ?



Точка A лежить праворуч від точки O на 5 клітинок, а точка O — праворуч від точки B на 3 клітинки. Скільки клітинок містить відрізок AB ?



Рівень Б

902. Заповніть таблицю.

Дата	Температура повітря о 12 год	Зміна температури через 8 год	Температура повітря о 20 год
3.09	+18°C	Знизилась на 5°C	+13°C
7.09	+12°C	Підвищилась на 1°C	
15.09	+11°C	Знизилась на 2°C	
17.09	+10°C	Підвищилась на 3°C	
5.11	+3°C	Знизилась на 4°C	
1.12	-2°C	Підвищилась на 2°C	
3.12	-5°C	Підвищилась на 3°C	
8.12	-7°C	Знизилась на 5°C	

903. Села A , B , C і D розташовані на прямолінійному шляху, що йде з півночі на південь. Відомо, що село A розташоване південніше від села B на 12 км, село C — північніше від села B на 6 км, село D — південніше від села C на 10 км. Із села B у південному напрямі виїхав велосипедист і, проїхавши 6 км, зупинився. Чи проїхав велосипедист якесь із названих сіл? Вкажіть положення велосипедиста відносно сіл A та D .



Однією трасою, але у протилежних напрямках, їдуть автомобіль зі швидкістю 72 км/год і мотоцикліст зі швидкістю 48 км/год. У даний момент відстань між ними дорівнює 24 км. Якою може бути відстань між автомобілем і мотоциклістом через 10 хв?



Протягом дня равлик відповз від гілки вгору по дереву на 32 см, а протягом ночі опустився на: а) 23 см; б) 41 см. На скільки сантиметрів від гілки і в якому напрямі від неї перемістився равлик протягом доби?



906. Підводний човен спочатку плив на глибині 250 м, далі опустився ще на 300 м, а потім піднявся на 350 м. На якій глибині опинився підводний човен?

Здогадайтеся



907. До річки підійшли три генерали: Грізний, Лихий і Суворий, кожен зі своєю слугою. Їм потрібно переправитися на інший берег річки на двомісному човні, до того ж, кожен генерал заборонив своєму слугі бути поруч з іншими генералами під час його відсутності. Як організувати переправу?

Цікаві розповіді

Про від'ємні числа



Першими зустрілися з потребою у від'ємних числах географи, моряки, картографи, оскільки їм необхідно було характеризувати положення міст, розміщених, з одного боку, на північ чи південь від головного міста, а з іншого — на захід чи схід від нього. Головними місцями відліку були вибрані екватор і Грінвіцький меридіан. Пізніше в археологів, істориків виникла потреба характеризувати шкалу часу, починаючи від року народження Ісуса Христа.

Геологам потрібно було характеризувати нерівності земного рельєфу, а саме — висоту гір, глибину впадин морів і океанів, приймаючи за початок рівень моря (рис. 31).

Фізикам, інженерам, астрономам, лікарям потрібно було вимірювати температуру. У XVIII ст. шведським ученим Цельсієм (1701 – 1744) була створена вимірювальна шкала, у якій за початок відліку (нуль) була прийнята температура плавлення льоду.

Від'ємні числа люди винайшли значно пізніше, ніж натуральні числа і звичайні дробі. До ідеї від'ємного числа першими прийшли китайці у II ст. до н. е. Необхідність введення нових на той час чисел обумовлювалась проблемами самої математики — від'ємні числа потрібні були для розв'язування рівнянь. Потім індуси дали тлумачення додатних і від'ємних чисел у вигляді «майна» і «боргу».

У Європі від'ємні числа почали використовувати, починаючи з XII ст. Однак ставились до від'ємних чисел з недовірою, називаючи їх «фіктивними», «абсурдними», «хибними» тощо. «Справжніми» числами вважали лише додатні числа. Тільки у XVII ст., коли видатний французький математик Рене Декарт (1596 – 1650) запропонував зображувати від'ємні та додатні числа точками ко-

ординатної прямої, від'ємні числа були повністю визнані й стали повноправним атрибутом математики.

ВИСОТИ ТА ГЛИБИНИ



ТЕМПЕРАТУРИ

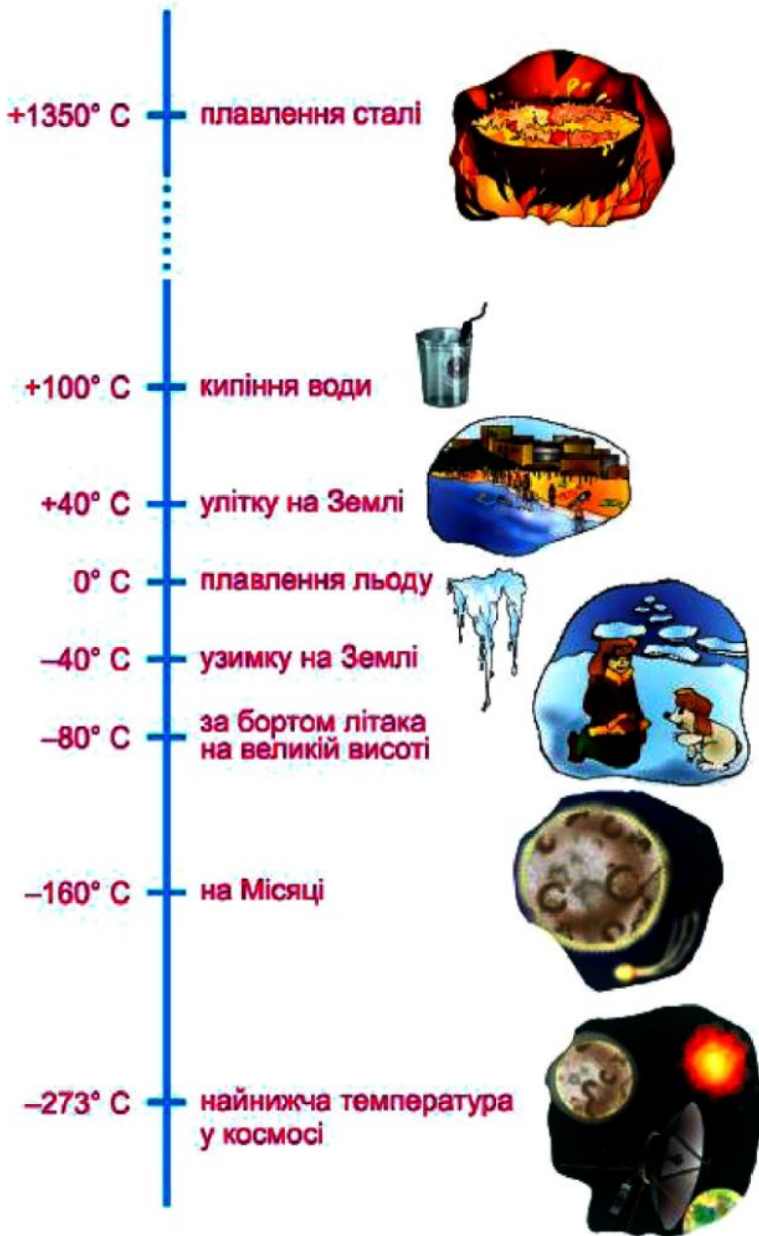


Рис. 31

Вправи для повторення



908. Виконайте дії:
- а) $376 \cdot 208 - 134\,415 : 435$; б) $342\,342 : 38 + 123 \cdot 217$;
в) $1,25 \cdot 0,4 + \left(1\frac{1}{3} - 0,5\right) \cdot \frac{3}{4}$; г) $(96,6 + 98,6) : 6,4 - 0,05 : 0,5$.
909. Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок 5 клітинок зошита. Позначте на ньому точки: $A(2)$; $B(0,8)$; $C(1,4)$; $D\left(1\frac{1}{5}\right)$; $E\left(2\frac{2}{5}\right)$.
910. Прямий кут поділили променем на два кути так, що один з них у 4 рази більший від іншого. Скільки градусів має кожний з утворених кутів?

31. Координатна пряма. Раціональні числа

Накреслимо горизонтальну пряму і позначимо на ній деяку точку O — *початок відріку* (рис. 32). У відповідність точці O поставимо число 0. Виберемо одиничний відрізок. На проведеній прямій можна позначати числа (точки, що відповідають цим числам). Додатні числа прийнято позначати праворуч від точки O , а від'ємні — ліворуч. Щоб позначити, наприклад, число 2, потрібно від точки O відкласти два одиничні відрізки праворуч. Щоб позначити число -2 , потрібно від точки O відкласти два одиничні відрізки ліворуч.

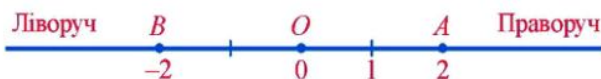


Рис. 32

Напря́м праворуч від початку відріку називають *додатним*, а ліворуч — *від'ємним*. Додатний напрям показує стрілка (див. рис. 33).



Рис. 33



Пряму з вибраними на ній початком відріку, одиничним відрізком і вказаним додатним напрямом називають координатною прямою.

Число, що показує положення точки на координатній прямій, називають *координатою* цієї точки. Точка A (рис. 34) має координату $2,5$, точка B — координату $-1\frac{1}{3}$, точка C — координату -2 . Пишуть: $A(2,5)$; $B(-1\frac{1}{3})$; $C(-2)$.

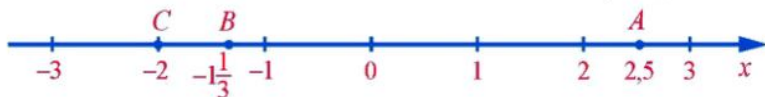


Рис. 34

Точки A й B з координатами 3 і -3 (рис. 35) однаково віддалені від точки O і лежать з різних боків від неї. Щоб потрапити з точки O в ці точки, потрібно пройти однакові відстані, але у протилежних напрямках. Числа 3 і -3 називають *протилежними числами*: число 3 протилежне числу -3 , а число -3 протилежне числу 3 . Числа $1,5$ і $-1,5$ теж є протилежними.

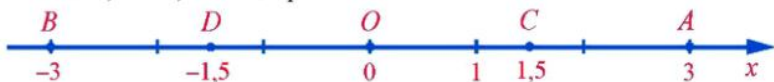


Рис. 35



Два числа, що відрізняються одне від одного лише знаком, називають протилежними числами.

Число, протилежне числу a , позначають $-a$. Якщо $a = 4,2$, то $-a = -4,2$; якщо $a = -1,5$, то $-a = 1,5$.

Число 0 протилежне саме собі: якщо $a = 0$, то $-a = 0$.



Натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 називають цілими числами.

... -6 ; -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; ... — цілі числа.

Додатні числа (цілі і дробові), від'ємні числа (цілі і дробові) й число 0 називають *раціональними числами*.

Наприклад, 28 ; $2,51$; $5\frac{2}{3}$; -45 ; $-30,5$; $-12\frac{4}{7}$; 0 — раціональні числа.

Прочитайте



1. Знайти число, протилежне числу -5 , і записати відповідну рівність.

• $-(-5) = 5$. •

2. Знайти значення n , якщо $-n = 0,4$.

• Число n протилежне числу $-n$. Оскільки протилежним числу $0,4$ є $-0,4$, то $n = -0,4$.

3. Точка B має координату -3 (рис. 36). Цю точку перемістили на 5 одиниць праворуч і одержали точку C . Яка координата точки C ?



Рис. 36

Точка C має координату 2: $C(2)$.

Усно



911. Яка координата точки A , якщо вона лежить на координатній прямій:

- а) праворуч від початку відріку на відстані 3 одиничних відрізків;
б) ліворуч від початку відріку на відстані 7 одиничних відрізків?

912. Назвіть координати точок A , B , C і D на рисунку 37.

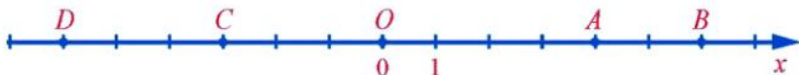


Рис. 37

913. Із чисел 3 ; $-4,2$; 17 ; 0 ; -9 ; $5\frac{3}{8}$; $5,6$; $-4\frac{1}{6}$; -1225 ; 456 назвіть:

- а) цілі числа; б) від'ємні цілі числа; в) додатні цілі числа.

914. Назвіть числа, протилежні числам: 7 ; -4 ; 0 ; $-9,5$; $3\frac{3}{5}$; $15,6$; $-3\frac{1}{3}$.

915. Наведіть приклади цілих чисел; раціональних чисел. Чи є ціле число раціональним? Чи завжди раціональне число є цілим?

Рівень А



916. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 38.



Рис. 38

917. Запишіть які-небудь три числа, що лежать на координатній прямій:
 а) ліворуч від числа 5; б) праворуч від числа -7 ; в) ліворуч від числа -180 ; г) праворуч від числа 5,6.

918. Накресліть координатну пряму з одиничним відрізком завдовжки 1 см. Позначте на ній точки: $A(2)$; $B(-1,5)$; $C(-3)$; $D(3,5)$; $E\left(-2\frac{1}{2}\right)$.

919. Накресліть координатну пряму, взявши за одиничний відрізок 5 клітинок зошита. Позначте на координатній прямій точку, яка має координату x , якщо: $x = 1,2$; $x = -1,8$; $x = -0,5$; $x = -2\frac{1}{5}$; $x = 0,8$; $x = 1\frac{4}{5}$.



920. Накресліть координатну пряму, взявши за одиничний відрізок 1 клітинку зошита. Позначте на координатній прямій точку, яка має координату x , якщо: $x = -2$; $x = 3$; $x = -4,5$; $x = -7$; $x = 8$; $x = -6\frac{1}{2}$.

921. Запишіть усі натуральні числа, менші від 7, і протилежні їм числа.



922. Запишіть числа, протилежні числам: 9; $-0,25$; -9 ; $1\frac{3}{7}$; 5,6; $-4\frac{1}{4}$.

923. Заповніть таблицю:

Число	Протилежне число
+3	$-(+3) = -3$
-5	$-(-5) = 5$
-7	
+2	
-10	
+4	
-1003	

924. Точку $B(3,5)$ перемістили ліворуч на 5 одиниць і одержали точку C . Яка координата точки C ?



Точку $A(-5)$ перемістили праворуч на 6 одиниць і одержали точку B . Яка координата точки B ?

926. У якому напрямі і на скільки одиниць потрібно перемістити точку $A(-2)$, щоб вона перейшла в точку $B(4)$?



У якому напрямі і на скільки одиниць потрібно перемістити точку $C(2)$, щоб вона перейшла в точку $D(-5)$?



Рівень Б

928. Знайдіть:

а) $-m$, якщо $m = 3$; $m = -4$; $m = -1,5$; $m = 2,4$; $m = 0$;

б) k , якщо $-k = 2$; $-k = -30$; $-k = -4,1$; $-k = 5,24$;

в) $-(-b)$, якщо $b = -8$; $b = 0,45$; $b = 0$.



Поставте замість зірочки таке число, щоб була правильною рівність:

а) $-(*) = -7$; б) $-(*) = 11$; в) $-(*) = 75$; г) $-(*) = -91$.

930. Які координати мають точки, віддалені від точки $C(-3)$ на:

а) 2 одиниці; б) 3 одиниці; в) 5 одиниць?

931. На рисунку 39 точка A має координату -6 , а точка B — координату 2. Знайдіть і позначте початок відрілку та одиничний відрізок. Які координати мають точки K , M і N ?



Рис. 39

932. Точку $A(-2)$ перемістили на кілька одиниць праворуч і одержали точку $B(7)$. Після цього точку B перемістили на стільки ж одиниць праворуч і одержали точку C . Яку координату має точка C ?



Заповніть порожні місця в таблиці та позначте всі числа таблиці на координатній прямій.

x	2		3		-1		-6	
$-x$		4		-4		0		5

934. Які цілі числа розміщені на координатній прямій між числами:

а) 0 і 3; б) -3 і 0; в) -6 і 2; г) -2,6 і 3,2?

Розв'яжіть рівняння:

935. а) $-x = -19$; б) $-x = 2,3$; в) $-(-x) = -4$.



а) $-x = 4$;

б) $-x = -3,5$;

в) $-(-x) = 8$.

Здогадайтеся



937. Викрадачі Кнопка та Скрепка вирішили вкрасти золотий ключик Буратіно, який він заховав до сейфа із двоцифровим кодом. Їм відомо, що цифрами коду є 1, 2, 3 або 4. Скільки кодів у найгіршому випадку потрібно перебрати викрадачам, щоб відкрити сейф?

Вправи для повторення



938. Пес кинувся наздоганяти господаря, коли той відійшов від нього на 1,2 км, і наздогнав його через 2 хв. З якою швидкістю йшов господар, якщо пес біг зі швидкістю 40 км/год?
939. Пес кинувся наздоганяти лисицю. У початковий момент лисиця перебувала між псом і норою, до того ж, відстань від неї до пса дорівнювала 300 м, а до нори — 1,4 км. Швидкість пса дорівнює 36 км/год, а лисиці — 30 км/год. Чи встигне лисиця сховатися в нору?
940. На скільки відсотків число 18 менше від числа 20?
941. Висота ялинки на початку літа була 2 м, а в кінці — 2 м 16 см. На скільки відсотків збільшилась висота ялинки за літо?
942. Розмістіть у порядку зростання числа: $4\frac{2}{7}$; $4\frac{1}{3}$; $3\frac{7}{9}$; $1\frac{4}{9}$; 1,4; $3\frac{5}{8}$; 0,75; $\frac{5}{6}$.

32. Модуль числа

Нехай з пункту O у протилежних напрямках виїхали два автомобілі й через деякий час перший був у точці $A(-20)$, а другий — у точці $B(15)$ (рис. 40).

Який з автомобілів проїхав більшу відстань?

Щоб відповісти на це запитання, потрібно порівняти відстані OA й OB . Оскільки $OA = 20$, $OB = 15$ і $20 > 15$, то більшу відстань проїхав перший автомобіль.

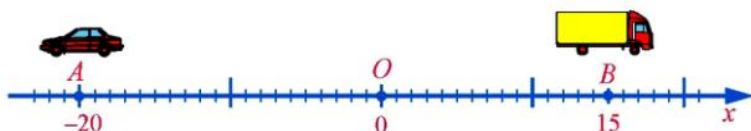


Рис. 40

Отже, щоб відповідати на запитання, ми порівнювали не числа -20 і 15 , а числа «без знаків» 20 і 15 , або ще кажуть: порівнювали *модулі* чисел -20 і 15 .



Модулем додатного числа і нуля називають саме число, модуль нуля дорівнює нулю.

Для позначення модуля числа використовують дві вертикальні риски, тобто пишуть $|15| = 15$ (читають: модуль п'ятнадцяти дорівнює п'ятнадцять), $|-20| = 20$.

Для додатних чисел 2 ; $3,5$; $\frac{1}{3}$ і нуля маємо: $|2| = 2$; $|3,5| = 3,5$; $|\frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$;

$|0| = 0$. Взагалі,



модулем від'ємного числа називають протилежне йому додатне число.

Для від'ємних чисел -5 ; $-4,8$; $-1\frac{5}{6}$ маємо: $|-5| = 5$; $|-4,8| = 4,8$; $|-1\frac{5}{6}| = 1\frac{5}{6}$.

Взагалі,

Отже, модулем будь-якого числа є додатне число або число 0 .

З геометричної точки зору модуль числа дорівнює відстані на координатній прямій від початку відріку до точки, яка зображує це число (рис. 41).

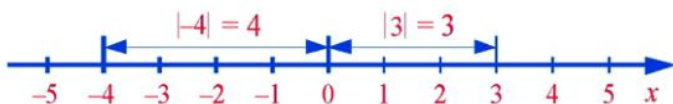


Рис. 41

Модуль числа 3 дорівнює 3 , і відстань від початку відріку до точки, що відповідає цьому числу, дорівнює 3 . Модуль числа -4 дорівнює 4 , і відстань від початку відріку до точки, що відповідає цьому числу, дорівнює 4 .

Якщо $|x| = 3$, то $x = 3$ або $x = -3$;

якщо $|x| = 0$, то $x = 0$;

не існує числа, для якого виконувалася б рівність $|x| = -3$, оскільки модуль будь-якого числа є завжди додатним числом або нулем.

Протилежні числа мають рівні модулі. Наприклад, для протилежних чисел -2 і 2 $|-2| = 2$ і $|2| = 2$.

Прочитайте



- Розв'язати рівняння: $3|x| + 4,5 = 9,3$.
 - $3|x| = 9,3 - 4,5$; $3|x| = 4,8$; $|x| = 4,8 : 3$; $|x| = 1,6$; $x = 1,6$ або $x = -1,6$.
- Знайти від'ємні цілі числа, для яких $|x| < 3$.
 - Такими числами є:
 $x = -1$, бо $|-1| = 1$ і $1 < 3$;
 $x = -2$, бо $|-2| = 2$ і $2 < 3$.Модулі решти від'ємних цілих чисел (-3 ; -4 ; -5 ; -6 ; -7 ; ...) більші від 3 або дорівнюють 3.
- На координатній прямій позначити точки, координати яких задовольняють умову $|x| < 2,6$. Знайти від'ємні цілі числа, які задовольняють цю умову.
 - Умову $|x| < 2,6$ задовольняють числа, які на координатній прямій лежать між числами $-2,6$ і $2,6$. Ця частина координатної прямої на рисунку 42 заштрихована.



Рис. 42

Від'ємними цілими числами, які задовольняють умову $|x| < 2,6$, є лише числа -2 і -1 .

Усно



- Чому дорівнює модуль кожного із чисел: $1,2$; -7 ; 0 ; $-0,3$; $-1,2$; $4,1$; $0,15$? Чи може число мати від'ємний модуль?
- Яка відстань від початку відріку до кожної з точок: $A(3)$; $B(-5)$; $C(-1,3)$; $D(0,8)$?
- Відомо, що $|a| = 10$. Чому дорівнює a ?

Рівень А



- Знайдіть модуль кожного із чисел: $2,1$; $-1,8$; $0,2$; $-3,01$; $-0,23$. Запишіть відповідні рівності.



Знайдіть $|x|$, якщо $x = -5,6$; $x = 100$; $x = -0,01$; $x = 0,27$; $x = -40,2$.

948. Знайдіть x , якщо:

а) $|x| = 6$; б) $|x| = \frac{1}{3}$; в) $|x| = 1,2$; г) $|x| = 0$; д) $|x| = -2$.



Запишіть усі числа, що мають модуль 15; 0; 0,7.

Позначте на координатній прямій числа, модулі яких дорівнюють:

950. 2; 3; 0; 4,5; 0,5.



1; 2,5; 3,5; 4.

952. Знайдіть: а) додатне число, модуль якого дорівнює: 14; 19,5; 0,29; 7,2; -1; б) від'ємне число, модуль якого дорівнює: 2; 5,1; 89; 20; -5. Запишіть відповідні рівності.

Знайдіть значення виразу:

953. а) $|-517| - |311|$; б) $|-10| \cdot |-2,5|$; в) $|-6,4| : 1,6$;
г) $|-7,2| : |-1,8|$; д) $|-0,5| \cdot |-0,1|$; е) $1,51 + |-0,372|$.



а) $|-1,7| - |-0,9|$; б) $|10,2| + |-3,8|$; в) $|-65| \cdot 0,8$;
г) $|-4,2| : |-14|$; д) $|-2,5| \cdot |-20|$; е) $|-1,05| : |1,5|$.

955. Порівняйте модулі чисел:

а) $3,81$ і $-3,01$; б) $-11,1$ і -12 ; в) $0,72$ і $-0,73$;
г) $5,1$ і 0 ; д) $-49,1$ і $49,1$; е) $-12,3$ і 0 .



Виберіть число, модуль якого найбільший:

а) 14,2; -15; 2; -18; 13,5; б) -90; 53,4; -7; -63,8.

Рівень Б



957. Знайдіть значення виразу:

а) $14\frac{1}{2} - |-5,1| \cdot \left| -\frac{1}{5} \right|$; б) $\left| -7\frac{1}{3} \right| : \frac{11}{15} - 4,2$.



Знайдіть значення виразу $a - |b| \cdot a$, якщо $a = 5\frac{1}{4}$, $b = -0,4$.

Розв'яжіть рівняння:

959. а) $|x| - 0,3 = 2$; б) $|x| + \frac{1}{3} = 3$; в) $4 - 2|x| = 0,2$; г) $|x| + 10 = 0$.



а) $|x| + 1 = 5$; б) $1 - |x| = 0,2$; в) $2|x| - 1,6 = 2$; г) $|x| + 1,2 = 0$.

Знайдіть усі цілі числа, для яких виконується умова:

961. а) $|x| < 4$; б) $|x| < \frac{1}{4}$; в) $|x| < 2,53$; г) $|x| < -2$.



а) $|x| < 2$; б) $|x| < 1$; в) $|x| < 3,8$; г) $|x| < 0$.

963. Скільки є цілих чисел, для яких виконується умова:

а) $|x| < 5$; б) $|x| < 5\frac{1}{3}$; в) $|x| < 5,8$; г) $|x| < 45,5$?



Знайдіть три від'ємних цілих числа, для яких виконується умова $|x| > 3$.

965. Знайдіть усі від'ємні цілі числа, для яких виконується умова $|x| < 7$.

На координатній прямій позначте точки, координати яких задовольняють умову:

966. а) $|x| < 3$; б) $|x| < 2\frac{1}{3}$.



а) $|x| < 2$; б) $|x| < 3,5$.

968. а) Знайдіть відстань між точками $M(x)$ і $N(-x)$, якщо $x = -2,5$.

б) Знайдіть $|x|$, якщо відстань між точками $M(x)$ і $N(-x)$ дорівнює 6 одиниць.



Відомо, що $a = -b$. Чи правильно, що $|a| = |b|$?

970. Відомо, що $|x| = |y|$. Чи правильно, що $x = y$?

Здогадайтеся



971. Батько, що мав трьох синів, заповів, щоб після його смерті сини поділили табун коней так: старший син узяв половину всіх коней, середній — третину, а молодший — дев'яту частину усіх коней. Батько помер і залишив 17 коней. Сини не могли розділити коней і звернулися до мудреця. Він приїхав на своєму коні й розділив коней між синами так, що усі вони залишилися задоволеними. Як він це зробив?

Вправи для повторення



972. Яке із чисел більше:
а) 9841 чи 10 559; б) 10,40 чи 10,4; в) 8,41 чи 8,409;
г) $1\frac{7}{8}$ чи $2\frac{1}{3}$; д) $5\frac{1}{2}$ чи $5\frac{1}{3}$; е) $\frac{3}{4}$ чи $\frac{5}{6}$?
973. Розв'яжіть рівняння $3x - 3,5 = 8$.
974. Знайдіть:
а) a , якщо $-a = 2,6$; $-a = -\frac{1}{3}$; $-a = 0$; б) $-k$; $-(-k)$, якщо $k = 7$.
975. Легковий і вантажний автомобілі рухаються назустріч один одному. Швидкість легкового автомобіля дорівнює 80 км/год, а швидкість вантажного становить 65% від швидкості легкового. Знайдіть відстань між автомобілями через 0,5 год після їх зустрічі.
- 976*. Із двох селищ, відстань між якими дорівнює 28 км, одночасно назустріч один одному виїхали два мотоциклісти. Швидкість одного мотоцикліста дорівнює 24 км/год, що становить 75% від швидкості іншого. Знайдіть відстань між мотоциклістами через 36 хв після їх виїзду із селищ.

33. Порівняння чисел

Ви вже вмієте порівнювати додатні числа. Наприклад, $5 > 4$; $1,5 < 1,6$. Зобразимо числа 4 і 5 точками координатної прямої (рис. 43). Точка $A(4)$, яка відповідає меншому числу, розміщена на координатній прямій лівіше від точки $B(5)$, яка відповідає більшому числу.



Рис. 43

А тепер порівняймо від'ємне і додатне число та два від'ємні числа. Розглянемо приклади.

1. Нехай уранці температура повітря була -5°C , а опівдні — $+3^{\circ}\text{C}$. Вранці було холодніше, ніж опівдні, тому вважають, що число -5 менше від числа 3, і записують так: $-5 < 3$. На координатній прямій точка $C(-5)$ розміщена лівіше від точки $D(3)$ (рис. 44).

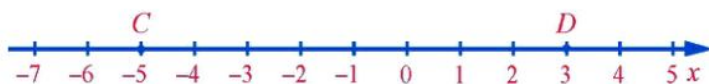


Рис. 44

2. Нехай увечері температура повітря була -5°C , а вночі — -8°C . Уночі було холодніше, ніж увечері, тому вважають, що число -8 менше від числа -5 , записують так: $-8 < -5$. На координатній прямій точка $M(-8)$ розміщена лівіше від точки $N(-5)$ (рис. 45).

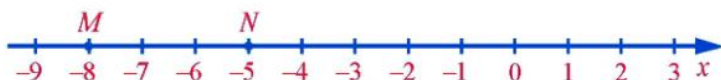


Рис. 45



Із двох чисел меншим є те, зображення якого на координатній прямій міститься лівіше, і більшим — те, зображення якого міститься правіше.

На координатній прямій додатні числа зображаються точками, що лежать правіше від нуля, а від'ємні — точками, що лежать лівіше від нуля. Тому



будь-яке додатне число більше від нуля, а будь-яке від'ємне число менше від нуля; будь-яке від'ємне число менше від будь-якого додатного числа.

Розглянемо два від'ємні числа -8 і -5 . Як ми вже встановили, $-8 < -5$, що відображено на рисунку 49. Порівняємо модулі чисел -8 і -5 : $|-8| = 8$; $|-5| = 5$. Оскільки $8 > 5$, то $|-8| > |-5|$.



Отже, із двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший, і більшим є те, модуль якого менший.

Якщо про число x відомо, що воно більше від 5 або дорівнює 5, то це записують так: $x \geq 5$, читають: « x більше або дорівнює 5».

Запис $y \leq 4$, читають: « y менше або дорівнює 4».

Наприклад, натуральними числами, які задовольняють умову $y \leq 5$, є числа 1, 2, 3, 4 і 5; цілими від'ємними числами, які задовольняють умову $x \geq -3$, є числа -3 , -2 і -1 ; цілими числами, які задовольняють умову $-3 \leq a < 3$, є числа -3 , -2 , -1 , 0, 1 і 2.

Прочитайте



1. Записати нерівністю твердження:
- а) a — додатне число; б) y — від'ємне число;
в) x — невід'ємне число; г) t — недодатне число;
д) число x не менше від 10; е) число b менше від 2 або дорівнює 2.
- а) $a > 0$; б) $y < 0$; в) невід'ємне число — це нуль або додатне число, тобто число, що дорівнює нулю або більше від нуля: $x \geq 0$; г) недодатне число — це нуль або від'ємне число, тобто число, що дорівнює нулю або менше від нуля: $t \leq 0$; д) якщо число x не менше від 10, то $x = 10$ або $x > 10$, тобто $x \geq 10$; е) $b \leq 2$.

Усно



977. Яке із чисел менше:
а) 5 чи 8; б) 3 чи 0; в) -1 чи 2; г) -2 чи -5 ?
978. Яке із чисел більше:
а) 5 чи 0; б) 8 чи 9; в) -2 чи 0; г) -2 чи 1; д) -7 чи -3 ?
979. Які з нерівностей є правильними:
а) $-5 < -7$; б) $0,75 > 0,8$; в) $-\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$; г) $-14 > -12$;
д) $-102 < 100$; е) $-6 < 0$; є) $|-10| > 0$; ж) $-(-3) < 2$?

Рівень А



980. Позначте на координатній прямій точки, що відповідають числам: 0; 1; 3; -4 ; -2 ; $-5,5$; 4. Порівняйте числа:
а) 1 і 4 ; б) 0 і 3 ; в) 0 і -4 ; г) -4 і $-5,5$;
д) 4 і -4 ; е) -2 і $-5,5$; є) -4 і 3 ; ж) 3 і -2 .
981. Поставте замість зірочки знак « $>$ », « $<$ » або « $=$ » так, щоб утворилась правильна нерівність чи рівність:
а) $-130 * 45$; б) $4,2 * 4,02$; в) $-2 * -2,1$; г) $-0,79 * -0,8$;
д) $-5\frac{1}{3} * 4$; е) $-\frac{3}{8} * -\frac{1}{3}$; є) $-3\frac{4}{5} * -3\frac{5}{6}$; ж) $|-5\frac{11}{2}| * 5\frac{1}{2}$.



Порівняйте:

- а) 1990 і 1909; б) $-0,6$ і 0 ; в) $-9,8$ і $-9,78$; г) $-0,04$ і $-0,4$;
 д) $3\frac{3}{7}$ і -3 ; е) $-\frac{4}{9}$ і $-\frac{6}{11}$; є) $-0,4$ і $-\frac{2}{5}$; ж) $|-7|$ і $|-6\frac{7}{8}|$.

983. Розмістіть у порядку спадання:

$$-0,31; 0,3; -3,1; 3,2; |-6|; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{5}; -(-2).$$



Розмістіть у порядку зростання числа:

$$-10; -15; |-17|; 0,7; -0,8; -(-14); 18; -41; 12.$$

985. Між якими послідовними цілими числами міститься число: $-1,5$; $-0,25$; $-4\frac{1}{3}$; $0,35$? Запишіть відповідні нерівності. Наприклад: $-3 < -2,7 < -2$.

Запишіть усі цілі числа, що містяться між числами:

986. а) -2 і 3 ; б) -3 і $3,5$; в) $-7,2$ і $-0,3$.



а) -3 і 4 ; б) $-5,3$ і $0,4$; в) $-11,2$ і -4 .

988. Запишіть п'ять послідовних цілих чисел, менших від числа -3 .



Запишіть п'ять послідовних цілих чисел, одним з яких є число -2 .

990. Позначте на координатній прямій усі точки, що відповідають цілим від'ємним числам, більшим від $-5,1$.

991. Запишіть нерівністю твердження:

- а) -5 — від'ємне число; б) 7 — додатне число;
 в) x — від'ємне число; г) b — додатне число.



Рівень Б

992. Запишіть у порядку зростання числа, протилежні числом:

$$0,02; -3,2; 4,3; 1,9; -0,5; \frac{1}{3}.$$

Знайдіть усі цілі числа, для яких виконується умова:

993. а) $-2 < x < 3$; б) $-0,3 < x \leq 4,1$; в) $-40 < x < -36$.



а) $-3 < x \leq 2$; б) $-1 \leq x < 3,1$; в) $-33 < x \leq -29$.

На координатній прямій позначте точки, координати яких задовольняють умову:

995. а) $1 < x < 4$; б) $-2 < x < 1$; в) $-2,5 < x < 0$.



а) $-1 < x < 2$;

б) $-4 < x < -1$;

в) $-0,5 < x < 0$.

997. Скільки є цілих чисел, менших від 35,7, але більших від $-24,3$?

998. Запишіть найбільше і найменше від'ємні цілі числа, модулі яких менші від 24.

Запишіть найбільше і найменше цілі числа, для яких виконується умова $-38 < x \leq -4$.1000. На координатній прямій позначені точки A та B , які відповідають числам a і b (рис. 46). Чи можна сказати:а) яке із чисел a чи b більше;

б) модуль якого числа більший?



Рис. 46

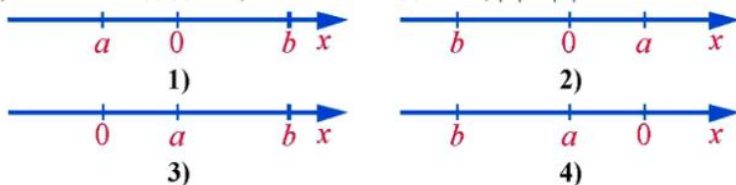
1001. Число a — додатне, число b — від'ємне. Яка з нерівностей правильна — $a > b$ чи $a < b$?Числа a та b — від'ємні й $|a| < |b|$. Яка з нерівностей правильна — $a > b$ чи $a < b$?1003. Числа a та b — від'ємні й $a > b$. Порівняйте модулі цих чисел.1004. На якій координатній прямій (див. рис. 47) зображені числа a та b , якщо відомо, що:а) числа a та b додатні, $|a| < |b|$;б) числа a та b від'ємні, $|a| < |b|$;в) число a — від'ємне, число b — додатне, $|a| < |b|$;г) число a — додатне, число b — від'ємне, $|a| < |b|$?

Рис. 47

Здогадайтеся



1005. До Кролика в гості прийшли Вінні-Пух, П'ятачок і ослик Іа. Скількома способами Кролик може розсадити гостей на синю, червону та жовту табуретки?

Вправи для повторення



1006. Обчисліть:

а) $\left(\frac{1}{3} + 0,6\right) \cdot 1\frac{4}{5} - 0,378$; б) $\left(0,75 : 0,03 - 23\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{2} + 5,72$.

1007. Знайдіть НСД і НСК чисел: а) 36 і 48; б) 54 і 126.

1008. Знайдіть число x , якщо 20% цього числа дорівнює: $1,5$; $\frac{1}{3}$.

1009. Зменште число 240 на 25%.

1010. Збільште число 80 на 15%.

34. Додавання від'ємних раціональних чисел

До раціональних чисел належать додатні числа (цілі та дробові), від'ємні числа (цілі та дробові) та число нуль. Ми вже вивчили дії додавання, віднімання, множення і ділення над додатними раціональними числами і нулем. А тепер навчимося виконувати їх над раціональними числами у випадках, коли обидва числа від'ємні або одне додатне, а інше — від'ємне (числа різних знаків).

Розглянемо приклад.

Нехай у березні фермер узяв у банку кредит 5 тис. грн., а у квітні — ще 3 тис. грн. Тоді за березень і квітень разом фермер узяв $5 + 3 = 8$ (тис. грн.) кредиту. Оскільки кредити є боргами фермера перед банком, то позначатимемо їх від'ємними числами: -5 тис. грн.; -3 тис. грн.; -8 тис. грн. Тоді суму кредитів у тисячах гривень за 2 місяці можна записати так:

$$(-5) + (-3) = -8.$$

Який знак має сума двох від'ємних чисел?

Знайдіть модулі доданків і модуль суми. Яка існує залежність між ними?

Бачимо, що сумою чисел -5 і -3 є від'ємне число; модуль суми дорівнює сумі модулів доданків: $|-8| = |-5| + |-3|$. Тому відшукування суми чисел -5 і -3 можна записати так:

$$(-5) + (-3) = -(|-5| + |-3|) = -(5 + 3) = -8.$$



Отже, **сумою двох від'ємних чисел є від'ємне число, модуль якого дорівнює сумі модулів доданків.**

Щоб додати два від'ємні числа, потрібно додати їх модулі й поставити перед одержаним числом знак «-».

Від'ємні числа — борг
 Борг 5 + борг 3 = борг 8
 $(-5) + (-3) = -8$

У сумі від'ємних доданків перший доданок пишуть, як правило, без дужок. Наприклад: $-1,2 + (-3,1) = -(1,2 + 3,1) = -4,3$.

Для додавання від'ємних чисел справджуються переставна і сполучна властивості.

Наприклад, $-5 + (-7) = -7 + (-5)$; $(-3 + (-4)) + (-11) = -3 + (-4 + (-11))$.

Прочитайте



1. Обчислити:

а) $-14\ 319 + (-9848)$;

б) $-3\frac{1}{5} + \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

• а) $-14\ 319 + (-9848) = -24\ 167$;

б) $-3\frac{1}{5} + \left(-2\frac{1}{3}\right) = -5\frac{8}{15}$;

$$\begin{array}{r} 14319 \\ + 9848 \\ \hline 24167 \end{array}$$

$3\frac{1^3}{5} + 2\frac{1^6}{3} = 5\frac{3+5}{15} = 5\frac{8}{15}$.

Для тих, хто хоче знати більше



Домовимося зменшення величини виражати від'ємним числом, а збільшення — додатним. Якщо температура зменшилась на 2°C , то можна сказати, що вона змінилась на -2°C . Якщо ж температура збільшилась на 2°C , то можна сказати, що вона змінилась на 2°C . Якщо протягом першої половини дня температура повітря зменшилась на 3°C , а протягом другої вона зменшилась на 4°C , то протягом дня температура зменшилась на $3^\circ + 4^\circ = 7^\circ$. За допомогою від'ємних чисел зміну величини температури протягом дня можна записати так: $-3 + (-4) = -7$.

Усно



1011. Обчисліть:

а) $-1 + (-7)$;

б) $-10 + (-20)$;

в) $(-10) + (-90)$;

г) $(-17) + (-13)$;

д) $(-0,2) + (-2,8)$;

е) $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)$.



Рівень А

Обчисліть:

1012. а) $-17 + (-15)$; б) $-99 + (-11)$; в) $-113 + (-17)$;
 г) $-35 + (-42)$; д) $-41 + (-115)$; е) $-27 + (-83)$;
 є) $-18 + (-43)$; ж) $-11,1 + (-14)$; з) $-17 + (-21,7)$.

1013. а) $-142 + (-36)$; б) $-288 + (-849)$; в) $-2\,318 + (-8839)$;
 г) $-13,7 + (-11,9)$; д) $-80,81 + (-7,32)$; е) $-375 + (-6,32)$;
 є) $-\frac{1}{6} + \left(-2\frac{5}{6}\right)$; ж) $-4\frac{2}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)$; з) $-1\frac{5}{6} + \left(-4\frac{1}{4}\right)$.



а) $-83 + (-28)$; б) $-793 + (-287)$; в) $-10\,973 + (-4908)$;
 г) $-1,31 + (-9,9)$; д) $-8,82 + (-9,78)$; е) $-199 + (-8,92)$;
 є) $-\frac{1}{7} + \left(-3\frac{2}{7}\right)$; ж) $-1\frac{1}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right)$; з) $-3\frac{3}{8} + \left(-1\frac{5}{12}\right)$.

1015. а) $-48 + (-205 + (-853))$; б) $(-9,3 + (-2,77)) + (-26,93)$.



а) $(-17 + (-154)) + (-909)$; б) $-7,56 + (-6,5 + (-23,04))$.

1017. Знайдіть значення виразу $-1,2 + (-a)$, якщо $a = 5$; $a = 17,9$; $a = 1\frac{1}{2}$.



Знайдіть значення виразу $-4,5 + a$, якщо $a = -4,5$; $a = -26,8$.

1019. Поставте замість зірочки знак «<» або «>» так, щоб утворилась правильна нерівність:

а) $-32 + (-19) * -63$; б) $-83 + (-38) * -100$.



Рівень Б

Обчисліть:

1020. а) $-\frac{2}{3} + (-2,4)$; б) $-0,75 + \left(-2\frac{2}{5}\right)$;
 в) $-3\frac{1}{4} + (-0,43 + (-5,38))$; г) $\left(-\frac{5}{6} + \left(-3\frac{1}{3}\right)\right) + (-3 + (-1,5))$.



а) $-4\frac{1}{3} + (-1,5)$; б) $\left(-0,2 + \left(-3\frac{2}{5}\right)\right) + (-1,6 + (-4))$.

1022. До суми чисел $-2\frac{3}{4}$ і $-1\frac{2}{3}$ додайте число, протилежне числу $\frac{1}{6}$.



1023. До числа, протилежного числу 2,3, додайте суму чисел $-3\frac{1}{5}$ і $-\frac{5}{6}$.

1024. За перший день рівень води в річці змінився на -9 см, за другий — на -8 см, а за третій — на $-6,5$ см. На скільки сантиметрів змінився рівень води за три дні?



Протягом першої половини дня температура повітря змінилась на $-1,5^\circ\text{C}$, а протягом другої — на $-3,5^\circ\text{C}$. На скільки градусів змінилась температура повітря протягом дня?

Здогадайтеся



1026. У вільні клітинки квадрата впишіть числа 30 або 5 так, щоб сума чисел у кожному рядку та кожному стовпці дорівнювала 100.

30				30
	30		30	
		30		
	30		30	
30				30

Вправи для повторення



1027. Обчисліть:

а) $|-15,82| \cdot 0,25 + 14\frac{1}{2} \cdot |-7,3| + |-0,31| \cdot \frac{1}{5}$;

б) $0,3 \cdot |-14,8| + 9\frac{2}{5} \cdot |-2,3| - |-0,32| \cdot |-0,25|$.

1028. Скільки тонн сіна вийде із 2,7 т трави, якщо при сушінні трава втрачає 75% своєї маси?

1029. Майстер виготовляє протягом зміни 50 деталей, а учень — 40 деталей. На скільки відсотків продуктивність праці майстра вища від продуктивності праці учня?

1030. Скільки грамів солі потрібно додати до 160 г води, щоб одержати 20%-й розчин солі?

35. Додавання двох чисел з різними знаками

Нехай у серпні фермер узяв у банку безвідсотковий кредит 5 тис. грн., а на початку наступного місяця повернув його, тобто повернув банку 5 тис. грн. Тоді розрахунок фермера з банком у тисячах гривень можна записати так:

$$-5 + (+5) = 0.$$

Числа 5 і -5 протилежні, їх сума дорівнює нулю.

Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Якщо в серпні фермер узяв кредит 7 тис. грн., а на початку наступного місяця повернув банку 4 тис. грн., то його борг перед банком становить 3 тис. грн. Розрахунок фермера з банком можна записати так:

$$-7 + (+4) = -3.$$

Якби в серпні фермер узяв кредит 5 тис. грн., а на початку наступного місяця відніс до банку 6 тис. грн., то фермер не лише покрити би борг перед банком, а й залишив на своєму рахунку 1 тис. грн. Розрахунок фермера з банком можна записати так:

$$-5 + (+6) = 1.$$

Повернемося до рівності $-7 + (+4) = -3$.

Знайдіть модулі доданків і модуль суми. Яка залежність між модулями доданків і модулем суми? З яким із доданків сума має однаковий знак?

У рівності $-7 + (+4) = -3$ модулі доданків дорівнюють 7 і 4, модуль суми дорівнює 3, тобто модуль суми дорівнює різниці більшого і меншого модулів. Знак різниці збігається зі знаком доданка, модуль якого більший. Тому відшукання суми чисел -7 і $+4$ можна записати так:

$$-7 + (+4) = -(|-7| - |4|) = -(7 - 4) = -3.$$

Повернемося до рівності $-5 + (+6) = 1$.

Поясніть, як у даному випадку знаходять модуль суми та знак суми.

У рівності $-5 + (+6) = 1$ модуль суми знаходять аналогічно, а знак суми визначив доданок, який має більший модуль, тобто доданок $+6$ (або 6).



Отже, щоб додати два числа з різними знаками, потрібно від більшого модуля відняти менший і поставити перед одержаним числом знак того доданка, модуль якого більший.

Додатні числа — прибуток
 Від'ємні числа — борг
 Борг 7 + прибуток 4 = борг 3
 $-7 + (+4) = -3$
 борг 5 + прибуток 6 = прибуток 1
 $-5 + (+6) = 1$

Обчислюючи, спочатку, як правило, визначають і записують знак суми, а потім знаходять різницю модулів. Наприклад:

- а) $-6,4 + (+5,1) = -(6,4 - 5,1) = -1,3$;
- б) $-5,8 + (+7,2) = +(7,2 - 5,8) = 1,4$;
- в) $4,2 + (-5,3) = -(5,3 - 4,2) = -1,1$.

У сумі доданків з різними знаками перший додатний доданок пишуть, як правило, без знака.

Проілюструємо додавання чисел за допомогою координатної прямої.

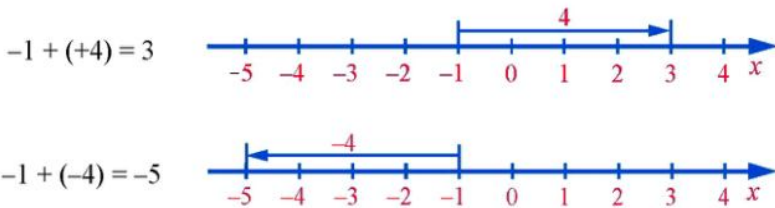


Рис. 48

Для додавання чисел з різними знаками справджуються переставна та сполучна властивості. Наприклад, $-17 + 10 = 10 + (-17)$; $(-7 + (-5)) + 3 = -7 + ((-5) + 3)$.

Для будь-якого раціонального числа a справджуються рівності:

$$0 + a = a + 0 = a; \quad a + (-a) = 0.$$

За допомогою властивостей додавання можна спростити обчислення суми кількох доданків, виконуючи дії у зручному порядку. Зокрема, якщо потрібно додати кілька чисел, серед яких є додатні й від'ємні, то можна додати окремо додатні числа й окремо від'ємні, а потім до суми додатних чисел додати суму від'ємних.

Наприклад: $-3 + (+17) + (-11) + (-15) + (+25) + (-5) =$
 $= (-3 + (-11) + (-15) + (-5)) + (17 + 25) = -34 + (+42) = 8.$

Прочитайте



1. Обчислити $\frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right)$.

$$\bullet \frac{5}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{20}{24} + \left(-\frac{21}{24}\right) = -\left(\frac{21}{24} - \frac{20}{24}\right) = -\frac{1}{24} \bullet$$

Усно



1031. Назвіть знак суми:

а) $-4 + (+5)$; б) $-7 + (+5)$; в) $4 + (-5)$; г) $4 + (-4)$.

Обчисліть:

1032. а) $-3 + (+3)$; б) $-5 + (+3)$; в) $10 + (-6)$; г) $-5 + (+6)$;
д) $-7 + (+7)$; е) $-11 + (+8)$; є) $12 + (-16)$; ж) $-7 + (+19)$.
1033. а) $-12 + (+8)$; б) $11 + (-27)$; в) $-19 + (+30)$; г) $-13 + (+80)$;
д) $-17 + (+31)$; е) $27 + (-50)$; є) $-28 + (+42)$; ж) $31 + (-52)$.
1034. а) $25 + (-36)$; б) $41 + (-21)$; в) $-14 + (+29)$; г) $-30 + (+49)$;
д) $43 + (-57)$; е) $19 + (-40)$; є) $-100 + (+61)$; ж) $-50 + (+83)$.

Рівень А



Обчисліть:

1035. а) $-123 + (+715)$; б) $-8 + (+16,3)$; в) $5,8 + (-1,7)$;
г) $-8,45 + (+1,4)$; д) $2 + (-0,71)$; є) $-4,32 + (+4,31)$.



а) $-27 + (+19)$; б) $100 + (-127)$; в) $-81 + (+103)$;
г) $87 + (-110)$; д) $-85 + (+19)$; є) $-120 + (+39)$.

1037. а) $-\frac{1}{3} + \left(+\frac{2}{3}\right)$; б) $-\frac{7}{10} + \left(+\frac{7}{10}\right)$; в) $\frac{2}{9} + \left(-\frac{4}{9}\right)$;

г) $-5\frac{1}{7} + (+5)$; д) $-3 + \left(+2\frac{1}{5}\right)$; е) $-4 + \left(+1\frac{1}{3}\right)$.



а) $2,3 + (-1,5)$; б) $-47,5 + (+111,5)$; в) $-3,8 + (+6,4)$;
г) $18 + (-12,75)$; д) $2,674 + (-2,647)$; є) $-\frac{5}{9} + \left(+\frac{2}{9}\right)$.

1039. Знайдіть значення виразу $-4,3 + a$, якщо $a = 1,8$; $a = -5,4$.

1040. Додайте:

- а) до суми чисел -10 і -15 число 21 ;
б) число $-1,2$ до суми чисел -5 і 17 ;
в) до суми чисел $-11,2$ і $7,3$ суму чисел 12 і $-5,3$.



Запишіть число -54 у вигляді суми:

- а) двох від'ємних чисел; б) додатного і від'ємного чисел.

Поставте замість зірочки знак « $<$ » або « $>$ » так, щоб утворилась правильна нерівність:

1042. а) $-520 + (+600) * 0$; б) $-300 + (+260) * 0$; в) $14,2 + (-11) * 0$;
г) $-7,2 + (+14) * 7$; д) $50 + (-40,1) * 10$; е) $-9,3 + (-1,14) * -8$.



- а) $-37 + (+97) * 0$; б) $80 + (-42) * 0$; в) $-31 + (+100) * 0$;
г) $-20 + (+30) * -10$; д) $-1,2 + (+4,5) * 3$; е) $-11 + (+4) * -8$.



Чи є серед чисел $7,2$; $10,6$; $-7,1$; $-7,2$; $-10,6$ корінь рівняння $x + (-1,7) = -8,9$?

Виконайте додавання:

1045. а) $-15 + (+17) + (-51) + (+93) + (-78)$;
б) $45 + (-13) + (-384) + (+15) + (-491)$;
в) $47 + (-8) + (-23) + (-9) + (-17) + (+23) + (+34)$.

1046. а) $-1,9 + (-7,3) + (+14,1) + (-0,7) + (+8,8)$;
б) $8,25 + (-5,72) + (-4,1) + (+3,65) + (-0,88)$.



- а) $75 + (-53) + (-57) + (+35) + (-48)$;
б) $-154 + (-346) + (+154) + (-92) + (+187)$;
в) $-6,7 + (+4,8) + (-5,3) + (-7,7) + (+12,8)$.

Рівень Б



Замість зірочки поставте знак « $+$ » або « $-$ » так, щоб була правильною рівність:

1048. а) $(*15) + (*11) = -4$; б) $(*15) + (*11) = 4$;
в) $(*7) + (*7) = 0$; г) $(*14) + (*14) = -28$.



- а) $(*6) + (*9) = -3$; б) $(*14) + (*7) = -21$; в) $(*11) + (*11) = 22$.

Обчисліть:

1050. а) $-6,2 + \left(+\frac{3}{4}\right)$; б) $\frac{2}{3} + (-4,1)$; в) $\frac{5}{6} + (-0,5)$;

$$\text{г)} 5\frac{4}{25} + (-1,3); \quad \text{д)} -0,2 + \left(+\frac{8}{15}\right); \quad \text{е)} -\frac{7}{12} + (+0,6).$$



$$\text{а)} 4,23 + \left(-5\frac{4}{5}\right); \quad \text{б)} -4\frac{1}{6} + (+3,2); \quad \text{в)} 0,25 + \left(-5\frac{1}{3}\right).$$

1052. Додайте:

а) до суми чисел $5,25$ і $-5\frac{1}{4}$ число, обернене числу $3\frac{1}{7}$;

б) до суми чисел $-\frac{5}{6}$ і $1,2$ число, протилежне числу $-3\frac{1}{2}$.

1053. Додатним чи від'ємним є число a , якщо:

а) $-5 + a > -5$;

б) $-10 + a < -10$;

в) $50 + (-a) > 50$?

1054. Опівдні температура повітря була 2°C , до вечора вона змінилась на -4°C . Якою стала температура повітря ввечері?

1055. Переконайтеся на прикладах, що $|a + b| \leq |a| + |b|$, узявши: а) два додатні числа; б) два від'ємні числа; в) два числа з різними знаками. У якому випадку виконується рівність $|a + b| = |a| + |b|$; нерівність $|a + b| < |a| + |b|$?

Знайдіть значення виразу:

1056. а) $-2\frac{1}{2} + \left(+\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(+2\frac{1}{3}\right)$;

б) $-4,1 + \left(-2\frac{7}{10}\right) + \left(+9\frac{1}{3}\right) + \left(+2\frac{1}{2}\right)$;

в) $7\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + (+0,5)$;

г) $-3\frac{2}{7} + \left(+2\frac{4}{9}\right) + \left(-1\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{6}{7}\right) + \left(+\frac{5}{9}\right)$;

д) $2\frac{4}{5} + (-4,8) + \left(+6\frac{2}{5}\right) + (-3,45) + (-0,85)$.



а) $0,75 + \left(-3\frac{1}{4}\right) + \left(+5\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$; б) $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(+2\frac{1}{2}\right) + \left(-1\frac{1}{6}\right)$.

1058. Дано числа 7 ; $-5,1$; $-1,9$; $-1,6$; $+3,7$; $+0,5$. Знайдіть:

а) модуль суми даних чисел і суму їх модулів;

б) модуль суми додатних чисел і суму їх модулів;

в) модуль суми від'ємних чисел і суму їх модулів.

У якому випадку модуль суми дорівнює сумі модулів?



Дано числа $1,7$; $-3,4$; $-2,7$; $1,6$. Знайдіть:

а) число, протилежне сумі цих чисел;

б) суму чисел, протилежних даним.
Порівняйте одержані результати.

Здогадайтеся



1060. У коробці є білі, червоні та зелені кульки — разом 20 штук. Білих кульок є у 6 разів більше, ніж зелених. Скільки кульок кожного кольору може бути в коробці?

Вправи для повторення



1061. Знайдіть:
- зменшуване, якщо від'ємник дорівнює 4,68, а різниця — 7,9.
 - від'ємник, якщо зменшуване дорівнює 8,57, а різниця — 3,38.
 - доданок, якщо сума дорівнює 3,86, а інший доданок — 2,6.
1062. При виготовленні деталі із заготовки, маса якої дорівнює 20 кг, у відходи пішло 0,8 кг. Скільки відсотків становить маса деталі від маси заготовки?
1063. У процесі сортування 1800 кг зерна у відходи пішло 90 кг. Скільки відсотків становить маса сортового зерна від початкової маси?
1064. У книжці 180 сторінок. За перший день учень прочитав 30% сторінок книжки, а за другий — на 9 сторінок більше. Скільки відсотків сторінок книжки залишилося прочитати учневі?

36. Віднімання раціональних чисел

Віднімання від'ємних чисел і чисел з різними знаками має такий самий зміст, що й віднімання додатних чисел. Нагадаємо, що за допомогою віднімання знаходять невідомий доданок за відомими сумою й одним з доданків.

Розглянемо приклади.

Оскільки $-7 + (-8) = -15$, то $-15 - (-8) = -7$.

Такий же результат одержимо, якщо до числа -15 додамо число, протилежне числу -8 , тобто число $+8$. Тому різницю $-15 - (-8)$ можна замінити сумою $-15 + (+8)$, у якій до зменшуваного додається число, протилежне від'ємнику: $-15 - (-8) = -15 + (+8) = -7$.



Отже, **щоб від одного числа відняти інше, досить до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.**

Це правило віднімання можна записати так:

$$a - b = a + (-b),$$

де a і b — будь-які раціональні числа. Зокрема, $a - a = a + (-a) = 0$.

Оскільки віднімання можна замінити додаванням протилежного числа, то будь-який вираз, який містить дії додавання і віднімання, можна записати як суму.

Наприклад, вираз $-10 - (+7)$ є різницею чисел -10 і $+7$, його можна записати як суму чисел -10 і -7 , бо $-10 - (+7) = -10 + (-7)$. Правильно й навпаки: суму чисел -10 і -7 можна записати як різницю чисел -10 і 7 , тобто $-10 + (-7) = -10 - (+7)$.

Домовимося надалі додатні числа писати без знака «+», тобто суму $-10 + (+7)$ записуватимемо так: $-10 + 7$, а різницю $14 - (+18)$ так: $14 - 18$.

Нехай на координатній прямій задано дві точки $A(-2)$ і $B(5)$ (рис. 49) і потрібно знайти довжину відрізка AB .

Щоб знайти довжину відрізка AB (або відстань AB), потрібно дізнатися, скільки одиничних відрізків містить цей відрізок. Як видно з рисунка, довжина відрізка AB дорівнює 7 одиничним відрізкам. Через координати кінців відрізка AB його довжина виражається так:

$$AB = 5 - (-2) = 7.$$



Рис. 49

Отже, щоб знайти довжину відрізка на координатній прямій, потрібно від координати його правого кінця відняти координату лівого кінця.

Для тих, хто хоче знати більше



Якби при відшуванні довжини відрізка AB (рис. 49) від координати лівого кінця відняли координату правого, то одержали б число $-2 - 5 = -7$. Довжина відрізка AB є додатною величиною і в цьому випадку вона дорівнює модулю знайденого числа:

$$AB = |-2 - 5| = |-7| = 7.$$

Отже, довжина відрізка AB дорівнює модулю різниці координат його лівого і правого кінців. Ця довжина також дорівнює модулю різниці координат правого і лівого кінців:

$$AB = |5 - (-2)| = |5 + 2| = |7| = 7.$$

Довжина відрізка дорівнює модулю різниці координат його кінців.

Довжину відрізка AB з кінцями $A(x)$ і $B(y)$ можна обчислити за формулою:

$$AB = |x - y|, \text{ або } AB = |y - x|.$$

Прочитайте



1. Обчислити: $-18 + 15 - (-11) - 32$.

• Запишемо вираз у вигляді суми і згрупуємо числа:

$$-18 + 15 - (-11) - 32 = -18 + 15 + 11 + (-32) =$$

$$= (-18 + (-32)) + (15 + 11) = -50 + 26 = -24. \bullet$$

2. Спростити вираз: $-7 + a + 8 - a - (-11)$.

• Запишемо вираз у вигляді суми і згрупуємо доданки:

$$-7 + a + 8 - a - (-11) = -7 + a + 8 + (-a) + 11 =$$

$$= (-7 + 8 + 11) + (a + (-a)) = 12 + 0 = 12. \bullet$$

3. Розв'язати рівняння: а) $x + 10 - 27 = 13$; б) $|x + 5| = 2$.

• а) Спочатку спростимо вираз у лівій частині рівняння:

$$x + 10 - 27 = x + 10 + (-27) = x + (-17) = x - 17.$$

Одержимо рівняння $x - 17 = 13$, звідки: $x = 13 + 17$; $x = 30$.

б) Якщо модуль числа дорівнює 2, то цим числом є 2 або -2 , тому $x + 5 = 2$ або $x + 5 = -2$. Розв'яжемо кожне із цих рівнянь.

$$x + 5 = 2;$$

$$x + 5 = -2;$$

$$x = 2 - 5;$$

$$x = -2 - 5;$$

$$x = -3.$$

$$x = -7.$$

Отже, $x = -3$ або $x = -7$. •

Усно



1065. Замініть віднімання додаванням:

а) $5 - (-2)$;

б) $5 - 7$;

в) $-3 - 8$;

г) $-6 - (-9)$.

1066. Обчисліть:

а) $-2 - 5$;

б) $4 - 6$;

в) $-3 - 6$;

г) $-7 - (-8)$.

Рівень А



1067. Подайте у вигляді суми різницю:


а) $-31 - (-28)$;

б) $50 - (-32)$;


в) $-37 - 21$;

- г) $a - 10$; д) $a - (-9)$; е) $7 - (-a)$.
1068. Обчисліть різницю і зробіть перевірку:
 а) $5 - 27$; б) $-5 - (-11)$; в) $-7 - 28$;
 г) $-11 - 15$; д) $11 - 39$; е) $-41 - (-5)$;
 е) $-5 - 20$; ж) $15 - (-30)$; з) $-12 - 7$.

Виконайте віднімання:


- 1069.** а) $-19 - (-16)$; б) $-18 - 9$; в) $7 - (-40)$;
 г) $-5 - (-1,5)$; д) $2,5 - 7,5$; е) $4 - (-1,6)$.
 а) $17 - (-35)$; б) $14 - 31$; в) $-11 - 40$;
 г) $1,2 - 1,4$; д) $-0,2 - 1,03$; е) $-9 - (-10,1)$.

- 1071.** а) $1\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}$; б) $-5 - 7\frac{1}{3}$; в) $6\frac{1}{3} - 7\frac{1}{3}$.

-  а) $-5 - 2\frac{1}{2}$; б) $8\frac{1}{3} - (-10)$; в) $-1\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3}$.

Замініть віднімання додаванням і обчисліть:

- 1073.** а) $-1 + 5 - (-12)$; б) $-17 - 8 - (-25)$; в) $40 - (-76) - 38$.

-  а) $11 - (-7) + (-2)$; б) $35 - 40 - (-12)$; в) $-5,7 + 15 - 6,6$.


1075. Обчисліть різниці $a - b$ і $b - a$, якщо:

- а) $a = -15$; $b = 35$; б) $a = 50$; $b = -82$; в) $a = -120$; $b = 45$.

Знайдіть модулі різниць і порівняйте ці модулі.


Розв'яжіть рівняння і зробіть перевірку:

- 1076.** а) $-7 + x = -15$; б) $x + (-35) = -20$; в) $-11 + x = -18$.

-  а) $x + 9 = 4$; б) $21 + x = -7$; в) $x + (-15) = -22$.


Знайдіть відстань між двома точками координатної прямої:

- 1078.** а) $A(-1)$ і $B(4)$; б) $M(-1,5)$ і $N(2,5)$; в) $K(-8,3)$ і $L(-2,1)$.

-  а) $C(-7)$ і $D(-2)$; б) $E(1,3)$ і $F(7,1)$; в) $M(-3,2)$ і $N(4,8)$.

1080. Увечері температура повітря була -12°C . За ніч вона знизилась на 4°C . Якою стала температура повітря вранці?

1081. За день температура повітря знизилась на 5°C і ввечері дорівнювала -1°C . Якою була температура повітря вранці?

 **1082.** Температура повітря вранці дорівнювала 3°C , а ввечері стала -4°C . На скільки градусів змінилася температура повітря протягом дня?

1083. Температура повітря вранці дорівнювала -5°C , а ввечері стала -9°C . Чому дорівнює різниця: а) ранкової та вечірньої температур; б) вечірньої та ранкової температур? Чим відрізняються знайдені різниці?



Рівень Б

Знайдіть значення виразу:

1084. а) $-5\frac{1}{2} + 3 - (-1,5) + (-5)$; б) $8 - (-1,2) + \frac{4}{5} - 7 + \left(-1\frac{1}{3}\right)$;

в) $-7 + \left(-1\frac{2}{3}\right) - 2\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$; г) $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} - 4\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$.



а) $6\frac{1}{4} - 8 + \left(-1\frac{3}{4}\right) + 2,5 - 10$; б) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{6} + (-2)$.

Спростіть вираз:

1086. а) $x + 7 - 18 - x + 24$; б) $4 - a - 19 - 11 + a + 25$.



а) $9 - c + 10 + c - 71$; б) $a - 2 + b - 18 - b - a + 30$.

Розв'яжіть рівняння:

1088. а) $x + 19 - 25 = -8$; б) $10 - x - 4 = -2$; в) $40 - x + 35 - 70 = 8$.

1089. а) $|x| + 7 = 11$; б) $10,2 - |x| = 3,8$; в) $|x| - 5,2 = -2$;

г) $|x - 2| = 8$; д) $|x + 3| = 9$; е) $|3 - x| = 4$.



а) $8 - x + 5 = 15$; б) $|x| - 2,5 = 8,8$; в) $|x + 5| = 1$.

1091. Розставте замість зірочок знаки «+» або «-» так, щоб виконувалась рівність:

а) $40 * 20 * (-60) * 30 * 50 = 100$; б) $80 * 10 * 70 * 50 * (-90) = 100$.

1092. На координатній прямій позначені точка $A(3)$ і відрізок AB завдовжки 5 одиниць. Які координати може мати точка B ?

Здогадайтеся



1093. Якщо кожному зі своїх дітей мама дасть по 13 слив, то у неї залишиться 8 слив, якщо ж вона дасть кожному по 15 слив, то всі сливи будуть роздані. Скільки слив було в мами?

Вправи для повторення



1094. Діаметр круга дорівнює 8 см. Знайдіть площу круга.
1095. У трьох цистернах зберігається бензин. У першій цистерні міститься $\frac{5}{12}$ усього бензину, а у другій — $\frac{3}{8}$. Яка частина всього бензину міститься у третій цистерні? Скільки всього бензину у трьох цистернах, якщо у другій цистерні його є 18 т?
1096. Мотоцикліст проїхав 19,5 км, після чого протягом $1\frac{1}{4}$ год рухався зі швидкістю v км/год. Скільки кілометрів проїхав мотоцикліст? Складіть вираз і знайдіть його значення, якщо $v = 18$.
1097. Щоб проїхати шлях від одного міста до іншого, автомобіль витратив 25 л бензину, а мотоцикл — 8,4 л. На скільки відсотків витрати бензину мотоцикла менші, ніж витрати автомобіля?
1098. Промінь ділить розгорнутий кут на два кути, величина одного з яких становить 125% від величини іншого. Яка величина кожного з утворених кутів?

37. Розкриття дужок

Ви вже знаєте, що на підставі сполучної властивості додавання вираз $a + (b + c)$ можна записати без дужок:

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

Цю операцію називають *розкриттям дужок*.

Оскільки $b = +b$, то останню рівність можна записати так:

$$a + (+b + c) = a + b + c.$$

Ми розкрили дужки, перед якими стоїть знак «+». При цьому опустили дужки, знак «+», що стоїть перед ними, та записали всі доданки, які були в дужках, зі своїми знаками.



Отже, **щоб розкрити дужки, перед якими стоїть знак «+», потрібно опустити дужки і знак «+», що стоїть перед ними, та записати всі доданки, які були в дужках, зі своїми знаками.**

З цього правила випливають такі рівності:

$$a + (-b + c) = a - b + c;$$

$$a + (b - c) = a + b - c, \text{ бо } b = +b.$$

З правила віднімання раціональних чисел випливає, що

$$5 - (-7) = 5 + 7.$$

При виконанні цієї дії ми розкрили дужки, перед якими стоїть знак «-». При цьому опустили дужки та знак «-», що стоїть перед ними, і записали доданок, який був у дужках, з протилежним знаком. Так розкриватимемо дужки, перед якими стоїть знак «-» і тоді, коли доданків буде кілька:

$$a - (b + c) = a - (+b + c) = a - b - c.$$



Отже, **щоб розкрити дужки, перед якими стоїть знак «-», потрібно опустити дужки і знак «-», що стоїть перед ними, і записати всі доданки, які були в дужках, із протилежними знаками.**

Скориставшись цим правилом, матимемо:

$$a - (b - c) = a - (+b - c) = a - b + c.$$

Прочитайте



1. Спростити вираз: $m + 3 - (m - n + 4)$.

$$\begin{aligned} \bullet m + 3 - (m - n + 4) &= m + 3 - m + n - 4 = \\ &= (m - m) + n + (3 - 4) = 0 + n + (-1) = n - 1. \bullet \end{aligned}$$

2. Взяти два останні доданки в дужки, поставивши перед дужками знак «+», у виразі: **а)** $-1,2 - 4,1 + 3$; **б)** $-4 + 5,3 - 2,1$.

$$\bullet \text{ а) } -1,2 - 4,1 + 3 = -1,2 + (-4,1 + 3).$$

Після першого доданка поставили знак «+», відкрили дужки, два останні доданки переписали з тими самими знаками і закрили дужки.

$$\text{б) } -4 + 5,3 - 2,1 = -4 + (5,3 - 2,1).$$

(Перед першим доданком у дужках знак «+» можна не ставити.) •

3. Взяти два останні доданки в дужки, поставивши перед дужками знак «-», у виразі: **а)** $3 - 4,2 + 3,7$; **б)** $-10 + 7 - 4,2$.

$$\bullet \text{ а) } 3 - 4,2 + 3,7 = 3 - (4,2 - 3,7).$$

Після першого доданка поставили знак «-», відкрили дужки, знак «-» у доданку $-4,2$ змінили на «+», але не написали, оскільки у дужках цей доданок перший; у доданку $+3,7$ знак «+» змінили на «-».

$$\text{б) } -10 + 7 - 4,2 = -10 - (-7 + 4,2). \bullet$$

Усно



1099. Чи правильно розкрито дужки?

а) $3 + (-5 - 2) = 3 - 5 - 2$;

б) $3 - (5 - 2) = 3 - 5 - 2$;

в) $3 - (-5 + 2) = 3 + 5 - 2$;

г) $3 - (5 + 2) = 3 - 5 + 2$.

Рівень А



1100. Розкрийте дужки:

а) $5 + (m - n)$; б) $7 - (-a + b)$; в) $-3 - (m + n)$; г) $5 - (a - b + c)$.

Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

1101. а) $11 - (-45 - 17)$; б) $14 + (15 - 41)$; в) $-8 - (53 - 48)$;

г) $73 - (51 - 36)$; д) $15 - (-4 + 27)$; е) $-\frac{1}{8} - \left(1\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right)$.



а) $-32 - (53 - 72)$; б) $40 - (-17 + 35)$; в) $-12 + (-32 - 17)$;

г) $-38 - (-81 + 39)$; д) $75 + (-84 + 7)$; е) $\frac{4}{9} - \left(-1\frac{1}{9} + \frac{4}{9}\right)$.

1103. а) $-(59 - 75) - (34 - 49)$;

б) $(82 - 9) + (32 - 8)$;

в) $(49 - 5) - (29 - 4)$;

г) $-(8 - 102) - (142 - 53)$.

Розкрийте дужки і спростіть вираз:

1104. а) $9 - (a + 37)$;

б) $-(4 - a + 2) - 118$;

в) $b + (78 - b - 19)$;

г) $-(a + 51) - (-a - 49)$.



а) $-24 - (56 - a)$;

б) $41 - (52 + b - 15)$;

в) $-(-5 + a) - 72$;

г) $-(a - 6) + (42 + a - 58)$.

Рівень Б



1106. Спростіть вираз $a + b - (b - c) + d$ і знайдіть його значення, якщо $a = -3,1$; $b = 0,017$; $c = -0,2$; $d = -5$.



Спростіть вираз $a - b + (b - c) + 1,8$ і знайдіть його значення, якщо $a = 0,2$; $b = -0,35$; $c = -3$.

Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:

1108. а) $(-3,5 + 7,6) - (10,8 - 8,3)$; б) $85 - (3,17 + 4,6 - 5,8)$;

в) $-\left(5\frac{4}{9} - 6\frac{5}{12}\right) + \left(-3\frac{1}{2} - \frac{5}{9}\right)$; г) $-(-5,76 - 6,04 + 7,2) - 3,6$;

$$д) \left(1 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{5}\right).$$



$$а) -(-8,5 - 3,3 + 6,4) - \frac{1}{3};$$

$$б) (4,8 - 5,3) - (-4,3 + 4,8).$$

1110. Запишіть суму виразів і спростіть її:

$$а) -5 + a \text{ і } -a + 2,3;$$

$$б) 0,35 + m \text{ і } -4,4 - m - 2,65;$$

$$в) a - b \text{ і } b - a;$$

$$г) a - b + c \text{ і } b - a + 3.$$

1111. Запишіть різницю виразів і спростіть її:

$$а) c + 17,1 \text{ і } 8,5 + c;$$

$$б) -a + b \text{ і } b - a;$$

$$в) a + b \text{ і } b + c;$$

$$г) -a + b + k \text{ і } b - a - 2.$$

Розв'яжіть рівняння, спростивши спочатку вираз у лівій частині:

$$1112. а) 4,8 - (5,8 + x) = 1,2;$$

$$б) (x + 7,2) - 14 = 2,3;$$

$$в) -9 + (14,7 - x) = 1,3;$$

$$г) -(x - 1,9) - 15 = 14,1.$$



$$а) 8,3 - (-3,2 + x) = 12;$$

$$б) -(x - 2,25) + 4,88 = 1,3.$$

Візьміть у дужки два останні доданки, поставивши перед дужками знак «+»; знак «-»:

$$1114. а) -4 + 3 - 7;$$

$$б) b - a + 5;$$

$$в) 8 - a + b;$$

$$г) 5 - a - b.$$



$$а) 5 + 8 - 3;$$

$$б) 7 - a + b;$$

$$в) a - 5 + b;$$

$$г) -4 + a + b.$$

Здогадайтеся



1116. Щоденно опівдні з порту *A* до порту *B* і з порту *B* до порту *A*, вирушають пароплави. Рейси всіх пароплав тривають 10,5 діб. Скільки пароплавів зустрічає за час рейсу кожний із цих пароплавів?

Вправи для повторення




1117. Периметр трикутника *ABC* дорівнює 15 см. Довжина сторони *AB* становить 44% периметра, а довжина сторони *BC* становить $\frac{2}{3}$ довжини сторони *AB*. Яка довжина сторони *AC*?

1118. У парку росте 450 дерев. Липи становлять $\frac{2}{15}$ кількості всіх дерев і 80% кількості осик. Скільки лип і осик разом росте в парку?

1119. Водій мав перевести вантаж з міста A до міста B , відстань між якими дорівнює 180 км. Він планував їхати 3 години й о 10 год ранку бути в місті B . Однак водій виїхав із запізненням і, щоб прибути до міста B вчасно, збільшив заплановану швидкість на 20%. О котрій годині водій виїхав з міста A ?
1120. Відстань між пунктами A і B дорівнює 60 км, до того ж, $\frac{2}{3}$ шляху припадає на шосе, а решта — на ґрунтову дорогу. Мотоцикліст проїхав шлях між цими пунктами, рухаючись шосе зі швидкістю 40 км/год, а ґрунтовою дорогою — удвічі повільніше. Скільки часу їхав мотоцикліст?

Пам'ятка до §5

-  — координатна пряма.
- -7 і 7 — протилежні числа (відрізняються знаком).
- $|6| = 6$ — модулем додатного числа є це саме число;
 $|0| = 0$ — модуль нуля дорівнює нулю;
 $|-10| = 10$ — модулем від'ємного числа є протилежне йому додатне число.
- $6 > 0$ — додатне число більше від нуля;
 $-7 < 0$ — від'ємне число менше від нуля;
 $-7 < 2$ — від'ємне число менше від додатного;
 $-15 < -12$ — оскільки $|-15| > |-12|$.
- $-7 + (-5) = -12$ — від'ємне число, модуль суми дорівнює сумі модулів:
 $|-7| + |-5| = 12$.
- $-12 + 5 = -7$ — перший доданок має більший модуль: $|-12| > |5|$, тому сума має знак « $-$ », модуль суми дорівнює різниці більшого та меншого модулів:
 $|-12| - |5| = 7$.
- $-3 - (-4) = -3 + 4$ — до зменшуваного додали число, протилежне від'ємнику.
- $a + (-b + c) = a - b + c$ — розкриття дужок, перед якими стоїть знак « $+$ »; доданки, які були в дужках, зі своїми знаками;
 $a - (-b + c) = a + b - c$ — розкриття дужок, перед якими стоїть знак « $-$ »; доданки, які були в дужках, із протилежними знаками.

Запитання для самоперевірки і повторення

1. Що таке координатна пряма?
2. Де на координатній прямій розміщені точки, які відповідають додатним числам; від'ємним числам?
3. Які числа називають протилежними?
4. Які числа називають цілими; раціональними?
5. Чому дорівнює модуль додатного числа; від'ємного числа; нуля?
6. Як порівнювати числа за допомогою координатної прямої?
7. Яке число більше: додатне чи від'ємне?
8. Яке із двох від'ємних чисел більше?
9. Як додати два від'ємні числа?
10. Як додати два числа з різними знаками?
11. Як виконати дію віднімання?
12. Як розкрити дужки, перед якими стоїть знак «+»?
13. Як розкрити дужки, перед якими стоїть знак «-»?

Завдання для повторення §5

1121. Дано числа: 5 ; -8 ; $4,25$; $1\frac{3}{5}$; 506 ; 8 ; $-1,6$; $0,125$; -206 ; $-4\frac{1}{4}$.
- а) Які з даних чисел є натуральними; цілими; дробовими?
 - б) Запишіть числа, протилежні даним.
 - в) Знайдіть модулі чисел. Чи є серед чисел такі, що мають рівні модулі?
 - г) Розмістіть дані числа в порядку зростання.
1122. Накресліть координатну пряму з одиничним відрізком 1 см. Позначте на координатній прямій:
- а) точки: $A(-2)$; $B(-3,5)$; $C(-0,5)$; $D(2,5)$; $E(1\frac{1}{2})$; $F(4)$;
 - б) точку $K(-1,5)$ і точку, що має протилежну координату;
 - в) точки, модулі координат яких дорівнюють 2 ; $3,5$; 0 .

Знайдіть:

1123. а) $-b$, якщо $b = 1,2$; $b = -3$; б) x , якщо $-x = 4$; $-x = -\frac{1}{4}$.
1124. а) $|-y|$, якщо $y = 2,3$; б) $| -(-c) |$, якщо $c = -2$.
1125. Обчисліть:
- а) $|-1,5| + |0,98|$; б) $|-1\ 100| - |-295|$; в) $|-2,4| \cdot 2,5 - 6$.

1126. Розв'яжіть рівняння:

а) $|x| + 4 = 9$; б) $|x| - 1 = \frac{1}{3}$; в) $10 - |x| = 3,5$; г) $2|x| - 4 = 6$.

1127. Запишіть три значення x , що задовольняють умови:

а) $x < 0$ і $|x| > 5$; б) $x < 0$ і $|x| \leq 4$.

Вкажіть одне число, яке:

1128. менше від $-\frac{1}{2}$, але більше від $-\frac{2}{3}$.

1129. менше від $-3,3$, але більше від $-3,4$.

1130. На координатній прямій позначте точки, координати яких задовольняють умову:

а) $-2 < x < 2$; б) $-2,5 < x < -1$; в) $|x| < 1,5$.

Запишіть усі цілі числа, які задовольняють кожен нерівність.

1131. Дано числа: $-4\frac{1}{2}$; $18,5$; $-10\frac{3}{5}$; $-15,6$.

а) Від суми перших двох чисел відніміть суму решти чисел.

б) Від першого числа відніміть суму трьох останніх.

в) Від різниці перших двох чисел відніміть різницю третього і четвертого.

г) До різниці першого і четвертого чисел додайте суму другого і третього.

1132. Знайдіть за допомогою координатної прямої суму чисел:

а) -3 і 4 ; б) -5 і -2 ; в) -8 і 3 .

1133. Дано числа: 14 ; -6 ; -11 ; $-1,2$. Запишіть кожне з них у вигляді:

а) суми двох різних чисел; б) різниці двох чисел.

1134. Запишіть суму числа a і числа, протилежного числу b . Обчисліть цю суму, якщо $a = -21$, $b = 9$.

1135. Запишіть суму числа a і числа, протилежного числу $-b$. Обчисліть цю суму, якщо $a = 17$, $b = -11$.

1136. Обчисліть:

а) $-386 + (-433)$; б) $4,68 + (-5,06)$; в) $-2\frac{3}{16} - 4\frac{3}{4}$;

г) $-10,8 + \left| -3\frac{1}{5} \right|$; д) $-2,1 - |2,6 - 3,8|$; е) $\frac{2,7 - (-3,1 + 4)}{1,2 - 2,1}$;

е) $\left(\frac{3}{11} - \frac{4}{17} \right) - \left(\frac{5}{11} - \frac{6}{17} \right) - \left(\frac{2}{11} - \frac{8}{17} \right)$;

ж) $12 - \left(20,5 - 15\frac{1}{3} \right) - \left(15\frac{2}{3} + 3\frac{1}{6} + 11,5 \right)$.

1137. Розкрийте дужки і знайдіть значення виразу:
а) $4,35 - 5 - (1,63 - 2,72)$; **б)** $(0,211 + 0,817) - (0,302 - 0,7)$.
1138. Спростіть вираз:
а) $-5,3 + a + 7,2 + (-1,8)$; **б)** $b + 8,3 + (-14,2) + 11 - b$;
в) $a - (a + b) + (b - c)$; **г)** $-m + (m - n) - (k + a)$.
1139. Візьміть у дужки три останні доданки, поставивши перед дужками знак «+»; знак «-»:
а) $5 - 2 + 3 - 7 - 3,2$; **б)** $4 + 5 - 7 - 9 + 14$.

Розв'яжіть рівняння:

1140. **а)** $5 + x = -7,8$; **б)** $4 - x = -1,2$; **в)** $11 - x - 8 = -2,3$;
г) $-x + 7 - 18 = 5$; **д)** $(x + 7) - 11 = -8$; **е)** $14 - (x + 9) = -21$.
1141. **а)** $|x| = 2,7$; **б)** $|x + 9| = 3$; **в)** $|x - 1| = 0$;
г) $|x + 5| = -2$; **д)** $|2 - x| = 7$; **е)** $|3,5 - x| = 10$.
1142. Модуль суми чисел a і 5 дорівнює 0 . Знайдіть a .
1143. На координатній прямій позначте деяку точку $A(a)$ і точки $B(a + 3)$; $C(a - 2)$; $D(a - 1,5)$.
1144. На координатній прямій точка A відповідає числу $a + 3$, а точка B — числу $a - 3$. Якому числу відповідає середина відрізка AB ?
1145. Знайдіть відстань між точками $A(x)$ і $B(y)$, якщо:
а) $x = -3$; $y = 2$; **б)** $x = 5$; $y = -4$; **в)** $x = -2$; $y = -7$.
1146. На координатній прямій позначте точку $A(2)$ і таку точку B , щоб довжина відрізка AB дорівнювала 5 одиницям. Знайдіть координату точки B . Скільки може бути таких точок?
1147. Відстань між точками $A(x)$ і $B(-4)$ дорівнює 7 одиницям. Знайдіть координату точки A . Скільки може бути таких координат?
- 1148*. Знайдіть три цілі числа, які задовольняють таким трьома умовам: 1) модуль кожного із чисел менший від 4 ; 2) сума двох найбільших чисел дорівнює 3 ; 3) сума двох найменших чисел дорівнює -1 .
1149. Температура повітря за першу половину дня підвищилась на 6°C , а за другу — знизилась на 3°C . Як змінилась температура повітря за день?

Завдання для самоперевірки

I рівень

- Запишіть числа, протилежні числам: 4; 0; -2.
- Порівняйте числа -5 і 2.
а) $-5 > 2$; б) $-5 < 2$; в) $-5 = 2$.
- Знайдіть модуль числа -7.
а) $|-7| = -7$; б) $|-7| = 7$; в) $|-7| = 0$.
- Знайдіть суму чисел -15 і +8.
а) -7; б) -23; в) 7; г) 23.
- Обчисліть: $-8 + (-15)$.
а) 7; б) 23; в) -7; г) -23.
- Знайдіть різницю чисел -11 і +8.
а) -3; б) -19; в) 3; г) 19.

II рівень

- Знайдіть значення виразу $-27 + 40 - (-11)$.
- Розкрийте дужки та знайдіть значення виразу $-37 - (15 - 23)$.
- Розкрийте дужки та спростіть вираз $(14 - a) - (-21 - a)$.

III рівень

- Знайдіть значення виразу:
а) $-2,9 + 1,8 + (-11,1) - |-7,2|$; б) $-5,4 - (-10 - 5,4 + 4,7)$.
- Розв'яжіть рівняння:
а) $7,3 - x = -1,2$; б) $(x + 1,2) - 1,9 = -2,4$.
- Знайдіть відстань між точками $A(-4)$ і $B(11)$.

IV рівень

- На координатній прямій позначте точки, координати яких задовольняють умову $|x| < 3\frac{1}{2}$.
- Розв'яжіть рівняння:
а) $-2,9 - (x - 3,7) = -2$; б) $|x| - 2,1 = 3$; в) $|4 - x| = 9$.
- Відстань між точками $C(x)$ і $D(3)$ дорівнює 6 одиниць. Знайдіть координату точки C . Скільки розв'язків має задача?

Розділ IV. Раціональні числа та дії над ними

§6. Множення і ділення раціональних чисел

У цьому параграфі ви знайдете відповіді на такі запитання:

$$3a + 2a =$$



1. Чому дорівнює добуток:
 $-5 \cdot 7$; $-8 \cdot (-4)$?
2. Що таке коефіцієнт?
3. Як називають доданки
у сумі $40a + 54a$?
4. Чому дорівнює частка:
 $-36 : (-12)$; $48 : (-6)$?
5. Як розв'язати рівняння
 $3(2x - 5) = 5x + 3$?
6. Які прямі називають паралельними;
перпендикулярними?
7. Чим визначається положення точки
на координатній площині?

§ 6. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

38. Множення раціональних чисел

Нехай у лютому, березні й квітні фермер брав у банку кредити по 5 тис. грн. щомісячно. Тоді за ці три місяці він узяв кредит на суму $5 \cdot 3 = 15$ (тис. грн.). Оскільки кредити є боргами фермера перед банком, то ми позначали їх від'ємними числами: -5 тис. грн.; -15 тис. грн. Тоді увесь кредит фермера у банку за 3 місяці в тисячах гривень можна записати так:

$$-5 \cdot 3 = -15.$$

Які знаки мають множники? Який знак має добуток? Яка залежність між модулями множників і модулем добутку?

Числа -5 і 3 мають протилежні знаки, їх добутком є число від'ємне, а модуль добутку (числа -15) дорівнює добутку модулів множників (чисел -5 і 3): $|-15| = |-5| \cdot |3|$.



Добутком двох чисел з різними знаками є число від'ємне; модуль добутку дорівнює добутку модулів множників.

Отже, щоб знайти добуток двох чисел з різними знаками, досить перемножити їх модулі і поставити перед одержаним числом знак «-».

$$-5 \cdot 3 = -(|-5| \cdot |3|) = -(5 \cdot 3) = -15.$$

Порівняємо добутки:

$$5 \cdot 3 = 15 \quad \text{і} \quad -5 \cdot 3 = -15.$$

Бачимо: якщо змінити знак одного множника (замість множника 5 взяти множник -5), то знак добутку теж змінюється, а модуль добутку залишається тим самим ($|15| = |-15|$). Отже, якщо змінити знак множника, то знак добутку змінюється, а його модуль залишається тим самим.

Використаємо знайдену залежність для обчислення добутку від'ємних чисел -5 і -3 .

Оскільки $-5 \cdot 3 = -15$, то, змінивши у множникові 3 (або $+3$) знак «+» на знак «-», а в добутку -15 — знак «-» на знак «+», прийдемо до рівності

$$-5 \cdot (-3) = 15.$$

Які знаки мають множники? Який знак має добуток?

Числа -5 і -3 від'ємні, їх добуток — додатне число; модуль добутку 15 дорівнює добутку модулів чисел -5 і -3 .

$$-5 \cdot (-3) = |-5| \cdot |-3| = 5 \cdot 3 = 15.$$



Добутком двох від'ємних чисел є число додатне; модуль добутку дорівнює добутку модулів множників.

Отже, щоб знайти добуток двох від'ємних чисел, досить перемножити модулі цих чисел.

Якщо число a — додатне, від'ємне або 0, то $a \cdot 0 = 0$.

Прочитайте



1. Виконати множення: а) $-1\frac{2}{3} \cdot 0,7$; б) $-9,8 \cdot (-11,3)$.

• а) $-1\frac{2}{3} \cdot 0,7 = -\left(1\frac{2}{3} \cdot 0,7\right) = -\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{7}{10}\right) = -\frac{7}{6} = -1\frac{1}{6}$;

б) $-9,8 \cdot (-11,3) = 9,8 \cdot 11,3 = 110,74$. •

Усно



1150. Який знак має добуток:

а) $-5 \cdot (-1,2)$;

б) $7 \cdot (-89)$;

в) $-3 \cdot 0,6$;

г) $0 \cdot (-1,89)$?

1151. Обчисліть:

а) $8 \cdot 6$;

б) $8 \cdot (-6)$;

в) $-8 \cdot 6$;

г) $-8 \cdot (-6)$;

д) $7 \cdot (-4)$;

е) $(-7) \cdot (-4)$;

є) $-5 \cdot 4$;

ж) $-100 \cdot 0$.

1152. Який знак має добуток ab , якщо:

а) $a > 0$; $b > 0$;

б) $a > 0$; $b < 0$;

в) $a < 0$; $b < 0$;

г) $a < 0$; $b > 0$;

д) $a < 0$; $b = 0$;

е) $a = 0$; $b > 0$?

Рівень А



Виконайте множення:

1153. а) $-15 \cdot 7$;

б) $-16 \cdot (-5)$;

в) $-12 \cdot (-9)$;

г) $7 \cdot (-13)$.



а) $11 \cdot 72$;

б) $-11 \cdot (-72)$;

в) $-11 \cdot 72$;

г) $11 \cdot (-72)$.

1155. а) $-0,2 \cdot 3$;

б) $2 \cdot (-0,6)$;

в) $(-1,2) \cdot (-2)$;

г) $-0,1 \cdot (-20)$.

1156. а) $-16 \cdot 2,5$;

б) $-4 \cdot (-10,5)$;

в) $-1,2 \cdot (-0,8)$;

г) $8 \cdot (-4,05)$.



а) $-1,8 \cdot 4$;

б) $-7 \cdot (-1,2)$;

в) $0,4 \cdot (-100)$;

г) $-0,1 \cdot (-17,2)$.

1158. а) $-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; б) $5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$; в) $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$; г) $-\frac{2}{9} \cdot (-3)$.

1159. а) $-5 \cdot 3\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{9} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right)$; в) $-3\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$; г) $-5\frac{1}{4} \cdot 4$.



1160. а) $-12 \cdot \frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{15} \cdot (-5)$; в) $-\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$; г) $1\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$.

Знайдіть значення виразу:

1161. $-12b$, якщо $b = 1$; $b = -1$; $b = 0,75$; $b = -6,5$.



1162. $-25a$, якщо $a = -1$; $a = 8$; $a = -0,16$; $a = 6,4$.

1163. Заповніть таблицю:

x	5	-3	-0,3	0,5	$\frac{3}{8}$	$-1\frac{1}{4}$
$-0,2x$						

Обчисліть:

1164. а) $-16 + 8 \cdot (-0,5)$; б) $-2 \cdot (-1,8 - 1,2)$; в) $5\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) + 6$.



1165. а) $-0,4 \cdot (-10) - 7$; б) $(0,1 - 0,6) \cdot 8$; в) $\frac{3}{5} \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right) - \frac{2}{3}$.

1166. Запишіть у вигляді добутку:

а) $x + x + x + x + x$; б) $3x + 3x + 3x + 3x$; в) $-a - a - a$.

1167. Поставте замість зірочки знак «<» або «>» так, щоб утворилась правильна нерівність:

а) $-7,2 \cdot (-15) * 100$; б) $100 \cdot (-3) * 300$; в) $0,2 \cdot (-14) * -2,5$.

Рівень Б



Обчисліть:

1168. а) $(-7,6 - 5,8 + 4,5) \cdot (6,3 - 8,2)$; б) $-2,69 \cdot (-0,8) + 0,7 \cdot (4,3 - 7,8)$;
в) $-10,8 \cdot (-7,6 - 6,8 \cdot (-3,5))$; г) $(-7,65 \cdot (-0,4) - 5) \cdot (3 - 1,02)$.

1169. а) $5,6 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) - (-5) \cdot 3\frac{1}{3}$; б) $-0,75 \cdot \frac{2}{9} - 7\frac{1}{4} \cdot (-0,3)$;

в) $(-3,4) \cdot \left(1 - 1\frac{10}{17} \cdot \left(-\frac{4}{27}\right)\right)$; г) $\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot \left(3\frac{4}{9} - 1,5\right)$.



а) $-20,5 \cdot (-46) - 9,8 \cdot (-1,05)$;

б) $1,2 \cdot (-6,39 + 4,84) - \frac{5}{6} \cdot 24,6$;

в) $-4 \frac{8}{15} \cdot (-1,5) - 3 \frac{1}{3} \cdot \left(-1 \frac{3}{5}\right)$;

г) $-3 \frac{4}{7} \cdot \left(-2 \frac{1}{2} + 3,7 - 5 \frac{4}{5}\right)$.

1171. Запишіть кожне із чисел -5 ; -10 ; 9 ; $-0,6$; $-1,8$ у вигляді добутку двох множників, один з яких дорівнює -1 .



Запишіть кожне із чисел 1 ; 9 ; 16 ; 100 у вигляді добутку двох рівних множників. Скількома способами це можна зробити?

1173. Запишіть кожне із чисел -1 ; -9 ; -16 ; -100 у вигляді добутку двох протилежних чисел.

1174. Доберіть корінь рівняння:

а) $-6 \cdot x = -4,2$;

б) $8 \cdot x = -5,6$;

в) $-11 \cdot x = -77$.



Які з чисел -4 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 є коренями рівняння $x(x+2)=0$?

1176. Для яких значень a та b правильні записи:

а) $ab > 0$;

б) $ab < 0$;

в) $ab = 0$?



Про три числа a , b і c відомо, що $ab < 0$, $bc > 0$. Чи може добуток ac дорівнювати -2 ; 2 ; 0 ?

1178. Про чотири числа a , b , c і d відомо, що $ab > 0$, $bc < 0$, $cd > 0$. Знайдіть знак добутку ad .

Здогадайтеся



1179. Якою цифрою закінчується добуток 21 множника, кожний з яких дорівнює 4 ?

Вправи для повторення



1180. Сума двох чисел дорівнює $12,5$, до того ж, одне число в 4 рази більше від іншого. Знайдіть ці числа.

1181*. Сума двох чисел дорівнює 132 , до того ж, одне з них закінчується нулем. Якщо цей нуль закреслити, то вийде інше число. Знайдіть ці числа.

1182. Перший насос наповнює басейн за 20 хв, а другий — за 30 хв. За який час наповнять басейн насоси, працюючи разом?

1183. Запишіть суму двох виразів і спростіть її:

а) $-5,6 + a$ і $-a - 0,8$;

б) $14,2 - b$ і $b - (21 - b)$.

1184. Обчисліть:

а) $125 \cdot 17 \cdot 8 \cdot 3$;

б) $2,5 \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 0,6$;

в) $\frac{1}{23} \cdot 1\frac{3}{17} \cdot 4\frac{1}{4} \cdot 46$.

39. Переставна і сполучна властивості множення. Коефіцієнт

Для множення раціональних чисел справджуються переставна і сполучна властивості.



Переставна властивість: для будь-яких раціональних чисел a та b справджується рівність:

$$ab = ba.$$

Для додатних чисел ця властивість була встановлена раніше. Перевіримо на прикладах, що вона справджується і тоді, коли один або обидва множники від'ємні:

$$\begin{aligned} -5 \cdot 1,4 &= 1,4 \cdot (-5), & \text{бо } -5 \cdot 1,4 &= -7 \text{ і } 1,4 \cdot (-5) &= -7; \\ -2,5 \cdot (-3) &= -3 \cdot (-2,5), & \text{бо } -2,5 \cdot (-3) &= 7,5 \text{ і } -3 \cdot (-2,5) &= 7,5. \end{aligned}$$



Сполучна властивість: для будь-яких раціональних чисел a , b і c справджується рівність:

$$(ab)c = a(bc).$$

Перевіримо цю рівність, узявши $a = -2$, $b = -5$, $c = 4$:

$$\begin{aligned} (-2 \cdot (-5)) \cdot 4 &= 10 \cdot 4 = 40; & \text{Отже, } (-2 \cdot (-5)) \cdot 4 &= -2 \cdot (-5 \cdot 4). \\ -2 \cdot (-5 \cdot 4) &= -2 \cdot (-20) = 40. \end{aligned}$$

Для будь-якого раціонального числа a справджуються рівності:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a \cdot (-1) = -1 \cdot a = -a; \quad a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Розглянемо вираз $1,5a$. Він містить числовий множник $1,5$ і буквений a . Числовий множник $1,5$ називають *числовим коефіцієнтом* виразу $1,5a$, або просто *коефіцієнтом*. Коефіцієнтом виразу $-4ab$ є число -4 . Коефіцієнти пишуть перед буквеними множниками.

Оскільки $a = 1 \cdot a$, то вважають, що коефіцієнт виразу a дорівнює 1 . Оскільки $-a = (-1) \cdot a$, то коефіцієнт виразу $-a$ дорівнює -1 .

Використовуючи переставну і сполучну властивості множення, спростимо вираз $1,5a \cdot (-4b)$:

$$1,5a \cdot (-4b) = 1,5 \cdot a \cdot (-4) \cdot b = (1,5 \cdot (-4)) \cdot (a \cdot b) = -6ab.$$

Прочитайте



1. Знайти коефіцієнт добутку:

а) $-5b \cdot (-7c)$; б) $a \cdot (-b)$; в) $-a \cdot (-b)$.

• а) $-5b \cdot (-7c) = -5 \cdot b \cdot (-7) \cdot c = (-5 \cdot (-7)) \cdot (b \cdot c) = 35bc$; коефіцієнт 35.

б) $a \cdot (-b) = a \cdot (-1) \cdot b = (-1) \cdot a \cdot b = -ab$; коефіцієнт -1 .

в) $-a \cdot (-b) = (-1) \cdot a \cdot (-1) \cdot b = (-1 \cdot (-1)) \cdot a \cdot b = ab$; коефіцієнт 1. •

Усно



1185. Знайдіть знак добутку:

а) $(-2) \cdot (-7) \cdot 5 \cdot (-9)$;

б) $9 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-8) \cdot (-7) \cdot (-1)$.

1186. Додатним чи від'ємним числом є добуток:

а) трьох від'ємних чисел;

б) трьох чисел, одне з яких додатне, а два — від'ємні;

в) трьох чисел, одне з яких від'ємне, а два — додатні;

г) чотирьох від'ємних чисел?

1187. Назвіть коефіцієнти виразів: $3xu$; $-y$; $-1,2a$; $-\frac{1}{3}b$; m ; $-2abc$.



Рівень А

Обчисліть:

1188. а) $-15 \cdot 7 \cdot (-4)$;

б) $25 \cdot (-6) \cdot 8$;

в) $-4 \cdot (-25) \cdot (-7)$;

г) $-0,25 \cdot (-7) \cdot 8$;

д) $4 \cdot 0,01 \cdot (-1,5)$;

е) $7 \cdot 2,5 \cdot (-16)$.

1189. а) $-\frac{2}{3} \cdot (-5) \cdot 1\frac{1}{2}$;

б) $-\frac{3}{7} \cdot 8 \cdot 3\frac{1}{2}$;

в) $\frac{7}{9} \cdot (-4) \cdot \left(-\frac{9}{14}\right)$.

1190. а) $-125 \cdot 1,5 \cdot (-8) \cdot 6$;

б) $-4 \cdot (-0,4) \cdot 79 \cdot (-5) \cdot (-25)$;

в) $-5 \cdot (-25) \cdot (-1,25) \cdot (-64)$;

г) $-0,5 \cdot (-25) \cdot 20 \cdot (-1,6)$.

а) $-6 \cdot (-13) \cdot 5$;

б) $-16 \cdot 7 \cdot (-5)$;

в) $20 \cdot (-9) \cdot (-25)$;

г) $25 \cdot (-7,02) \cdot 4$;

д) $-8 \cdot 4,8 \cdot (-2,5)$;

е) $6 \cdot (-4,5) \cdot (-4) \cdot 25$.



1192. Знайдіть значення виразу $-0,2xu$, якщо:

а) $x = -0,17$; $y = 10$;

б) $x = 3,8$; $y = 0,5$.



Знайдіть значення виразу $4,5ab$, якщо:

а) $a = -19; b = 4;$

б) $a = -1,25; b = -40.$

Спростіть вираз та знайдіть його коефіцієнт:

1194. а) $-7,2 \cdot x \cdot 10;$

б) $2,5 \cdot a \cdot (-4) \cdot b;$

в) $-2,4 \cdot x \cdot (-3);$

г) $-8 \cdot 5 \cdot a \cdot (-2) \cdot b;$

д) $-5a \cdot \left(-\frac{3}{5}b\right) \cdot 2;$

е) $-\frac{3}{4}a \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 4b.$



а) $x \cdot (-1,5) \cdot 4;$

б) $-0,8 \cdot a \cdot (-5) \cdot 15;$

в) $-2,5x \cdot y \cdot (-0,4);$

г) $-\frac{1}{2}x \cdot 2y;$

д) $-\frac{4}{7} \cdot a \cdot 14;$

е) $64a \cdot \frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{3}{8}b\right).$

Обчисліть:

1196. а) $(-3)^2; (-3)^3;$

б) $(-0,1)^2; (-0,2)^3; \left(-\frac{2}{3}\right)^3.$



а) $(-5)^2; (-3)^3;$

б) $(-0,4)^2; (-0,1)^3.$

Рівень Б



Обчисліть:

1198. а) $\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot 1,4 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right);$

б) $-4,5 \cdot 3\frac{3}{11} \cdot (-20) \cdot 4\frac{7}{12} \cdot \left(-\frac{1}{40}\right);$

в) $-1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7);$

г)* $-5 \cdot (-2,5) \cdot (-1,25) \cdot (-0,625) \cdot (-1024).$



а) $\frac{5}{7} \cdot \left(-2\frac{3}{8}\right) \cdot \frac{1}{19} \cdot (-7);$

б) $-7,5 \cdot 6\frac{3}{5} \cdot (-8) \cdot \frac{2}{15} \cdot \left(-\frac{5}{11}\right);$

в) $-5 \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}.$

Спростіть вираз:

1200. а) $-6,4 \cdot \left(-\frac{3}{4}x\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}y\right);$

б) $5,25x \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{5}{36}b\right);$

в) $-0,001x \cdot \left(-66\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{5};$

г) $16\frac{2}{3}x \cdot 0,1y \cdot 9.$



а) $-24 \cdot \left(-2\frac{1}{8}y\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}x\right);$

б) $0,25ac \cdot 3\frac{1}{5} \cdot \left(-2\frac{1}{4}b\right).$

1202. Знайдіть добуток усіх цілих чисел, які задовольняють умову:

а) $-4 < x < 3$;

б) $-50 < x < 100$.

1203*. Серед трьох різних чисел a , b і c число a є найменшим, а число c — найбільшим. Знайдіть знак числа b , якщо:

а) $abc > 0$ і $ac < 0$;

б) $abc > 0$ і $ac > 0$;

в) $abc > 0$ і $a + c = 0$;

г) $abc < 0$ і $ab < 0$;

д) $abc < 0$ і $c > 0$;

е) $a + b = 0$.

Здогадайтеся



1204. Знайдіть найменше п'ятицифрове число, кратне 360, всі цифри якого різні.

Вправи для повторення



1205. З міста A до міста B , відстань між якими дорівнює 450 км, виїхав автомобіль зі швидкістю 75 км/год. На якій відстані від міста B буде автомобіль через 3,5 год?

1206. З міст A і B , відстань між якими дорівнює 420 км, одночасно виїхали назустріч один одному два автомобілі. Швидкість одного з них дорівнює 70 км/год, а іншого — 75 км/год. Яка відстань буде між автомобілями через 1,5 год?

1207. Моторний човен наздоганяє пліт. У даний момент відстань між ними дорівнює 45 км. Чому дорівнюватиме відстань між човном і плотом через 2,5 год, якщо швидкість човна за течією річки дорівнює 18 км/год, а швидкість течії — 3 км/год?

1208. Обчисліть:

а) $76 \cdot 63 + 76 \cdot 18 + 76 \cdot 9$;

б) $637 \cdot 36 - 165 \cdot 36 + 36 \cdot 28$;

в) $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right) \cdot 24$.

40. Розподільна властивість множення. Зведення подібних доданків

Для раціональних чисел справджується *розподільна властивість* множення відносно додавання:



Для будь-яких раціональних чисел a , b і c справджується рівність:

$$(a + b)c = ac + bc.$$

Перевіримо цю рівність, узявши, наприклад, $a = -4$; $b = 7$; $c = -5$:

$$(-4 + 7) \cdot (-5) = 3 \cdot (-5) = -15; \quad -4 \cdot (-5) + 7 \cdot (-5) = 20 + (-35) = -15.$$

Отже, $(-4 + 7) \cdot (-5) = -4 \cdot (-5) + 7 \cdot (-5)$.

Заміну виразу $(a + b)c$ на вираз $ac + bc$ або виразу $c(a + b)$ на вираз $ca + cb$ називають *розкриттям дужок*. Наприклад:

$$-5 \cdot (2a + 3b) = -5 \cdot 2a + (-5) \cdot 3b = -10a - 15b.$$

Заміну виразу $ac + bc$ на вираз $(a + b)c$ або виразу $ca + cb$ на вираз $c(a + b)$ називають *винесенням спільного множника за дужки*. Наприклад:

$$3b - 9b + 2b = 3 \cdot \underline{b} - 9 \cdot \underline{b} + 2 \cdot \underline{b} = (3 - 9 + 2) \cdot b = -4b.$$

У виразі $3b - 9b + 2b$ доданки $3b$, $-9b$ і $2b$ називають *подібними*. Подібні доданки мають однакову буквену частину і можуть відрізнятися один від одного лише коефіцієнтами.

Записавши вираз $3b - 9b + 2b$ у вигляді $-4b$, ми додали або, ще кажуть, *звели подібні доданки*. При цьому коефіцієнт -4 у виразі $-4b$ дорівнює сумі коефіцієнтів доданків $3b$, $-9b$ і $2b$ ($3 + (-9) + 2 = -4$).



Щоб звести подібні доданки, потрібно додати їх коефіцієнти і результат помножити на спільну буквену частину.

У виразі може бути кілька груп подібних доданків. При спрощенні таких виразів потрібно спочатку виділити групи подібних доданків, а потім у кожній групі звести подібні. Наприклад:

$$\underline{4a} - \underline{5b} + 3 - \underline{2a} - \underline{3b} = 2a - 8b + 3.$$

Прочитайте



1. Розкрити дужки і звести подібні доданки:

а) $3(5c - 4) - 2(3 - 2c)$; **б)** $-(x + 3) - 3(-2x + 3)$.

• **а)** $3(5c - 4) - 2(3 - 2c) = \underline{15c} - 12 - 6 + \underline{4c} = 19c - 18$;

$$б) -(x+3) - 3(-2x+3) = -x - 3 + 6x - 9 = 5x - 12. \bullet$$

2. Розв'язати рівняння:

а) $5x - 3x = 4$;

б) $3(2x+3) - (5x+2) = 0$.

• а) $5x - 3x = 4$; $2x = 4$; $x = 4 : 2$; $x = 2$.

б) $3(2x+3) - (5x+2) = 0$; $6x + 9 - 5x - 2 = 0$; $x + 7 = 0$; $x = 0 - 7$; $x = -7$. •

3. У виразі $2ab + 4ac$ винести спільний множник за дужки.

• $2ab + 4ac = \underline{2a} \cdot b + \underline{2a} \cdot 2c = 2a(b + 2c)$. •

Усно



1209. Назвіть подібні доданки у виразі:

а) $x - 2y + 3x - y$;

б) $7b - a - 2ab + b + 3ab$.

1210. Зведіть подібні доданки:

а) $5x - 4x$;

б) $4a - a$;

в) $5x - 7x$;

г) $4a - 5a + a$.



Рівень А

Обчисліть:

1211. а) $4 \cdot (-3) + 4 \cdot 7$;

б) $21 \cdot 3 - 31 \cdot 3$;

в) $27 \cdot 2,5 - 17 \cdot 2,5$;

г) $25 \cdot (-9) + 5 \cdot (-9)$;

д) $54 \cdot (-8) + 54 \cdot 9$;

е) $25 \cdot 90 + 25 \cdot (-86)$.

1212. а) $-17 \cdot 25 - 5 \cdot (-17)$;

б) $2,7 \cdot 19 - 3,7 \cdot 19$;

в) $91 \cdot 31 - 32 \cdot 91 + 91$;

г) $1,4 \cdot 1,9 - 3,2 \cdot 1,4 - 1,4 \cdot 8,7$;

д) $-5 \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5}$;

е) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{12} - \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{9} - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9}$.

1213. а) $6 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$;

б) $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) \cdot (-63)$;

в) $12 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$.

а) $27 \cdot 19 - 37 \cdot 19$;

б) $-3,4 \cdot 25 + 45 \cdot 3,4$;

в) $9 \cdot 36 - 26 \cdot 9 + 9 \cdot 9$;

г) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}$;

д) $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{4}\right) \cdot 12$;

е) $7 \cdot \left(5 - \frac{5}{7}\right)$.

Розкрийте дужки:

1215. а) $(x - y) \cdot 5$;

б) $(a + b - c) \cdot 4$;

в) $(2x - y) \cdot (-3)$;

г) $-2a(b + 2c - 3m)$;

д) $-a(6b - 5c)$;

е) $(-a + 3b + c) \cdot (-2x)$.

а) $3(a - c)$;

б) $-6(2a + b)$;

в) $(-4a - 3b) \cdot 5$;

г) $a(3b - 4c)$;

д) $(x + y - z) \cdot (-a)$;

е) $-5a(-2b + 4c - d)$.

Винесіть за дужки спільний множник:

1217. а) $7x + 7y$;

б) $15x - 10y$;

в) $10m - mk$;



- г) $16a + 8ab$; д) $4ab + 6ac$; е) $3ma - 6mb - 6mc$.
 а) $10m - 15n$; б) $12ad + 4d$; в) $4mk - 10mp$.

1219. Внесіть за дужки спільний множник і виконайте дії:

- а) $15 \cdot 19 + 30 \cdot 3$; б) $90 \cdot 7 - 60 \cdot 8$; в) $50 \cdot 17 + 25 \cdot 3$.

Зведіть подібні доданки:

1220. а) $9a - 13a + 2a$; б) $5a - 6a + 2a - 10a$; в) $-9x + 7x - 5x + 2x$;
 г) $2,8b - b + 2,8b - b$; д) $-4x - 7 - 5x + 10x$; е) $5a + b - 7b + 3a$;
 е) $-7a + 5a - x - 6x$; ж) $12x - 11 + 4a - 7x$; з) $8a - 9x + 4 - a + x$.
 а) $3c + 7c - 8c$; б) $16a - 5a + 7a - 11a$; в) $-4t + 3t - 8 - 7t$;
 г) $8x - 8y + 2y - 6x$; д) $4,5a - 7b - 1,5a + 1$; е) $-a + 3b - 4b + 1,5a$.



Рівень Б



Спростіть вираз:

1222. а) $3(-2x + 5) + 4(x - 2)$; б) $-(2a - 3) - 2(3a - 1)$;
 в) $-5(-3x + 2) - (9 - x)$; г) $(3b - 1) \cdot (-5) + (4 + b) \cdot (-2)$.



- а) $(5x - 3) \cdot 2 - 5(3 - 2x)$; б) $-(3a - 2) + 5(a - 2)$.

1224. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- а) $-5(c + 2) - (2c - 3)$, якщо $c = 1,5$;
 б) $4x - 3a - 5x + 4a$, якщо $a = -0,27$; $x = 0,07$.

1225. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:

- а) $-23 \cdot (-99)$; б) $98 \cdot (-11)$; в) $999 \cdot (-17)$.

Спростіть вираз:

1226. а) $0,7x - 0,9x + \frac{1}{2}x$; б) $-\frac{1}{4}b + 1\frac{1}{4}b - \frac{1}{2}b$;
 в) $\frac{2}{5}a + \frac{2}{3}b - b + 0,4a$; г) $-7(a - 2b + 2) + (5a - 5) \cdot (-2)$;
 д) $a(3x - 2y + 5) - 2a(-2x - y)$; е) $-6\left(\frac{1}{6}a + \frac{2}{3}b - \frac{1}{2}c\right) + 4a + 7b$.



- а) $1\frac{1}{3}a - \frac{2}{3}a - a$; б) $\frac{3}{5}b + \frac{1}{10}b - \frac{7}{10}b$;
 в) $(2x - y - 3) \cdot (-2) - 2(2x - y)$; г) $2x(a - 3b + 5c) - x(2a - 4b)$.

Розв'яжіть рівняння:

1228. а) $3x + 2 - x = 6$; б) $3(x - 1) - x = 0$; в) $7 - 3y + 4y - 4 = -1$;



а) $7x - 8 - 6x + 3 = -5$;

б) $4(x - 5) - 3x + 6 = -2$.

1230. Внесіть за дужки спільний множник:

а) $54xy - 63xz$;

б) $10ab - 15bc - 25b$;

в) $42ax - 70ay - 84az$.

Обчисліть раціонально:

1231. а) $78 \cdot 62 + 13 \cdot 78 - 75 \cdot 68$;

б) $54 \cdot 36 - 42 \cdot 54 + 6 \cdot 74$;

в) $478 \cdot 27 + 28 \cdot 478 - 678 \cdot 55$;

г) $4,8 \cdot 6,5 - 8,5 \cdot 6,8 + 2 \cdot 4,8$.



а) $36 \cdot 28 + 36 \cdot 39 - 67 \cdot 46$;

б) $3,4 \cdot 4,5 - 3,4 \cdot 10,6 + 6,1 \cdot 4,4$.

Здогадайтеся



1233. Оля в 6 разів молодша від свого прадіда. Вона помітила, що коли між цифрами числа її віку поставити нуль, то буде записано вік прадіда. Скільки років Олі?

Вправи для повторення



1234. Перший робітник може виконати замовлення за 6 днів, а другий — за 15 днів. Спочатку 2 дні над замовленням працював перший робітник, а потім роботу закінчив другий. Скільки днів працював другий робітник?

1235*. Із двох міст виїхали одночасно назустріч один одному два автомобілі. За 1 год перший автомобіль проїхав $\frac{1}{6}$ шляху між містами, а другий — $\frac{1}{4}$ цього шляху. Через який час після виїзду автомобілі зустрінуться? Знайдіть швидкість кожного автомобіля, якщо перший автомобіль до місця зустрічі проїхав 144 км.

1236. Знайдіть значення виразу:

а) $(3x)^2$, якщо $x = 2$; $x = -2$;

б) $a^3 - 12$, якщо $a = -2$; $a = 3$.

1237. а) Добуток двох чисел дорівнює 2, а одне з них — 8. Знайдіть інше число.

б) Знайдіть дільне, якщо дільник дорівнює 3,75, а частка — 4.

в) Знайдіть дільник, якщо ділене дорівнює 3,75, а частка — 0,25.

41. Ділення раціональних чисел

Ділення двох від'ємних чисел та двох чисел з різними знаками має той самий зміст, що й ділення додатних чисел: за даним добутком і одним із множників за допомогою ділення визначають інший множник. Оскільки $(-3) \cdot 5 = -15$, то

$$-15 : (-3) = 5.$$

Який знак має ділене; дільник? Який знак має частка? Яка залежність між модулем частки і модулями діленого та дільника?

У рівності $-15 : (-3) = 5$ маємо: -15 — ділене, -3 — дільник, 5 — частка. Знайдемо модулі кожного із цих чисел: $|-15| = 15$; $|-3| = 3$; $|5| = 5$. Бачимо, що модуль частки можна знайти, поділивши модуль діленого на модуль дільника. Ділене і дільник — від'ємні, а частка — число додатне.



Часткою двох від'ємних чисел є число додатне. Щоб знайти модуль частки, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

Отже, щоб знайти частку двох від'ємних чисел, досить поділити модулі цих чисел.

$$-15 : (-3) = 15 : 3 = 5.$$

Оскільки $(-3) \cdot 5 = -15$, то $-15 : 5 = -3$.

Який знак має ділене; дільник? Який знак має частка? Як знайти модуль частки?

У рівності $-15 : 5 = -3$ модуль частки також можна знайти, поділивши модуль діленого на модуль дільника. Ділене й дільник мають різні знаки, частка є числом від'ємним.

$$-15 : 5 = -(|-15| : |5|) = -(15 : 5) = -3.$$



Часткою двох чисел з різними знаками є число від'ємне. Щоб знайти модуль частки, потрібно модуль діленого поділити на модуль дільника.

Особливі випадки ділення:

$$a : a = 1; \quad a : 1 = a; \quad 0 : a = 0,$$

де a — будь-яке раціональне число, до того ж, у першій та останній рівностях $a \neq 0$.

~~$a \neq 0$~~

На 0 ділити не можна

Прочитайте



1. Обчислити: а) $1\frac{7}{8} : \left(-1\frac{1}{4}\right)$; б) $-25,116 : (-3,12)$.

• а) $1\frac{7}{8} : \left(-1\frac{1}{4}\right) = -\left(1\frac{7}{8} : 1\frac{1}{4}\right) = -1\frac{1}{2}$.

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{1}{4} = \frac{15}{8} : \frac{5}{4} = \frac{15}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

б) $-25,116 : (-3,12) = 25,116 : 3,12 = 8,05$. •

Усно



1238. Який знак має частка:

а) $-18 : (-12)$;

б) $-99 : 12$;

в) $40 : (-32)$?

1239. Чи правильно виконане ділення:

а) $-48 : 6 = -8$;

б) $0,9 : (-1) = 0,9$;

в) $-4,5 : (-1,5) = -3$?

1240. Обчисліть:

а) $(-40) : (-2)$;

б) $-125 : 5$;

в) $0 : (-51)$;

г) $203 : (-10)$.

Рівень А



1241. Обчисліть:

а) $-56 : 14$;

б) $80 : (-16)$;

в) $-90 : (-15)$;

г) $-25,3 : 0,1$.

Знайдіть частку:

1242. а) $-4,5 : 9$;

б) $-5 : (-0,5)$;

в) $38,6 : (-3,86)$;

г) $-9,6 : (-4,8)$;

д) $-5,2 : 0,01$;

е) $-6,6 : (-1,1)$.

1243. а) $-\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{4}\right)$;

б) $\frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{6}\right)$;

в) $\frac{3}{4} : \left(-\frac{3}{8}\right)$.

а) $-63 : 21$;

б) $-48 : (-12)$;

в) $75 : (-15)$;

г) $3,6 : (-4)$;

д) $-2,5 : (-7,5)$;

е) $-8,64 : 1,2$;

е) $-56,68 : (-0,01)$;

ж) $-2 : 0,05$;

з) $-3 : \left(-\frac{3}{7}\right)$.

Обчисліть:

1245. а) $(-28) : (-4) - 10$;

б) $-65 : 13 + 90 : (-15)$;

в) $(7 - 10) \cdot (-18) + 42 : (-7)$;

г) $15 - (4 + 8 : (-2)) - 6$.





а) $-42 : 14 - 18 : (-2)$; б) $-60 : 12 + (-2 - 8) \cdot 5$; в) $-4 \frac{1}{2} : (-9) - 3$.

1247. Знайдіть значення виразу $12 : x - 4,6$, якщо $x = -3$; $x = -1,5$; $x = 4$; $x = -0,5$.

Розв'яжіть рівняння:

1248. а) $-2x = 10$;

б) $-3x = -9$;

в) $0,2x = -4$;

г) $-1,2x = 3,6$;

д) $-\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}$;

е) $-\frac{2}{3}x = -1\frac{1}{3}$.



а) $4x = -10$;

б) $-0,4x = -2$;

в) $\frac{2}{7}x = -\frac{1}{14}$.

Рівень Б



Виконайте дії:

1250. а) $6,25 : \left(-\frac{1}{5}\right)$;

б) $-0,78 : \left(-2\frac{3}{5}\right)$;

в) $-4\frac{2}{9} : 1,9$;

г) $-3\frac{2}{5} : (-1,7)$;

д) $-0,32 : \frac{1}{10}$;

е) $-1,25 : 3\frac{7}{12}$.

1251. а) $880 : (300 - 350) + 150 : (35 - 45) - 80$;

б) $(27 - 24 : (8 - 11)) \cdot (-9 + 8 : (27 - 35))$;

в) $-1,2 : (1,5 - 1,8) + 0,35 : (0,83 - 0,9)$;

г) $-0,9 - \frac{3}{19} \cdot \left(4\frac{11}{50} - 28,07 : 3,5\right)$.



а) $-81 : (83 - 110) + 25 \cdot (-11 + 36 : (-4))$;

б) $(-1,6 + 4,4) : 0,7 + 0,85 : (-1,7)$;

в) $4 \cdot 0,85 - \frac{1}{7} : \frac{5}{14} - 1,56 : (-0,3)$.

Розв'яжіть рівняння:

1253. а) $3(2x - 11) = -21$;

б) $-2(5 - 2x) = -14$;

в) $-5(x + 3) + 3 = -17$;

г) $0,4x + 12 = -0,16$;

д) $|2x| + 1 = 6$;

е) $|5x - 3| = 8$.



а) $-3(3x + 1) = 15$;

б) $2 + 3(x - 3) = -13$;

в) $|4x| + 3 = 27$.

Здогадайтеся



1255. Чи може дріб, у якому чисельник менший від знаменника, дорівнювати дробу, в якому чисельник більший від знаменника?

Вправи для повторення



1256. Знайдіть площу круга, діаметр якого дорівнює 14 см.
1257. Знайдіть площу кільця, діаметр зовнішнього кола якого дорівнює 20 см, а внутрішнього — 16 см.
1258. Сторона першого квадрата дорівнює 1 м, а другого — на 10% більша. На скільки відсотків площа другого квадрата більша від площі першого?
1259. На змаганнях лижник під номером 9 стартував через 4 хв після лижника під номером 1. Пробігши 10 хв, лижник № 9 відставав від лижника № 1 на 950 м. Знайдіть швидкість лижника № 9, якщо швидкість лижника № 1 дорівнює 300 м/хв.
1260. Знайдіть число a , при якому коренем рівняння $2x + a = 4$ є $x = 2$.

42. Розв'язування рівнянь

На рисунку 50 ви бачите терези, що перебувають у рівновазі. На одній шальці терезів лежать кавун та гиря масою 1 кг, а на іншій шальці — гирі загальною масою 6 кг.

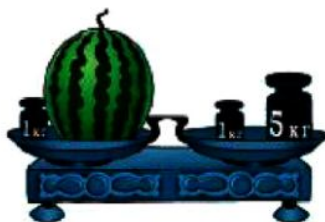


Рис. 50

Нехай маса кавуна дорівнює x кг, тоді матимемо рівняння:

$$x + 1 = 6.$$

Знімемо з обох шальок гирі масою 1 кг, терези залишаться у рівновазі, тому матимемо рівняння:

$$x + 1 - 1 = 6 - 1 \quad \text{або} \quad x = 6 - 1.$$

Порівняємо рівняння:

$$x + 1 = 6 \quad \text{і} \quad x = 6 - 1.$$

Як можна одержати друге рівняння з першого?

Друге рівняння можна одержати з першого, якщо перенести доданок 1 з лівої частини рівняння у праву частину, змінивши знак доданка на протилежний.

На рисунку 51 ви бачите терези, що перебувають у рівновазі. На одній шальці лежать 4 батони, а на другій — 2 батони і гиря масою 1 кг.



Рис. 51

Нехай маса одного батона дорівнює x кг, тоді матимемо рівняння:

$$4x = 2x + 1.$$

Знімемо з обох шальок по 2 батони, терези залишаться в рівновазі, тому матимемо рівняння:

$$4x - 2x = 2x - 2x + 1 \quad \text{або} \quad 4x - 2x = 1.$$

Порівняємо рівняння:

$$4x = 2x + 1 \quad \text{і} \quad 4x - 2x = 1.$$

Як можна одержати друге рівняння з першого?

Друге рівняння можна одержати з першого, якщо з правої частини перенести в ліву доданок $2x$, змінивши його знак на протилежний.

Отже, доходимо висновку:



розв'язуючи рівняння, доданки можна переносити з однієї частини рівняння в іншу, змінюючи при цьому їхні знаки на протилежні.

Нехай потрібно розв'язати рівняння $4x + 3 = 6x - 5$.

Перенесемо доданок $6x$ із правої частини рівняння в ліву, а доданок 3 — з лівої частини у праву, змінивши знаки цих доданків на протилежні:

$$4x - 6x = -5 - 3.$$

Спростимо ліву і праву частини рівняння: $-2x = -8$.

Знайдемо невідомий множник: $x = -8 : (-2)$; $x = 4$.

Перевірка: Ліва частина: $4 \cdot 4 + 3 = 16 + 3 = 19$.

Права частина: $6 \cdot 4 - 5 = 24 - 5 = 19$.

Обидві частини рівняння мають рівні значення, якщо $x = 4$. Тому число 4 є коренем рівняння.

Прочитайте



1. Розв'язати рівняння $5(2x - 1) = 4x - 23$.

$$\bullet 5(2x - 1) = 4x - 23; \quad 10x - 5 = 4x - 23; \quad 10x - 4x = -23 + 5; \quad 6x = -18;$$

$$x = -18 : 6; \quad x = -3. \bullet$$

Усно



1261. Поясніть кожний крок розв'язання рівняння:

а) $7(x-2)=5x$;

$7x-14=5x$;

$7x-5x=14$;

$2x=14$;

$x=14:2$;

$x=7$;

б) $11x-3-7x=-6-2x+9$;

$4x-3=3-2x$;

$4x+2x=3+3$;

$6x=6$;

$x=6:6$;

$x=1$.

Рівень А



1262. Перенесіть з лівої частини рівняння у праву доданок, що не містить невідомого:

а) $-5x+1,2=2x+11$;

б) $4x-9=-x-5,2$.

1263. Перенесіть у ліву частину рівняння всі доданки, що містять невідоме, а у праву — усі доданки, що не містять невідомого:

а) $17x-5=8x+5,6$;

б) $-11y+7=-3y-10$.

Розв'яжіть рівняння:

1264. а) $7x-5=6x+1$;

б) $4x-3=2x+5$;

в) $9-8y=-6y+1$;

г) $6t+3=7t+8$;

д) $-9m-2=9m-2$;

е) $-9a+6=-10a+15$;

є) $4y+7=-5+4y$;

ж) $0,7x+1,6=-0,1x$;

з) $-4,5x-3=2,7x+15$.

а) $5x-5=2x-7$;

б) $x-9=3x-6$;

в) $4,5y+1=-5+5y$;

г) $11x-1,8=7x+1,4$;

д) $5,6x-1=-1+6x$;

е) $5,7m-13,75=8,2m$.

1266. а) $4(x-5)=3x$;

б) $6(x+2)=18$;

в) $-2(2x+4)=-3x$;

г) $2(x+3)=3(x-4)$;

д) $-(3x+1)=2x$;

е) $3(2x-5)=5x+3$.

а) $5x-4=3(x-6)$;

б) $-(x+4)=2(x-3)$;

в) $7(3x-1)=-4x+23$.

Рівень Б



Розв'яжіть рівняння:

1268. а) $39-7y+17=3y+16$;

б) $15-6x=2x-5x-3$;

в) $2(y-6)-3y=4y-y$;

г) $2(x+1,5)-2=x-3$;

$$д) 5,6x - 6 + 1,4x = 2,5(x - 1);$$

$$е) -0,3(3 - x) = 0,3x + 0,3(5x + 2);$$

$$е) \frac{2}{3}x - 4 = -\frac{1}{6}x + 1;$$

$$ж) -2\frac{4}{5} - 3x = -1\frac{1}{4}x;$$

$$з) \frac{4}{9}x + 3\frac{1}{3} = \frac{2}{3}x + 2;$$

$$и) \left(x + 4\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{9}{14}x - \frac{1}{6};$$

$$і) 3\frac{1}{8}x - (3,5 - 2x) = 3\left(2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3}x\right).$$



$$а) 3(3x - 1) + 5 = 8(x + 2) + 3;$$

$$б) -5(y - 7) = 30 - (2y + 1);$$

$$в) -4,5(x + 3) - 1 = 7,2 - 5(x - 2);$$

$$г) 3(2,4t - 3,5) + 6 = 9,7t - 3;$$

$$д) 2 - \frac{2}{5}x = -\frac{1}{5}x + 3;$$

$$е) x - 2\frac{4}{7} = -\frac{1}{7}x;$$

$$е) 1\frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}x + 2;$$

$$ж) 5\frac{1}{3} - 4\frac{2}{9}x = \frac{1}{9} \cdot (x - 3);$$

$$з) \left(\frac{3}{5} + 3\frac{5}{6}x\right) \cdot (-6) = 6 - \left(3x - 1\frac{1}{2}\right).$$

Здогадайтесь



1270. З міста A до міста B є три різні дороги, а з міста B до міста C — чотири різні дороги. Скількома способами можна проїхати з міста A до міста C через місто B ?

Вправи для повторення



1271. Довжина кола дорівнює 18,84 см. Знайдіть площу круга, радіус якого вдвічі більший від радіуса даного кола.
1272. Виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см, 4 см, 5 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.
1273. За 1 год екскаватор виймає 60 м^3 ґрунту. За скільки годин він виріє траншею завдовжки 140 м, завширшки 1 м і завглибшки 1,5 м?
1274. До деякого числа додали 62, одержану суму помножили на 3 й одержали 32. Знайдіть невідоме число.
1275. У чемпіонаті з футболу команда «Нива» набрала 32 очки. Якщо кількість очок, що набрала команда «Зоря», поділити на 2 й одержану частку збільшити на 14, то вийде кількість очок «Ниви». Яка із цих команд посідає в турнірній таблиці вище місце?

43. Розв'язування задач за допомогою рівнянь

Задача 1. У двох бідонах є 36 л молока, до того ж, у першому бідоні молока в 1,4 разу більше, ніж у другому. Скільки молока в кожному бідоні?

Нехай у другому бідоні є x л молока, тоді в першому — $1,4x$ л. У двох бідонах разом є $(x + 1,4x)$ л молока, що за умовою дорівнює 36 л. Маємо рівняння:

$$x + 1,4x = 36.$$

Розв'яжемо це рівняння: $2,4x = 36$; $x = 36 : 2,4$; $x = 15$.

Отже, у другому бідоні є 15 л молока, а в першому — $1,4 \cdot 15 = 21$ (л).

Перевірка. В обох бідонах молока є $15 + 21 = 36$ (л), що відповідає умові задачі.

Відповідь. 21 л, 15 л.

Задача 2. На трьох полицях стоїть 129 книжок, до того ж, на другій полиці на 15 книжок більше, ніж на першій, а на третій — на 12 книжок менше, ніж на першій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?

Нехай на першій полиці стоїть x книжок, тоді на другій — $(x + 15)$ книжок, а на третій — $(x - 12)$ книжок. На трьох полицях стоїть $x + (x + 15) + (x - 12)$ книжок, що за умовою дорівнює 129 книжкам. Маємо рівняння:

$$x + (x + 15) + (x - 12) = 129.$$

Розв'яжемо це рівняння:

$$3x + 3 = 129; \quad 3x = 129 - 3; \quad 3x = 126; \quad x = 126 : 3; \quad x = 42.$$

На першій полиці стоїть 42 книжки, на другій — $42 + 15 = 57$ (книжок), на третій — $42 - 12 = 30$ (книжок).

Перевірка. На трьох полицях є $42 + 57 + 30 = 129$ (книжок), що відповідає умові задачі.

Відповідь. 42, 57 і 30 книжок.

Для тих, хто хоче знати більше



Задача 3. У містечку є три школи. Кількість учнів першої школи становить 30% від кількості всіх учнів містечка. У другій школі учнів у 1,5 разу більше, ніж у першій. Скільки учнів у трьох школах разом, якщо у третій школі навчається 550 учнів?

Розв'язання. Нехай у трьох школах разом навчається x учнів. Оскільки $30\% = 0,3$, то в першій школі навчається $0,3x$ учнів. У другій школі навчається $1,5 \cdot 0,3x = 0,45x$ учнів. Тоді у трьох школах навчається $(0,3x + 0,45x + 550)$ учнів.

Маємо рівняння: $0,3x + 0,45x + 550 = x$.

Розв'яжемо це рівняння:

$$0,75x + 550 = x; \quad 0,75x - x = -550; \quad -0,25x = -550;$$
$$x = -550 : (-0,25); \quad x = 2200.$$

Отже, у трьох школах містечка навчається 2200 учнів.

Відповідь. 2200 учнів.

Задача 4. З міста A до міста B виїхав вантажний автомобіль. Через 30 хв назустріч йому з міста B виїхав легковий автомобіль, швидкість якого на 15 км/год більша, ніж вантажного. Коли легковий автомобіль приїхав до міста A , вантажному залишалося проїхати до міста B ще 3 км. Знайти відстань між містами, якщо на шлях від B до A легковий автомобіль затратив 2,2 год.

Розв'язання. Нехай швидкість легкового автомобіля дорівнює x км/год, тоді швидкість вантажного — $(x - 15)$ км/год.

За 2,2 год легковий автомобіль проїхав $2,2x$ км. $2,2x$ км — це відстань між містами A та B . У момент приїзду легкового автомобіля до міста A вантажний автомобіль був у дорозі $30 \text{ хв} + 2,2 \text{ год} = 0,5 \text{ год} + 2,2 \text{ год} = 2,7 \text{ год}$. За цей час він проїхав $2,7(x - 15)$ км. Додавши ще 3 км, одержимо відстань між містами: $(2,7(x - 15) + 3)$ км.

Маємо рівняння: $2,7(x - 15) + 3 = 2,2x$.

Розв'яжемо це рівняння:

$$2,7x - 40,5 + 3 = 2,2x; \quad 2,7x - 37,5 = 2,2x; \quad 2,7x - 2,2x = 37,5;$$
$$0,5x = 37,5; \quad x = 37,5 : 0,5; \quad x = 75.$$

Отже, швидкість легкового автомобіля дорівнює 75 км/год. Помноживши цю швидкість на час руху легкового автомобіля, одержимо відстань між містами: $75 \cdot 2,2 = 165$ (км).

Відповідь. 165 км.

Рівень А



1276. Сума двох чисел дорівнює 162, до того ж, перше число більше від другого на 30. Знайдіть ці числа.



У двох кошиках є 116 яблук, до того ж, у першому кошику на 14 яблук більше, ніж у другому. Скільки яблук у кожному кошику?

1278. Промінь ділить прямий кут на два кути. Знайдіть ці кути, якщо один із них на 12° менший від іншого.

1279. Фермер відвів під зернові культури на 360 га, або у 5,5 разу, більше, ніж під овочеві. Скільки землі відвів фермер під зернові культури і скільки під овочеві?



Одне число утричі більше від іншого, а їх різниця дорівнює 132. Знайдіть ці числа.

1281. Довжина прямокутника в 4 рази більша від його ширини, а периметр дорівнює 60 м. Знайдіть площу прямокутника.
1282. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 4,1. Одне з них утричі більше від іншого. Знайдіть ці числа.
1283. У двох цистернах зберігається 64 т бензину, до того ж, маса бензину в першій цистерні становить $\frac{7}{9}$ маси у другій. Скільки бензину в кожній цистерні?



1284. Два трактори зорали 63 га поля, до того ж, перший трактор зорав 0,8 того, що зорав другий. Скільки землі зорав кожний трактор?

1285. Турист 3 год їхав на велосипеді і 2 год йшов пішки, до того ж, пішки він ішов на 6 км/год повільніше, ніж їхав на велосипеді. З якою швидкістю йшов турист, якщо всього він подолав 38 км?
1286. Автомобіль проїхав деякий шлях за 2,5 год. Якби він їхав швидше на 15 км/год, то проїхав би цей шлях за 2 год. З якою швидкістю їхав автомобіль і який шлях він проїхав?



1287. Перший поїзд долає шлях між двома містами за 2,5 год, а другий — за 3,5 год. Швидкість першого поїзда більша від швидкості другого на 24 км/год. Знайдіть швидкість кожного поїзда і відстань між містами.

1288. Магазин продав за 3 дні 460 кг овочів. За перший день було продано овочів на 20 кг менше, а за третій — в 1,2 рази більше, ніж за другий. Скільки овочів продав магазин за кожний день окремо?



1289. У трьох ящиках є 36 кг помідорів, до того ж у першому на 4 кг більше, а в другому — удвічі більше, ніж у третьому. Скільки помідорів у кожному ящику?

1290. Периметр трикутника дорівнює 32 см. Перша сторона вдвічі довша від другої, а друга — на 4 см коротша від третьої. Знайдіть довжину кожної сторони трикутника.

Рівень Б



1291. У великому бідоні утричі більше молока, ніж у малому. Коли у великий бідон долили 6 л молока, а в малий — 7 л, то у великому бідоні молока стало удвічі більше, ніж у малому. Скільки молока було в кожному бідоні спочатку?



1292. У двох корзинах було порівну яблук. Після того як із першої корзини взяли 50 яблук, а з другої — 90, у першій корзині яблук стало утричі більше, ніж у другій. Скільки яблук було в кожній корзині спочатку?

1293. Катер пройшов за течією річки шлях від пристані A до пристані B і повернувся назад. Швидкість течії річки дорівнює 3 км/год. Знайдіть швидкість катера у стоячій воді, якщо: а) від A до B катер йшов $1,5$ год, а від B до A — 2 год; б) швидкість катера проти течії річки становить 75% від швидкості за течією.



Човен проплив шлях між двома пристанями за течією річки за $0,6$ год, а на зворотний шлях затратив 1 год. Швидкість човна за течією річки на 6 км/год більша від швидкості проти течії. Знайдіть відстань між пристанями.

1295. У першому баку міститься 400 л бензину, а в другому — 900 л. Щогодини з першого бака виливають по 20 л бензину, а з другого — по 10 л. Через скільки годин у першому баку залишиться бензину в 4 рази менше, ніж у другому?

1296. На виставці котів були коти сибірської, ангорської, перської і сіамської порід. Ангорських котів було вдвічі більше, ніж перських, сибірських — утричі більше, ніж ангорських, а сіамських на 4 менше, ніж ангорських. Скільки котів кожної породи було на виставці, якщо усього їх було 51 ?



Чотири коти — Мурко, Пушок, Базіліо та Леопольд — полювали на мишей. Мурко впіймав деяку кількість мишей, Пушок на 3 миші менше, Базіліо — утричі більше, ніж Мурко, а Леопольд удвічі більше, ніж Пушок. Усього вони впіймали 47 мишей. Скільки мишей упіймав кожен кіт?



За зміну 3 робітники виготовили партію деталей. Перший робітник виготовив 22 деталі, другий — 30% усіх деталей, а третій — на 2 деталі більше, ніж другий. Скільки всього деталей виготовили робітники?

1299*. Велосипедист проїхав $\frac{5}{7}$ запланованого шляху і ще 40 км, після чого йому залишилося проїхати $0,75$ шляху без 118 км. Яка довжина всього шляху?

1300*. З міста A до міста B одночасно виїхали автомобіль і мотоцикліст. Коли через $2,5$ год автомобіль прибув до міста B , мотоциклістові до B залишалося проїхати ще 75 км. Знайдіть відстань між містами, якщо швидкість автомобіля в $1,6$ разу більша від швидкості мотоцикліста.



Катер пройшов річкою від пристані A до пристані B і повернувся назад. Від A до B катер йшов 2 год. Через $2,5$ год після виходу катера від пристані B йому залишалося пройти до пристані A ще 3 км. Знайдіть відстань між пристанями, якщо швидкість течії річки дорівнює 3 км/год.

1302. Села A , B , C і D розташовані на прямолінійному шляху в указаній послідовності. Знайдіть відстань між селами C і D , якщо:

- а) $AC = 14$ км; $AB = 1,2CD$; $BC = 0,8CD$;
 б) $AD = 33$ км; $AB = 2CD$; відстань BC на 2 км менша, ніж відстань AB ;
 в) $BC = 9$ км; $AB = 1,2CD$; $AD = 3,7CD$.

Здогадайтеся



1303. Вода, замерзаючи, збільшується на $\frac{1}{11}$ свого об'єму. На яку частину свого об'єму зменшиться об'єм льоду, коли він перетвориться у воду?

Вправи для повторення



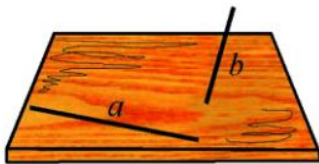
1304. Знайдіть значення виразу:
 а) $-48 \cdot 4050 + 1120 \cdot 109 + 82\,435$;
 б) $(420,076 - 385,8) : 3,8 - 81,98$;
 в) $34,75 \cdot 18,6 - 34,75 \cdot (-3,9) - 18,5 \cdot 34,75$;
 г) $-\left(3,5 \cdot \frac{4}{7} - 3,5 : 1\frac{3}{4}\right) + (1,02 - 100)$.
- 1305*. Чи ділиться різниця $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18 - 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 17$ на 5; на 10?
1306. *Задача-жарт.* Два жуки змагаються з бігу на 50 м. Перший жук пробігає 1 м за 5 с, а другий — за 4,6 с. Після подолання кожних 10 м дистанції жуки зупиняються на перепочинок: перший — на 10 с, а другий — на 15 с. Який жук фінішує першим? Чи зміниться відповідь, якщо довжина дистанції буде 100 м; 30 м?
1307. Щодня Ігор робить ранкову зарядку, пробігаючи за тиждень 12 км. Щосуботи і щонеділі він долає удвічі меншу відстань, ніж будь-якого іншого дня тижня. Яку відстань пробігає Ігор щосереди?

44. Паралельні та перпендикулярні прямі

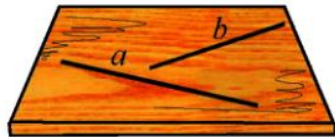
Ви вже знаєте, що уявлення про площину дає поверхня стола, віконного скла, водойми в тиху погоду (якщо уявити, що всі вони необмежено продовжені в усі боки).

Нехай на столі лежить тонка спиця, а інша стирчить. Розглядатимемо поверхню стола як площину, а спиці — як прямі a та b (рис. 52а). Про прямі a та b кажуть, що вони не лежать в одній площині.

Розглянемо інший випадок. Нехай обидві спиці лежать на столі (рис. 52б). У цьому випадку кажуть, що прямі a та b лежать в одній площині.



а)



б)

Рис. 52

Надалі розглядатимемо **прямі, що лежать в одній площині.**

Нехай маємо дві прямі AB і CD (рис. 53). Вони перетинаються, хоча на рисунку не зображено точку їх перетину. Цю точку можна знайти, продовживши зображення прямої CD .

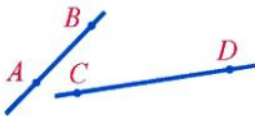


Рис. 53

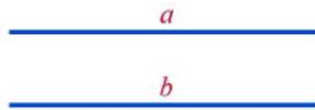


Рис. 54

Прямі a та b (рис. 54) не перетинаються. Такі прямі називають *паралельними*.



Дві прямі називають паралельними, якщо вони не перетинаються.

Уявлення про паралельні прямі дають рейки залізничної колії на прямолінійній ділянці, слід від санчат при прямолінійному русі, протилежні краї дошки тощо.



Якщо прямі a та b паралельні, то записують: $a \parallel b$; читають: «пряма a паралельна прямій b ».

Візьмемо лінійку і косинець. Прикладемо косинець до лінійки однією стороною прямого кута і проведемо пряму a вздовж іншої сторони прямого кута (рис. 55). Пересуємо косинець уздовж лінійки і проведемо ще одну пряму b уздовж цієї сторони прямого кута. Побудовані прямі a та b є паралельними.

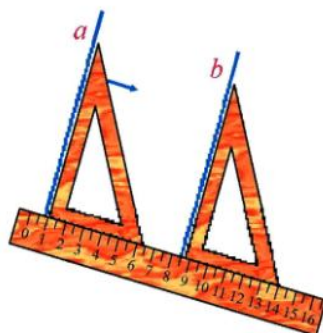


Рис. 55

На рисунку 56 зображено прямі a та b , які мають лише одну спільну точку O . Кажуть, що прямі a і b *перетинаються*.

Якщо при перетині прямих AD і BC (рис. 57) у точці O промені OA й OB утворюють прямий кут, то прямі AD і BC називаються *перпендикулярними*.



Рис. 56

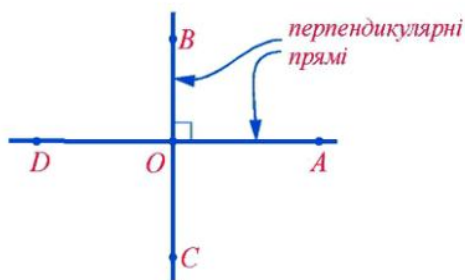


Рис. 57



Дві прямі називають перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом.

Отже, прямі BC і AD на рисунку 57 перпендикулярні. Перпендикулярність прямих позначають значком « \perp », записують: $BC \perp AD$. Цей запис читають так: «пряма BC перпендикулярна до прямої AD ».

Оскільки кут DOA є розгорнутим (рис. 57), а розгорнутий кут дорівнює 180° , то

$$\angle DOB = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Аналогічно можна встановити, що $\angle DOC = \angle COA = 90^\circ$. Отже, усі чотири кути, що утворюються при перетині перпендикулярних прямих, є прямими кутами.

Побудувати перпендикулярні прямі можна за допомогою косинця і лінійки. Виконання побудови показано на рисунку 58.

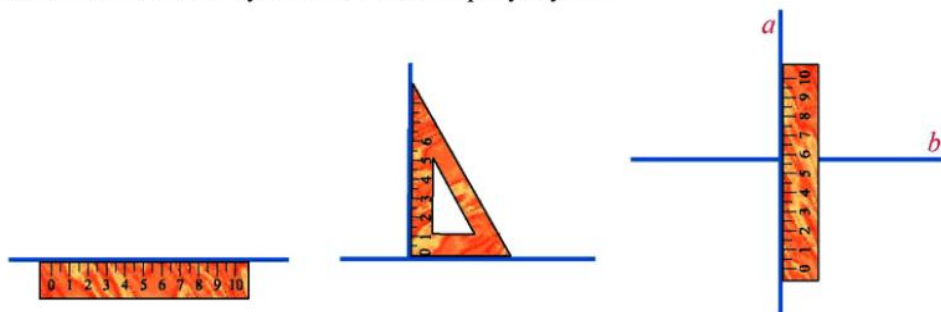


Рис. 58. a та b — перпендикулярні прямі

Нехай маємо деяку точку O та деяку пряму a . Як через точку O провести пряму b , перпендикулярну до прямої a ?

Якщо точка O належить прямій a , то побудова перпендикулярної прямої показана на рисунку 59, якщо точка O не належить прямій a , — на рисунку 60.

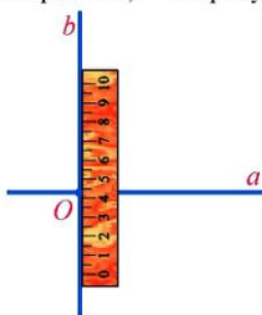
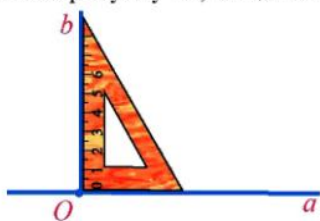


Рис. 59

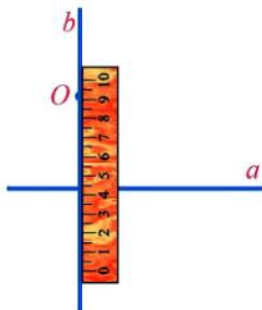
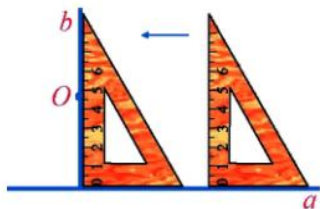


Рис. 60



1308. Які з прямих, зображених на рисунку 61, є паралельними? Встановіть це «на око», а потім перевірте себе, користуючись лінійкою і косинцем.
1309. Наведіть приклади паралельних прямих на предметах, які є довкола.

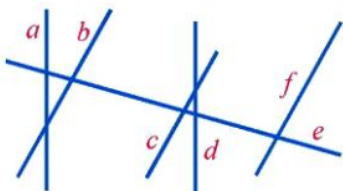


Рис. 61

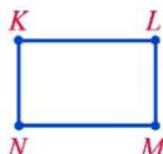


Рис. 62

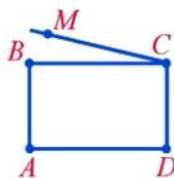


Рис. 63

1310. На рисунку 62 $KLMN$ — прямокутник. Назвіть протилежні сторони цього прямокутника. Які з його сторін є паралельними?
1311. На рисунку 63 $ABCD$ — прямокутник. Чи паралельні прямі MC і AD ?
1312. Які з прямих, зображених на рисунку 64, є перпендикулярними? Встановіть це «на око», а потім перевірте себе, користуючись косинцем або транспортиром.

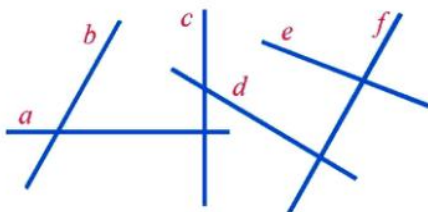


Рис. 64

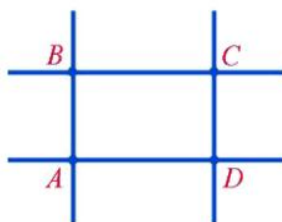


Рис. 65

1313. На рисунку 65 $ABCD$ — прямокутник. Які з прямих AB , BC , CD і DA є перпендикулярними?
1314. Наведіть приклади перпендикулярних прямих на предметах, які є довкола.

Рівень А



1315. Через точку A , що не належить прямій b , проведіть пряму c , паралельну прямій b .



До даної прямої a проведіть дві паралельні прямі b і c . Користуючись лінійкою і косинцем, переконайтеся, що $b \parallel c$.

1317. Накресліть трикутник ABC . Виміряйте довжину сторони AB та позначте її середину буквою D . Через точку D проведіть пряму, паралельну прямій AC . Переконайтеся, що проведена пряма ділить сторону BC навпіл.



Накресліть прямокутник $KLMN$ зі сторонами $KL = 4$ см і $LM = 2$ см. Через середину сторони KL проведіть пряму, паралельну прямій LM . Переконайтеся, що проведена пряма ділить сторону MN навпіл.

1319. Через точку D , що не належить прямій c , проведіть пряму d , перпендикулярну до прямої c .



Побудуйте деякий трикутник ABC і через точку B проведіть пряму, перпендикулярну до прямої AC .

1321. Прямі AB і CD перпендикулярні, O — точка їх перетину (рис. 66). Промінь OM ділить кут DOB навпіл. Знайдіть величини кутів MOB , COM і AOM .

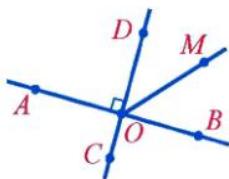


Рис. 66

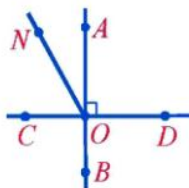


Рис. 67



Прямі AB і CD перпендикулярні, O — точка їх перетину (рис. 67). Кут NOA становить третю частину прямого кута. Знайдіть величини кутів NOA , NOC , DON і NOB .

Рівень Б



1323. На рисунку 68 прямі AB і CD , а також прямі MN і KL перпендикулярні, $\angle DOM = 60^\circ$. Знайдіть величини кутів MOA , AOK , AON .



На рисунку 68 $AB \perp CD$, $MN \perp KL$, кут KOC удвічі менший від кута AOK . Знайдіть величини кутів KOC , CON , MOC .

1325. На рисунку 68 $AB \perp CD$, $MN \perp KL$, кут AOK на 30° більший від кута KOC . Знайдіть величини кутів AOK , KOC , KOB .

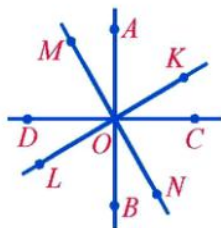


Рис. 68

Здогадайтеся



1326. До магазину завезли 223 л олії у бідонах по 10 л і 7 л. Скільки було бідонів?

Вправи для повторення



1327. Олегові потрібно набрати на комп'ютері 80 сторінок тексту. За перший день він набрав $\frac{2}{5}$ кількості всіх сторінок. Скільки сторінок залишилося набрати Олегові?
1328. Швидкість судна за течією річки дорівнює 28 км/год, а швидкість проти течії становить $\frac{5}{7}$ швидкості за течією. Знайдіть швидкість течії річки.
1329. Периметри квадрата і прямокутника рівні між собою. Знайдіть сторону квадрата, якщо прямокутник завдовжки 18 см і завширшки 14 см.
1330. Ділянка прямокутної форми завдовжки 60 м має площу 750 м^2 . Знайдіть периметр ділянки.

45. Координатна площина

Положення точки на координатній прямій визначається числом — координатою цієї точки. Положення точки на площині можна задати двома числами.

Розглянемо приклад.

Місця для глядачів у залі кінотеатру можна задавати парою чисел: перше число вказує на номер ряду, а друге — на номер крісла у цьому ряді (рис. 69). До того ж, місця (3; 7) і (7; 3) — різні: перше є кріслом у третьому ряді за номером 7, а друге — кріслом у сьомому ряді за номером 3.

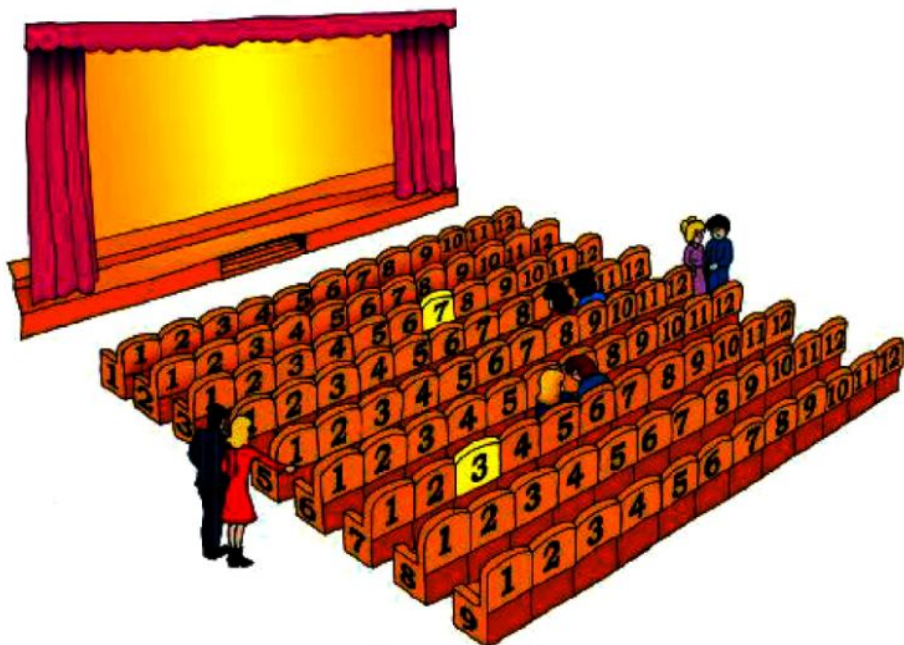


Рис. 69

Проведемо дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в початку їх відрізка — точці O й мають рівні одиничні відрізки (рис. 70). Ці прямі називають *осьми координат*, точку O — *початком координат*. Горизонтальну координатну пряму називають *віссю абсцис* і позначають буквою x , вертикальну координатну пряму називають *віссю ординат* і позначають буквою y .

Вісь абсцис і вісь ординат утворюють *прямокутну систему координат*. Площину, на якій задана прямокутна система координат, називають *координатною площиною*.

Нехай A — точка координатної площини (рис. 71). Проведемо через неї пряму b , перпендикулярну до осі абсцис, і пряму c , перпендикулярну до осі ор-

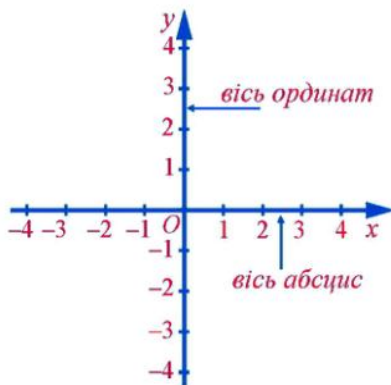


Рис. 70

динат. Нехай у перетині з віссю абсцис одержимо точку B з координатою -3 , а в перетині з віссю ординат — точку C з координатою 2 .

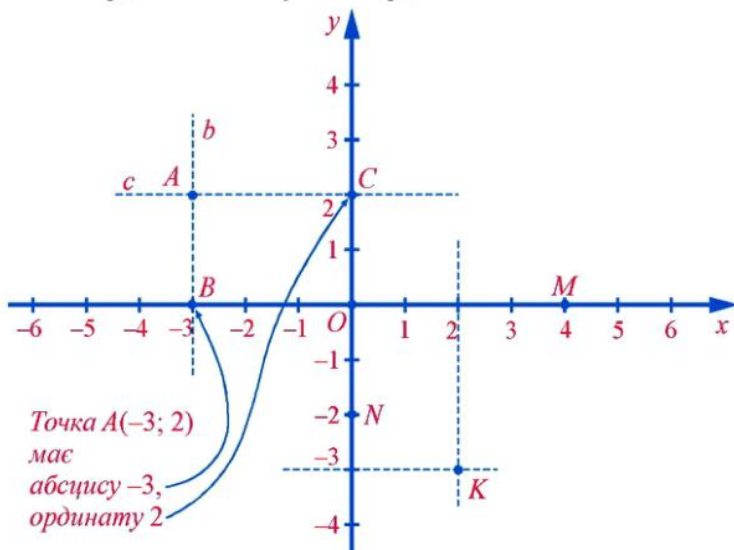


Рис. 71

Положення точки A на координатній площині визначається парою чисел $(-3; 2)$, які називаються *координатами* цієї точки. Координати точки записують у дужках: $A(-3; 2)$, читають: точка A з координатами -3 і 2 . Першу координату точки A (число -3) називають *абсцисою* цієї точки, а другу координату (число 2) — *ординатою*. Точка K (рис. 71), навпаки, має абсцису 2 й ординату -3 , тому $K(2; -3)$ (на першому місці завжди записують абсцису точки, а на другому — її ординату).

Якщо точка лежить на осі абсцис, то її ордината дорівнює нулю; якщо точка лежить на осі ординат, то її абсциса дорівнює нулю. Точки M і N (рис. 71) мають координати: $M(4; 0)$, $N(0; -2)$.

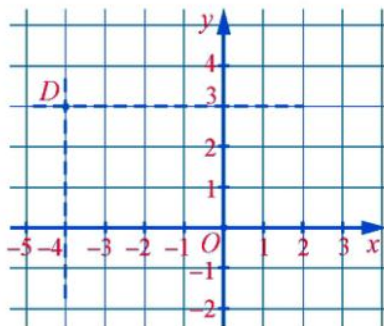


Рис. 72

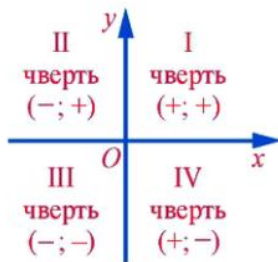


Рис. 73

Отже, кожній точці координатної площини відповідає одна пара чисел — її абсциса й ордината. Навпаки, будь-якій упорядкованій парі чисел відповідає одна точка площини, для якої ці числа є координатами.

Щоб побудувати, наприклад, точку $D(-4; 3)$, можна провести перпендикулярну пряму до осі x у точці $(-4; 0)$ і перпендикулярну пряму до осі y в точці $(0; 3)$ (рис. 72). Точка D перетину цих прямих має координати $(-4; 3)$. Побудувати точку $D(-4; 3)$ можна також, відрахувавши від точки O ліворуч 4 одиниці, а потім від одержаної точки вгору 3 одиниці.

Осі координат розбивають площину на 4 частини, які називають *координатними чвертями*. Нумерація чвертей і знаки координат точок у кожній чверті показані на рисунку 73.

Усно



1331. а) Назвіть координати точок, зображених на рисунку 77.
 б) Чому дорівнює абсциса точки A ; C ; M ?
 в) Чому дорівнює ордината точки D ; N ; O ?
 г) Назвіть абсциси точок, що лежать на осі ординат.
 д) Назвіть точки, ординати яких дорівнюють 0.
 е) У якій чверті лежить точка D ; C ; A ; E ?

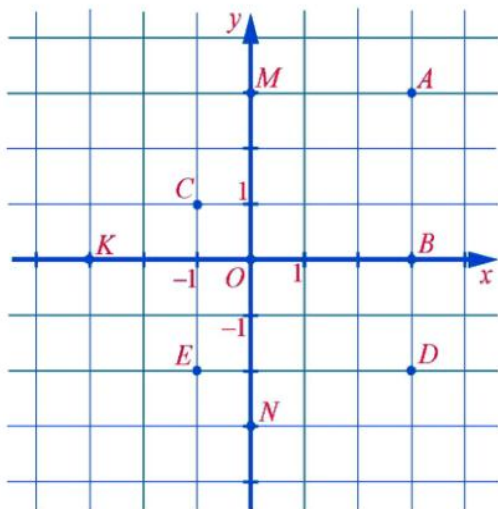


Рис. 74



Рис. 75

Рівень А



1332. Табір туристів розташований у точці O (рис. 75), довжині однієї клітинки відповідає відстань 1 км. Знайдіть координати місця, в яке прийдуть туристи, вийшовши з табору та пройшовши:

- а) 4 км на захід і 3 км на південь; б) 3 км на схід і 5 км на північ;
 в) 2 км на захід і 4 км на північ; г) 2 км на схід.

1333. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 76.



1334. Запишіть координати точок, зображених на рисунку 77.

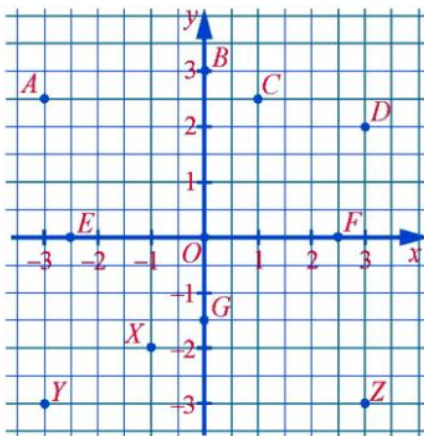


Рис. 76

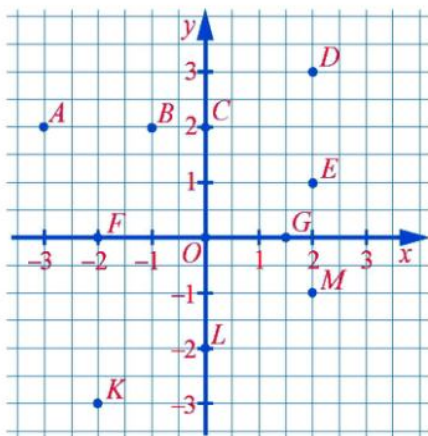


Рис. 77

Побудуйте систему координат, узявши одиничний відрізок завдовжки 1 см, і позначте точки:

1335. $A(2; 1)$; $B(-1; -3)$; $C(0; -2)$; $D(5; 0)$; $M(-5; 1)$; $N(3; -5)$.



1336. $A(4; -1)$, $B(-4; -1)$, $C(5; -3)$, $D(5; 2)$, $M(-2; 0)$, $N(0; 4)$.

1337. Запишіть координати трьох точок, які:

- належать осі абсцис;
- належать осі ординат;
- мають ординату 3;
- мають абсцису -2.

1338. Побудуйте точку $A(-3; 5)$ і точку, координатами якої є числа, протилежні відповідним координатам точки A .



1339. Побудуйте точку $C(-4; -1)$ і точку, координати якої дорівнюють модулям відповідних координат точки C .

1340. На координатній площині побудуйте кілька точок, які мають рівні абсциси й ординати. Чи лежать ці точки на одній прямій?



1341. На координатній площині побудуйте кілька точок, що мають ординату 4. Чи лежать ці точки на одній прямій?



1342. На координатній площині накресліть трикутник KLM , якщо $K(-3; -1)$, $L(1; -1)$, $M(0; 3)$.

1343. Побудуйте на координатній площині точки $A(5; 0)$, $B(4; 3)$, $C(3; 4)$, $D(0; 5)$, $E(-3; 4)$, $K(-4; 3)$, $L(-5; 0)$, $M(-4; -3)$, $N(-3; -4)$, $P(0; -5)$, $R(3; -4)$, $S(4; -3)$ та коло із центром у точці O радіусом 5 одиничних відрізків. Переконайтеся, що побудовані точки лежать на цьому колі.



Рівень Б

1344. На координатній площині проведіть пряму, що проходить через точки $C(-2; 0)$ і $D(4; 3)$. Позначте на цій прямій точки, абсиси яких дорівнюють $-4; 0; 1$. Запишіть координати одержаних точок.



На координатній площині проведіть пряму, що проходить через точки $A(-2; -3)$ і $B(2; 5)$. Позначте на цій прямій точки з ординатами $-1; 1; 2$. Запишіть координати одержаних точок.

1346. Дано координати трьох послідовних вершин прямокутника $KLMN$: $K(-1,5; -2)$, $L(-1,5; 1)$ і $M(3; 1)$.

- Накресліть цей прямокутник.
- Запишіть координати точки N .
- Знайдіть периметр і площу прямокутника.



Точки $A(3; -1)$ і $B(-1; -1)$ — дві сусідні вершини квадрата $ABCD$, ордината вершини C більша від ординати вершини B .

- Накресліть квадрат $ABCD$.
- Запишіть координати точок C і D .
- Знайдіть периметр і площу квадрата.

Позначте частину координатної площини, яку утворюють точки $P(x; y)$, якщо:

1348. а) $x > 0, y > 0$; б) $x > 0, y = 0$; в) $x < 0, |y| < 1$.



- а) $x = 0, y < 0$; б) $x < 0, y > 0$; в) $|x| < 1, y > 0$.

Здогадайтеся



1350. Михайлик запросив Марійку грати в таку гру: з ящика із двома білими кулями й однією чорною витягається навмання дві кулі. Якщо кулі одного кольору, то перемагає Марійка, якщо різного — Михайлик. Чи є ця гра справедливою?

Цікаві розповіді

З історії систем координат



Координати були потрібні астрономам і географам для визначення положення світил на небі й певних пунктів на Землі, для складання зоряних і географічних карт.

Прямокутна система координат у вигляді квадратної сітки (палетки) була відома ще у стародавньому Єгипті, нею користувалися і художники доби Відродження.

Ідея застосування координат у математиці належить вже згадуваному французькому математику Рене Декарту. На честь Декарта прямокутну систему координат називають ще прямокутною *декартовою* системою координат.

Термін *абсциса* походить від латинського слова *abscissus*, що означає відрізаний, відокремлений, а буквально перекладається як «відрізок» (на осі x).

Слово *ордината* походить від латинського слова *ordinatus* — упорядкований.

Ці терміни в їх сучасному розумінні увів у кінці XVII ст. німецький учений Г. Лейбніц (1646 – 1716). Щоб підкреслити рівноправність понять абсциса й ордината, Г. Лейбніц застосував термін *координати*, що походить від латинських слів *co* — з, разом, і *ordinatus* — упорядкований. Цей термін означає «узяті в певній послідовності числа, що визначають положення точки на площині».

Вправи для повторення



1351. У шостому класі навчається 32 учні. За контрольну роботу 10 балів одержали 4 учні. Скільки відсотків учнів класу одержали 10 балів?
1352. Токар може виготовити партію деталей за 8 год, а його учень таку ж партію — за 12 год. За який час виготовлять партію деталей токар і учень, працюючи разом?
1353. Два трактори, працюючи разом, можуть виорати поле за 2 дні. За скільки днів зможе виорати це поле другий трактор, якщо перший може виорати його за 3 дні?

46. Приклади графіків залежностей між величинами

Метеорологи вимірювали температуру повітря протягом першої половини доби і результати записали до таблиці:

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T , °C	-2	-3,5	-4,5	-5	-5	-6	-7	-6	-4	-2	0	3	6

Потім вони вирішили нанести результати вимірювання на координатну площину, відклавши на осі абсцис значення часу (t , год), а на осі ординат — значення температури (T , °C). Було позначено 13 точок: $(0; -2)$, $(1; -3,5)$, ..., $(12; 6)$. Абсциса кожної з цих точок — це значення часу, а ордината — значення температури повітря у цей час. Якби метеорологи вимірювали температуру щопівгодини і результати вимірювання наносили на координатну площину, то точки знаходилися б ближче одна до одної. Якби вимірювання проводилося щочверть години, то точки на координатній площині були б розміщені ще густіше і т. д.

Якщо точки, побудовані таким чином на координатній площині, сполучити плавною лінією, то одержимо фігуру, яку називають *графіком залежності температури повітря від часу* (рис. 79).

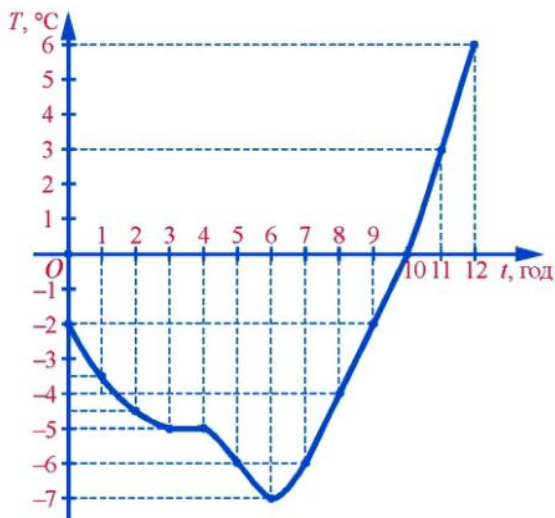


Рис. 79

Розглянемо ще такі приклади.

1. Туристові потрібно пройти 12 км. Він вирахував час руху залежно від швидкості, з якою йтиме, й одержав таку таблицю:

$v, \text{ км/год}$	2	3	4	5	6	8
$t, \text{ год}$	6	4	3	2,4	2	1,5

Побудуємо на координатній площині точки за цією таблицею, відклавши на осі абсцис значення швидкості ($v, \text{ км/год}$), а на осі ординат — значення часу ($t, \text{ год}$).

Сполучивши плавною лінією побудовані точки, одержимо графік залежності часу від швидкості за сталої відстані (12 км) (рис. 80).

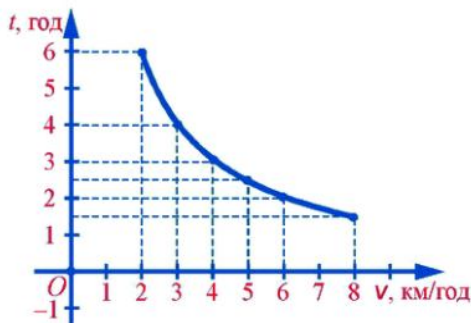


Рис. 80

Цю залежність часу t (у год) від швидкості v (у км/год), можна задати формулою $t = \frac{12}{v}$.

2. Відомо, що до басейну щосекунди вливається $0,5 \text{ м}^3$ води. Потрібно знайти, скільки буде води в басейні через t с.

Залежність об'єму води V (у м^3) від часу t (у секундах) можна задати формулою $V = 0,5t$.

Надамо t певних значень, знайдемо відповідні значення об'єму води в басейні і результати занесемо до таблиці:

$t, \text{с}$	0	1	2	4	5	6	8	10	14
$V, \text{м}^3$	0	0,5	1	2	2,5	3	4	5	7

За даними таблиці побудуємо на координатній площині точки, відклавши на осі абсцис значення часу (t , с), а на осі ординат — значення об'єму (V , м^3).

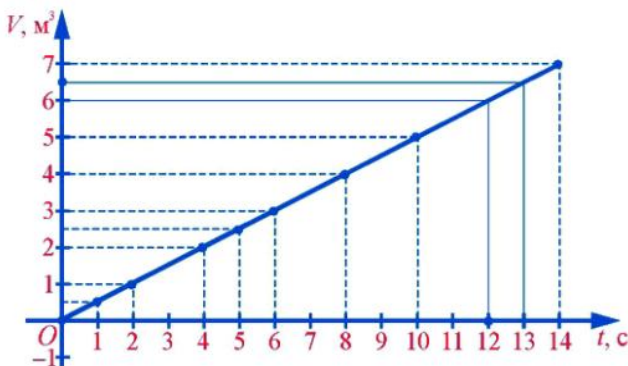


Рис. 81

Приклавши лінійку до побудованих точок, бачимо, що вони лежать на одній прямій. Сполучивши крайні точки відрізком, одержимо графік залежності об'єму води в басейні від часу його наповнення.

Прочитайте



1. Користуючись графіком залежності об'єму води в басейні від часу його наповнення (рис. 81), знайти: **а)** об'єм, якщо $t=13$; **б)** час, якщо $V=6$.

• **а)** На осі абсцис, на якій відкладали час t , позначаємо точку з абсцисою 13, проводимо через неї пряму, перпендикулярну до осі абсцис, та знаходимо точку перетину прямої з графіком. Через одержану на графіку точку проводимо

пряму, перпендикулярну до осі ординат, на якій відкладали об'єм. Ордината точки перетину цієї прямої з віссю ординат дорівнює значенню об'єму: $V = 6,5$.

б) На осі ординат, на якій відкладали об'єм V , позначаємо точку з ординатою 6, будемо перпендикулярну пряму та знаходимо точку її перетину з графіком. Через одержану на графіку точку проводимо пряму, перпендикулярну до осі абсцис, на якій відкладали час. Абсциса точки перетину цієї прямої та осі абсцис дорівнює значенню часу: $t = 12$. •

Усно



1354. Автомобіль рухається зі швидкістю 80 км/год. Який шлях пройде автомобіль за 0,5 год; 1 год; 2 год; 2,5 год? За якою формулою можна обчислити шлях S (у км), пройдений автомобілем за час t (у год)?

1355. Площа прямокутника дорівнює 18 см^2 . Чому дорівнює сторона прямокутника, якщо інша його сторона дорівнює 3 см; 6 см; 36 см? За якою формулою можна обчислити сторону b (у см) прямокутника, знаючи довжину a (у см) іншої його сторони?

Рівень А



1356. Турист рухається зі швидкістю 4 км/год. а) Запишіть формулу для обчислення шляху S у кілометрах, який пройде турист за t годин; б) користуючись формулою, заповніть таблицю:

t , год	0,5	1	1,5	2	3	3,5	4
S , км							

в) побудуйте графік залежності шляху S від часу t .



Один кілограм яблук коштує 3 грн. а) Запишіть формулу для обчислення вартості P (у гривнях) k кілограмів яблук; б) користуючись формулою, заповніть таблицю:

k , кг	0,5	1	2	2,5	3	3,5	4
P , грн							

в) побудуйте графік залежності вартості P від маси k .

1358. Користуючись графіком залежності температури повітря від часу (рис. 85), знайдіть: а) температуру T , якщо $t = 4,5$ год; $t = 10$ год; б) о котрій годині температура T дорівнювала -3°C ; 5°C .



Користуючись графіком (рис. 82), знайдіть:

- а) температуру T , якщо $t = 5$ год; $t = 8,5$ год;
 б) о котрій годині температура T дорівнювала -1°C ; 3°C .

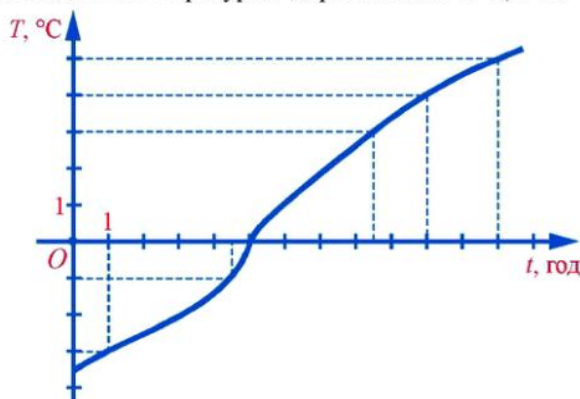


Рис. 82

Рівень Б



1360. Один метр тканини коштує 4 грн. Побудуйте графік залежності вартості тканини P (у гривнях) від її довжини m (у метрах).



Один кілограм слив коштує 1,5 грн. Побудуйте графік залежності вартості слив P (у гривнях) від їх маси k (у кілограмах).

1362. Сувій тканини завдовжки 12 м коштує 36 грн. Побудуйте графік залежності вартості P (у гривнях) сувою тканини від його довжини l (у метрах). Користуючись графіком, знайдіть вартість сувою тканини завдовжки 4,5 м.

Здогадайтеся



1363. У вершинах квадрата записано числа, як показано на рисунку 83. За один крок можна до двох чисел довільної сторони квадрата додати по 1. Чи можна за кілька таких кроків одержати у вершинах квадрата чотири рівних між собою числа?

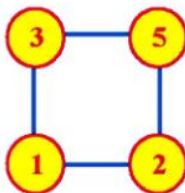


Рис. 83

Вправи для повторення



1364. Один літр молока взимку коштує 1 грн. 40 к., а влітку — 80 к. На скільки відсотків ціна 1 л молока взимку більша від його ціни влітку?

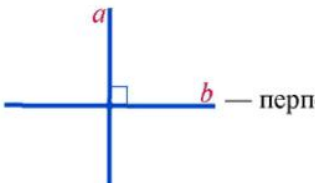
1365. Знайдіть значення виразу:

- а) $2\frac{3}{8} - 1\frac{3}{4} + 16 \cdot \left(1\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right)$; б) $40\frac{2}{11} - \left(3 - \frac{2}{11}\right) \cdot 3\frac{6}{31} \cdot \frac{1}{11}$;
в) $\left(3\frac{2}{9} + 12\frac{2}{3} + 2 - 3\frac{1}{6}\right) : \frac{1}{36}$; г) $8,5 \cdot (16,17 - 13,97) + 4\frac{3}{8} : 1\frac{1}{6}$;
д) $9\frac{2}{7} : 1,3 - 2 \cdot \left(5\frac{1}{7} - 1\frac{1}{2} - 2\frac{3}{14}\right)$; е) $\frac{\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 0,0105 : 0,007}{1,3 - \frac{3}{4}}$.

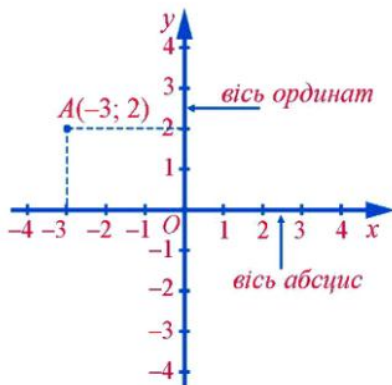
Пам'ятка до §6

- $-5 \cdot (-2) = |-5| \cdot |-2| = 10$ — перемножили модулі множників.
 $-5 \cdot 2 = -10$ — знаки множників різні, добуток — число від'ємне.
- $-20 : (-4) = |-20| : |-4| = 5$ — поділили модуль діленого на модуль дільника.
 $-20 : 4 = -5$ — знаки діленого та дільника різні, частка — число від'ємне.
- $-7x$; -7 — коефіцієнт.
- $7x + 12x$; $7x$ і $12x$ — подібні доданки.
- $7x + 12x = (7 + 12)x = 19x$ — звели подібні доданки, звели коефіцієнти, помножили на спільну буквену частину.
- $12x - 3 = 5x + 2$; $12x - 5x = 2 + 3$ — доданки можна переносити з однієї частини рівняння в іншу, змінюючи при цьому їх знаки на протилежні.

7.  — паралельні прямі.

8.  — перпендикулярні прямі.

9.



Запитання для самоперевірки і повторення

1. Як знайти добуток двох чисел із різними знаками?
2. Як знайти добуток двох від'ємних чисел?
3. Які властивості має множення раціональних чисел?
4. Що таке коефіцієнт виразу?
5. Які доданки називають подібними?
6. Як звести подібні доданки?
7. Як поділити два від'ємні числа?
8. Як поділити два числа з різними знаками?
9. Сформулюйте правило перенесення доданків з однієї частини рівняння в іншу.
10. Які прямі називають паралельними?
11. Які прямі називають перпендикулярними?
12. Що таке координатна площина?

Завдання для повторення §6

Виконайте дії:

1366. а) $(-5 + 4,8) \cdot (-0,5)^2$; б) $(8 - 10,2) \cdot (-9 + 7,5)$;
 в) $(-7 - 8 + 16,1)^2$; г) $(-2,75 + 3) \cdot (-0,2)^2$;
 д) $-18 : (-3 + 2,7) + 9$; е) $(-2)^3 : 4 + (-0,8) : (-0,04)$.
1367. а) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot (-6)$; б) $\left(3\frac{3}{7} - 4\right) : (-4)$;
 в) $\left(8 - 9\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$; г) $\left(2,5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot (1,2 - 1,8)$.
1368. а) $-(14 - 19) - (-8 + 13) \cdot (-5)$; б) $\left(-\frac{2}{3} \cdot 0,5\right) : (-3) + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 6$;

- в) $-8,2 : (-4,1) \cdot (-0,5)$; г) $-(-4,9) : 0,07 - 8,1 : (-0,09)$;
 д) $-(-5 + 9 - 14) : (-0,2) + (-2,1 - 1,9)$;
 е) $(-5,2 + 6 - 1,8) \cdot 0,3 - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$.

1369. Знайдіть значення виразу:

- а) $\left|-11 \cdot \left(-1\frac{1}{11}\right)\right| + |-1,7 + 1,9|$; б) $\left|\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right| + \frac{1}{9} - |-5|$;
 в) $-(-7) + |-4| + \left(-1\frac{1}{6}\right) \cdot (-6)$; г) $-(-11 + 9) + |-1,4 \cdot (-3)|$.

1370. Спростіть вираз:

- а) $(2a - 5) - (4 - 7a)$; б) $-(-6 - 4x) + 2(-8x + 3)$;
 в) $(6x - 4y + 1) - (-2x + 3y - 5)$; г) $0,5(8 - 4a) - 3(0,2a - 1)$;
 д) $(1,2a - 1,8b + 3) \cdot (-2) - 5(1,2a + 1,8b - 1,3)$;
 е) $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4}{5}x - 8\right) - 4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}x\right)$.

1371. Знайдіть значення виразу:

- а) $-5(1,2a - 6) + 7a$, якщо $a = -208$;
 б) $(5a - 0,8) - (-5,2a + 0,1)$, якщо $a = 0,1$;
 в) $-(2a - 3b) + (7a - 8b)$, якщо $a = 0,2$; $b = -0,2$;
 г) $1\frac{1}{3}x \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (-4)$, якщо $x = \frac{3}{4}$;
 д) $-3\frac{1}{5}x \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)y$, якщо $x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $y = \frac{3}{4}$.

1372. Знайдіть різницю числа 9 і суми чисел $-1,9$ і $-2,1$.

1373. Від добутку чисел $3,25$ і -4 відніміть число $-\frac{1}{3}$.

1374. До частки чисел $-7,5$ і -3 додайте добуток чисел $-0,3$ і 30 .

1375. До добутку чисел $-1,8$ і 2 додайте частку чисел 24 і $-1,2$.

1376. На скільки сума чисел $-1,64$ і $-0,36$ більша від числа -10 ?

1377. На скільки сума чисел -13 і 4 більша від їх добутку?

Розв'яжіть рівняння:

1378. а) $x - 2,3 = -4,2$; б) $2x + 3,6 = 5$;
 в) $20 - (5 - 4x) = 3$; г) $14 - (-5 + 2x) = -3$;
 д) $2(0,5 - 4x) = 2x + 7$; е) $-5(y - 3) = 11 - (2y - 1)$;
 є) $3(3x - 2) + 11 = 7 + 10x$; ж) $4,4y - 3(8 - 3y) = 5,4y + 4$;

$$\text{з) } \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{3}x; \quad \text{н) } 3 - 1\frac{1}{2}y + 3\frac{1}{3}y = 4\frac{1}{3}y + 1.$$

$$1379. \quad \text{а) } |x| - 9 = 15; \quad \text{б) } 3|x| = 10; \quad \text{в) } |x + 3| = 10.$$

1380. За якого значення a значення виразів $-3a + 11$ і $7a - 1$ рівні?

1381. Позначте на координатній площині точки $A(-2; -2)$, $B(4; -2)$ і $C(-2; 3)$.

а) Через точку C проведіть пряму, паралельну прямій AB . Знайдіть координати двох точок, що належать проведеній прямій.

б) Через точку B проведіть пряму, перпендикулярну до прямої AC . Запишіть координати двох точок, що належать проведеній прямій.

1382. Позначте на координатній площині точки $A(-2; 3)$, $B(4; 3)$ і $C(4; -1)$. Знайдіть координати точки D , яка є четвертою вершиною прямокутника $ABCD$. Знайдіть периметр і площу цього прямокутника.

1383. Яке число задумали?

а) Якщо від задуманого числа відняти 42 й одержану різницю помножити на 3, то одержимо 192.

б) Якщо задумане число помножити на 5 і до одержаного добутку додати 31, то отримаємо -104 .

в) Якщо до потроєного задуманого числа додати подвоєне, то одержимо -90 .

1384. На першій полиці книжок утричі більше, ніж на другій. Якщо з першої полиці перекласти 30 книжок на другу, то на обох полицях книжок стане порівну. Скільки книжок було на кожній полиці спочатку?

1385. У перший магазин відправили товару в 1,4 разу більше, ніж у другий. Коли до першого магазину відправили ще 120 кг товару, а до другого — 180 кг, то виявилось, що до обох магазинів відправили однакову кількість товару. Скільки товару відправили до кожного магазину спочатку?

1386. Одне число більше від іншого у 2,5 разу. Коли від більшого числа відняли 69, а до меншого додали 21, то одержали однакові результати. Чому дорівнюють ці числа?

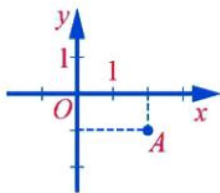
1387. У трьох ящиках є 35 кг слив. У першому в 1,2 разу більше, ніж у другому, а в третьому на 3 кг більше, ніж у другому. Скільки слив у кожному ящику?

1388. Відстань від міста до села автобус долає за $\frac{2}{3}$ год, а легковий автомобіль, швидкість якого на 20 км/год більша, — за $\frac{1}{2}$ год. Знайдіть швидкість автомобіля. Яка відстань від міста до села?

Завдання для самоперевірки

I рівень

- Обчисліть: $-11 \cdot 7$.
а) 77; б) -74; в) -77; г) -87.
- Обчисліть: $-12 \cdot (-6)$.
а) 72; б) -72; в) 62; г) -62.
- Обчисліть: $-45 : (-15)$.
а) -3; б) 5; в) 2,5; г) 3.
- Зведіть подібні доданки: $17a + 5a - 10a + 3$.
а) $12a + 3$; б) $12 + 3$; в) 15; г) $2a + 3$.
- Розв'яжіть рівняння: $5x - 3 = 2x$.
а) $\frac{3}{7}$; б) 1; в) -1; г) $-\frac{3}{7}$.
- Які координати має точка А?



- а) (1; 2); б) (-1; -2); в) (2; -1); г) (-1; 2).

II рівень

- Обчисліть:
а) $-2,8 \cdot 15$; б) $-5 \cdot (-1,6)$; в) $9 : (-1,5)$.
- Спростіть вираз:
а) $-(a+2) + 2(4-3a)$; б) $-4(-2,5-2x) + 2(-1,8x+1)$.
- Розв'яжіть рівняння:
а) $2x - 3 = 5 - 3x$; б) $4(-3,5+3x) = -3 + 10x$.

III рівень

- Знайдіть значення виразу:
а) $-4,8 : (-2,6 + 3,4) + 0,8$; б) $-12 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + 7,5$.
- Розв'яжіть рівняння:
а) $2,9y - 4(1,2 - y) = 5,4(y + 2)$; б) $\frac{3}{4}x - \left(\frac{3}{4} - 2x\right) = 1\frac{1}{2} + x$.

12. У трьох бідонах є 92 л молока, до того ж, у другому бідоні молока удвічі більше, а у третьому — на 4 л менше, ніж у першому. Скільки молока в кожному бідоні?

IV рівень

13. Знайдіть значення виразу $(2a - 8b + 3) \cdot (-2) - 5(-a + 1,8b - 1,4)$, якщо $a = -5$; $b = 1$.
14. Шлях між двома містами автомобіль подолав за 1,5 год, а мотоцикліст — за 2 год. Знайдіть відстань між містами, якщо швидкість мотоцикліста на 18 км/год менша від швидкості автомобіля.
15. У першому сховищі є 120 кг яблук, а в другому — 90 кг яблук. Щогодини з першого сховища беруть по 15 кг яблук, а з другого — по 5 кг яблук. Через скільки годин у першому сховищі залишиться яблук удвічі менше, ніж у другому?

ЗАВДАННЯ ЗА КУРС МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ

Обчисліть:

1389. а) $8 \cdot \frac{5}{28} + 3\frac{3}{5} : 5\frac{3}{5}$;

б) $2\frac{2}{7} \cdot 6\frac{1}{8} - 3\frac{5}{9} : 5\frac{1}{3}$;

в) $3,2 \cdot \left((3,2 - 5,8) : 2\frac{2}{15} \right)$;

г) $(19,3 - 6,8) : \left(5\frac{5}{8} - 3\frac{3}{4} \right)$;

д) $\left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) : \left(1 - \frac{1}{2} \right)^2$;

е) $\left(-\frac{1}{2} \right)^3 \cdot \left(6\frac{3}{8} - 2\frac{5}{12} \right) \cdot 8$;

є) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6} + \frac{14}{15}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{30}}$;

ж) $\frac{0,04 \cdot \left(-4\frac{7}{12} + 6\frac{3}{4} \right)}{0,02 \cdot (-0,56) - 0,02 \cdot 0,44}$;

з) $\frac{1,2 \cdot (-2,5) - 1,2 \cdot 4,5 + 7 \cdot (-1,8)}{1,125 \cdot (-80) - 1,1 \cdot (-80)}$;

и) $-2 \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} \right) + (9,7 - 1,6) : (-0,9)$.

1390. Порівняйте значення виразів:

а) $(4,5^2 - 19,25)^3 - 1,7$ і $(1,1^2 - 1,3^2) : 0,2$;

б) $(-0,1)^2 \cdot (6,5^2 - 43,245)$ і $(2,5 - 3)^3 \cdot (-2)^3 - 1,99$.

1391. Знайдіть спрощені числа:

а) $\boxed{-\frac{4}{9}} \xrightarrow{?:} \boxed{5\frac{1}{16}} \xrightarrow{\cdot \left(-\frac{4}{9}\right)} \boxed{} \xrightarrow{+3\frac{1}{8}} \boxed{} \xrightarrow{?:} \boxed{-14} \xrightarrow{: \frac{2}{5}} \boxed{}$

б) $\boxed{-3\frac{5}{6}} \xrightarrow{-?:} \boxed{3,5} \xrightarrow{: \left(-\frac{7}{8}\right)} \boxed{} \xrightarrow{-5\frac{1}{3}} \boxed{} \xrightarrow{+?:} \boxed{-10} \xrightarrow{\cdot 0,05} \boxed{}$

1392. Спростіть вираз:

а) $2(4a - 5) - (2 - 3a)$;

б) $-3(5 - 7x) + 4(x - 7)$;

в) $1,5(2 - 0,2a) + 3(-a + 1)$;

г) $-2(-1 - 2a + 7b) - (4a - 8b + 1)$;

д) $-\frac{1}{2}(0,5x - 1,1) - \frac{11}{20}x$;

е) $(-0,25x + 0,3y) - 3(0,7x - 0,3y)$.

Розв'яжіть рівняння:

1393. а) $3x - (x + 17) = 21$;

б) $10 - 2(7 - x) = 8$;

в) $4 - 2(n + 7) = 2n - 2(n + 3)$;

г) $5(y + 4) + 3y = 2(3y - 4)$;

д) $2,4x - 7,6 = -8(1,2x + 5)$;

е) $2(x - 0,8) = 0,8(x - 0,8)$;

є) $x - 7 + 5(3,6 - 2(x - 3)) = -1$;

ж) $10(x - 1,02) - 2(x - 1,2) = 4x$;

з) $3\frac{1}{3} \cdot \left(3x - \frac{7}{20}\right) - 2,5 = 8x$; и) $2x + \left(\frac{1}{3}x - 1\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{4}$.

1394. а) $2|x| + 4,7 = 6,5$; б) $6|x - 3,2| = 15$; в) $2|x| - (9 - 3|x|) = 5$.

1395. Із чисел 1, 2, 18, 41, 69, 83, 102 випишіть спочатку прості числа, а потім складені. Розкладіть складені числа на прості множники.

1396. Знайдіть НСД і НСК чисел:

а) 20 і 28; б) 35 і 129; в) 48, 64 і 72.

1397. Знайдіть усі дільники числа 72.

1398. Поставте замість зірочок такі цифри, щоб число:

а) $*8*$ ділилось на 9 і на 10; б) $25*4*$ ділилось на 3 і на 10;

в) $47*$ ділилось на 2 і на 3; г) $8*5*$ ділилось на 3 і на 5.

1399. Доведіть, що число $249 \cdot 349^3 - 117 \cdot 217^3$ ділиться на 10.

1400. Заповніть порожні кружечки на рисунку 84, знайшовши дробі або відсотки від числа 80.

1401. Заповніть порожні кружечки на рисунку 85, якщо дріб або відсоток від шуканих чисел дорівнює 12.

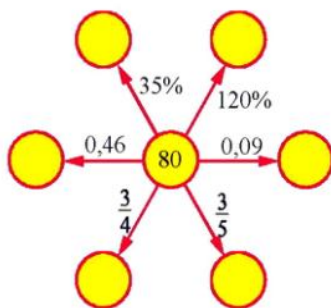


Рис. 84

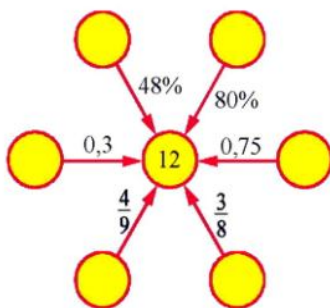


Рис. 85

1402. Чисельник звичайного дроби становить 60% від знаменника. Знайдіть цей дріб, якщо: а) його знаменник дорівнює 5; б) його чисельник дорівнює 9.

1403. Книжка має 160 сторінок. За перший день учень прочитав 15% кількості сторінок книжки, а за другий — в 1,5 разу більше, ніж за перший. Скільки сторінок залишилося прочитати учневі?

1404. Поле площею $18a$ засадили картоплею й овочевими культурами, до того ж під картоплю відвели площу на 50% більшу, ніж під овочеві культури. Скільки арів поля відвели під овочеві культури?

1405. Долаючи шлях від міста A до міста B завдовжки 209 км, автобус за першу годину проїхав $\frac{3}{11}$ усього шляху, а за другу — 50% решти шляху. Скільки кілометрів проїхав автобус за ці 2 год?
1406. Ательє закупило тканини трьох видів. Шовк становить $\frac{1}{3}$ усієї тканини, сукно — 90% від кількості шовку, а решта — ситець. Яку частину всієї тканини становить ситець? Скільки всього метрів тканини було куплено, якщо ситцю купили 165 м?
1407. У школі є 3 шостих класи. У 6-А класі навчається 30% усіх шестикласників, у 6-Б — в 1,2 разу більше, ніж у 6-А. Скільки відсотків усіх шестикласників навчається в 6-В класі? Скільки всього учнів навчається в шостих класах, якщо в 6-В класі є 34 учні?
1408. Один екскаватор може викопати траншею за 8 год, а інший — за 12 год. За який час викопують траншею обидва екскаватори, працюючи разом?
1409. Два муляри можуть викласти стіну за 12 год. За який час може викласти цю стіну перший муляр, якщо другий може це зробити за 20 год?
1410. Перший робітник може виготовити замовлену партію деталей за 6 год, а другий цю ж партію — за 8 год. Спочатку протягом 2 год робітники працювали над замовленням разом, а потім другий робітник закінчував роботу сам. Скільки часу працював над замовленням другий робітник самотужки?
1411. Через першу трубу можна випустити всю воду з басейна за 8 год, а через другу — за 12 год. До обіду з басейна випустили 330 м³ води. Після обіду протягом 1 год випускали воду лише через першу трубу, а потім відкрили ще й другу і за 2 год випустили всю воду. Скільки води було в басейні спочатку?
- 1412*. Із двох пунктів виїхали одночасно назустріч один одному два автомобілі, і через 1 год 30 хв відстань між ними дорівнювала 30 км. Перший автомобіль може проїхати всю відстань між цими пунктами за 4 год, а другий — за 3 год. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.
1413. Із 6 га поля зібрали 87 ц гречки. Скільки гречки зібрали з 34 га поля за такої ж урожайності?
1414. 2,5 кг сплаву олова, міді й цинку містить 800 г олова і 900 г міді. Скільки олова і скільки цинку є у 3,5 кг такого сплаву?
1415. Знайдіть імовірність того, що при підкиданні грального кубика випаде парне число, більше від 2.
1416. В урні є 20 однакових за розміром кульок — 15 білих і 5 чорних. Кульки перемішали. Знайдіть імовірність того, що навмання виїнята кулька буде білою.

1417. З пункту A о 8 год виїхав автобус, а о 9 год услід за ним виїхав легковий автомобіль, швидкість якого на 20 км/год більша від швидкості автобуса. Автобус, рухаючись без зупинок, прибув до пункту B о 14 год, а легковий автомобіль — о 13 год 30 хв.
- Знайдіть швидкості автомобіля й автобуса.
 - О котрій годині легковий автомобіль наздогнав автобус?
 - На якій відстані від пункту A відбулась їх зустріч?
1418. Відстань між пристанями A і B дорівнює 40 км. Від A до B за течією річки рухається моторний човен, швидкість якого у стоячій воді дорівнює 18 км/год, а від B до A — інший моторний човен, швидкість якого у стоячій воді дорівнює 16 км/год. Коли вони зустрілися, то виявилось, що перший човен ішов 1 год, а другий — 1,5 год. Знайдіть швидкість течії річки.
1419. Катер пройшов шлях між двома пристанями, рухаючись за течією річки, за 4,5 год. На зворотний шлях він затратив 6,5 год. Швидкість течії річки дорівнює 4 км/год. Знайдіть відстань між пристанями.
- 1420*. У двох мішках було 155 кг борошна. Коли з першого мішка пересипали у другий 20 кг, то в першому залишилося $\frac{12}{19}$ тієї кількості, що стало у другому. Скільки борошна було в кожному мішку спочатку?
1421. Сплав міді та цинку, загальна маса якого дорівнює 2 кг, містить 75% міді. Скільки цинку потрібно додати до цього сплаву, щоб одержати новий сплав, який містить 60% міді?
1422. У 10%-й розчин солі додали 100 г солі й одержали 15%-й розчин. Знайдіть масу початкового розчину.
1423. За альбом, 2 лінійки і циркуль заплатили 2 грн. 60 коп. Альбом утричі, а циркуль в 1,5 разу дорожчі від лінійки. Знайдіть ціни альбому, лінійки і циркуля.
1424. На координатній прямій позначте точку $D(-3)$ і таку точку C , щоб довжина відрізка CD дорівнювала 2,5 одиниць. Визначте координату точки C . Скільки може бути таких точок?
1425. Знайдіть площі заштрихованих фігур, зображених на рисунку 86, якщо сторони квадратів дорівнюють по 10 см.



Рис. 86

ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕНОЇ СКЛАДНОСТІ

Подільність натуральних чисел

1426. Доведіть твердження.
- а) Якщо кожний із двох доданків ділиться на деяке число, то й їх сума ділиться на це число.
 - б) Якщо зменшуване і від'ємник діляться на деяке число, то й різниця ділиться на це число.
 - в) Якщо один доданок ділиться на деяке число, а другий не ділиться, то їх сума не ділиться на це число.
 - г) Якщо сума двох доданків і один із цих доданків діляться на деяке число, то й інший доданок ділиться на це число.
 - д) Якщо один із множників ділиться на деяке число, то й добуток ділиться на це число.
1427. Якщо зменшуване і від'ємник при діленні на деяке число дають однакові остачі, то різниця ділиться на це число. Доведіть.
1428. а) Число a ділиться на 2 і на 3. Чи ділиться воно на $2 \cdot 3$?
б) Число a ділиться на 2 і на 4. Чи ділиться воно на $2 \cdot 4$?
1429. Дано два натуральні числа m і n . Доведіть, що число $mn(m+n)$ — парне.
1430. Доведіть, що коли p — просте число, більше від 3, то число $(p-1)(p+1)$ ділиться на: а) 3; б) 8; в) 24.
1431. Якщо у запису $3*4*5*0*28$ замість зірочок у довільному порядку поставити цифри 2, 3, 4 і 5 (кожну — один раз), то одержане число поділиться на 36. Доведіть це.
1432. Напишіть довільне трицифрове число. Допишіть до нього це ж саме число. Чи ділиться одержане шестицифрове число на 7; на 11; на 13? Чи для будь-якого трицифрового числа це справедливо? Якщо так, то чому?
1433. Чи існують два натуральні числа, добуток яких дорівнює 168, а найбільший спільний дільник — 14?
1434. Знайдіть усі прості числа x та y , для яких є правильною рівність:
а) $3x - y = 12$; б) $x + y = 31$; в) $x^2 - y^2 = 21$.
1435. а) Знайдіть усі натуральні числа x і y , для яких виконується рівність $7x + 3y = 23$.
б) Є дві труби завдовжки 7 м і 3 м. Чи можна, не вкорочуючи кожну з них, прокласти трубопровід завдовжки 23 м? Якщо можна, то яких і скільки труб для цього потрібно?

1436. Якщо від задуманого тризначного числа відняти 7, то одержане число поділиться на 7, якщо відняти 8 — то поділиться на 8, а якщо відняти 9 — поділиться на 9. Знайдіть задумане число.
1437. Кошик наповнений яблуками. Якщо їх виймати по 2, по 3, по 4, по 5 чи по 6, то в кошику залишатиметься щоразу по одному яблуку. Скільки яблук у кошику, якщо він може вмістити не більше 100 яблук?
1438. Для новорічних подарунків купили горіхи, цукерки і печиво — усього 760 штук. Горіхів купили на 80 більше, ніж цукерок, а печива — на 120 менше, ніж горіхів. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна зробити, використавши всі горіхи, цукерки і печиво?

Відсотки

1439. Із двох сплавів, один з яких містить 60% міді, а інший — 80%, потрібно одержати сплав, що має масу 4 кг і містить 75% міді. Скільки кілограмів кожного сплаву потрібно для цього взяти?
1440. На початку року вкладник зняв зі свого рахунку 20% грошей і протягом року не вносив нових вкладів. У кінці року банк нарахував 5% річних, і на рахунку вкладника стало 840 грн. Скільки грошей було на рахунку вкладника із самого початку?
1441. Два натуральних числа назвемо «дзеркальними», якщо запис одного числа можна одержати, переставивши цифри іншого числа у зворотному порядку (наприклад, 352 і 253). Одне із двох «дзеркальних» трицифрових чисел на 240% більше від іншого. Що це за числа?
1442. За весну Карлсон схуд на 25%, потім за літо поправився на 20%, за осінь схуд на 10%, а за зиму поправився на 20%. Чи поправився він за рік?
1443. Чи правильно, що число 40 на стільки відсотків більше від числа 32, на скільки відсотків число 32 менше від числа 40?

Звичайні дроби

1444. Обчисліть:

а) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7}$;

б) $\frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{18 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 20}$.

1445. Знайдіть усно значення виразу $\frac{128 \cdot 255 - 127}{127 \cdot 255 + 128}$.

1446. Різниця знаменника та чисельника дробу дорівнює 2114. Знайдіть цей дріб, якщо після його скорочення одержали $\frac{5}{12}$.
1447. Сума чисельника і знаменника дробу дорівнює 4140. Знайдіть цей дріб, якщо після його скорочення одержали $\frac{7}{13}$.

Раціональні числа

1448. Чи можна замість зірочок поставити знаки «+» або «-» так, щоб була правильною рівність:
- а) $*1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 0$; б) $*1 * 2 * 3 * \dots * 99 * 100 = 0$?
1449. Доведіть, що за допомогою цифр 1, 2, 3, 4, 5 і 6, узятих по одному разу, не можна записати шестизифрове число, яке було б квадратом цілого числа.

Задачі на складання рівнянь

1450. Білка кожних 5 хв приносить у дупло гриб із галявини, розміщеної на відстані x м від дупла. Знайдіть x , коли відомо, що без гриба білка пере-сувається зі швидкістю 3 м/с, а із грибом — 2 м/с.
1451. Два спортсмени стартували одночасно на одну й ту ж дистанцію. Пер-ший спортсмен пробіг усю дистанцію за 3 хв 45 с, а другий — за 4 хв. Яка швидкість кожного спортсмена, якщо через 48 с після старту відс-тань між ними дорівнювала 20 м?
1452. Учень прочитав книжку за 2 дні. За перший день він прочитав 0,2 кілько-сті сторінок книжки і ще 16 сторінок, за другий день — 0,5 залишку й останні 16 сторінок. Скільки сторінок у книжці?
1453. З міста A до міста B виїхали два мотоциклісти: перший — о 8 год ранку, другий — о 8 год 30 хв. Другий мотоцикліст наздогнав першого і через 2 год 30 хв після зустрічі прибув до міста B . У цей час перший мотоцик-ліст перебував на відстані 30 км від B . О котрій годині другий мотоцик-ліст наздогнав першого і яку відстань проїхали мотоциклісти до зустрічі, якщо швидкість першого мотоцикліста становила 0,8 від швидкості другого?
1454. Поїзд за 10 с проходить повз стовп, а за 25 с — через міст завдовжки 300 м. Знайдіть швидкість поїзда та його довжину.

Логічні задачі

1455. Із 24 однакових діжок 5 заповнені водою дощенту, 11 — навіпіл, а 8 діжок порожні. Розділіть ці діжки між трьома особами так, щоб кожному дісталось порівну діжок і однакова кількість води. (Переливати воду не дозволяється.)
1456. У чарівній скриньці лежить 99 цукерок. З неї дозволяється брати 1, 3, 4 або 5 цукерок, замість них у скриньці з'являється відповідно 2, 6, 1, 9 нових цукерок. Нові цукерки не з'являються, якщо зі скриньки забрати останні 1, 3, 4 або 5 цукерок. Чи можна зі скриньки забрати всі цукерки?
1457. Серед 3 монет одна фальшива, вона має масу, відмінну від маси справжніх монет. Як знайти цю монету за допомогою не більше двох зважувань на терезах без важків, якщо не відомо, легша фальшива монета від справжньої чи важча?
1458. На королівському турнірі з фехтування чотири перших місця розділили Атос, Портос, Арамис і д'Артаньян. Відомо, що сума місць, які посіли Атос, Портос і д'Артаньян, дорівнює сумі місць, які посіли Портос і Арамис. Яке місце посів кожен з мушкетерів, якщо Портос посів вище місце, ніж Атос?

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Абсциса точки.....	240	Кратне.....	29
Віднімання дробів з різними знаменниками.....	52	Круг.....	145
— раціональних чисел.....	194	Множення звичайних дробів.....	66
Відношення.....	107	— мішаних чисел.....	67
— відсоткове.....	130	— раціональних чисел.....	209
Вісь абсцис.....	239	Модуль числа.....	176
— ординат.....	239	Найбільший спільний дільник.....	25
Випадкова подія.....	111	Найменший спільний знаменник.....	47
Графік залежності між величинами.....	245	Найменше спільне кратне.....	29
Діаграма коруга.....	151	Ордината точки.....	240
— стовпчаста.....	150	Ознаки подільності на 2, 5 і 10.....	9
Ділення дробів.....	81	— — на 9 і на 3.....	13
— мішаних чисел.....	82	Основна властивість відношення.....	108
— раціональних чисел.....	221	— — дробу.....	38
Дільник.....	6	— — пропорції.....	119
Додавання дробів з різними знаменниками.....	52	Паралельні прямі.....	233
— від'ємних раціональних чисел.....	185	Перпендикулярні прямі.....	234
— двох чисел з різними знаками.....	189	Площа коруга.....	146
Довжина кола.....	141	Подібні доданки.....	217
Додатковий множник.....	43	Порівняння дробів.....	47
Дріб нескоротний.....	42	— раціональних чисел.....	181
— періодичний.....	93	Пропорція.....	119
Зведення дробу до спільного знаменника.....	47	Прямо пропорційна залежність.....	124
— подібних доданків.....	217	Радіус кола.....	139
Знаходження дробу від числа.....	73	Рівняння.....	224
— відсотків від числа.....	74	Розкладання на множники.....	21
— числа за його дробом.....	86	— на прості множники.....	21
— числа за його відсотками.....	86	Розкриття дужок.....	199
Імовірність випадкової події.....	115	Розв'язування рівнянь.....	225
Коефіцієнт.....	213	Скорочення дробів.....	42
Коло.....	139	Числа взаємно обернені.....	78
Координата точки на площини.....	240	— взаємно прості.....	26
— — на прямій.....	171	— від'ємні.....	163
Координатна площина.....	239	— додатні.....	163
— пряма.....	170	— непарні.....	9
		— парні.....	9
		— прості.....	17
		— раціональні.....	171
		— складені.....	17
		— цілі.....	171

ВІДПОВІДІ

§1

19. 15 голів; 6 голів. 20. 42 мішки. 24. 21,25 ц. 25. 3000 грн. 54. 3 грн. 60 к.; 1 грн. 20 к. 55. а) 2,65; б) 9,8. 81. 22,4 га. 82. У магазини відправили більше на 0,08 т. 97. а) Ні; б) ні; в) так. 101. 135 км. 102. 18 хв. 122. 61 км. 123. 70 км/год. 142. 42 квадрати. 143. 160 кубів. 144. 45 подарунків. 145. 29 учнів; 2 зошити в лінійку і 3 — у клітинку. 146. 25 см × 25 см; 475 плиток. 149. 46 км; 44 км; 45 км. 168. 53 або 54 ящики. 175. Об 11 год 36 хв. 176. 252 см. 178. Так. 191. 11 учнів. 192. 720 см. 193. 29 учнів; 7 зошитів. 194. 119.

§2

221. 54,5 кг; 49,5 кг. 222. 7,2 кг; 14,4 кг; 9,2 кг. 223. 4 способами; 10 способами. 245. $\frac{18}{30}$. 246. $\frac{6}{21}$. 247. Ні. 250. 252 с. 252. 231 учень. 269. Батько Наталі. 270. В 1 кг рису. 271. Перший; другий. 272. Олі. 273. П'ятиметрової. 318. а) $7\frac{13}{36}$; б) $1\frac{11}{72}$; в) $4\frac{3}{4}$; г) $4\frac{11}{24}$. 319. а) $3\frac{1}{4}$; б) $1\frac{1}{3}$. 320. $\frac{1}{4}$. 321. $\frac{6}{25}$. 322. Перший. 323. $AB = 4\frac{11}{18}$ см; $BC = 2\frac{5}{6}$ см; $AC = 4\frac{5}{9}$ см. 324. $33\frac{5}{8}$ кг; 29 кг. 325. $7\frac{1}{3} a$; $7 a$. 326. $\frac{3}{20}$. 327. $\frac{13}{18}$. 328. Ні. 329. Так. 330. $\frac{1}{15}$. 331. $\frac{11}{20}$. 332. 2 хв. 333. Ананас. 334. 2 см; 2,6 см; 2,6 см. 335. 20 т. 336. 38 деталей. 339. 10 варіантів. 343. є) $1\frac{1}{9}$; ж) $4\frac{1}{3}$; з) $6\frac{11}{18}$; и) $\frac{1}{4}$. 345. в) $\frac{1}{4}$; г) $2\frac{3}{5}$. 347. $13\frac{1}{12}$ км. 348. $\frac{11}{20}$. 349. $\frac{4}{9}$. 350. $\frac{5}{12}$.

§3

378. є) $33\frac{19}{20}$; ж) $\frac{34}{63}$; и) $4\frac{1}{6}$. 379. б) $3\frac{1}{2}$; в) 12; г) $4\frac{3}{5}$; д) $11\frac{3}{5}$; е) 4,7. 387. 2 км 730 м. 388. 144 га. 389. 21,6 кг. 390. 10 наборів. 391. 120 м^3 . 392. 240 км. 407. 750 м^3 . 408. 1024 м^2 . 409. 10,8 см. 414. $14,5 \text{ м}^2$. 416. 288 км. 417. 96. 418. 198. 419. 104,49 кг. 420. 320 кг. 421. 40 м. 422. 82%. 423. 150 км. 424. Так. 425. Ні. 426. У 17 разів. 431. 204 км. 432. 1,5 разу. 449. 160; 32.

450. 2 год. 451. 56 кг. 469. а) $11\frac{1}{5}$; б) $1\frac{43}{66}$; в) $\frac{7}{20}$; г) $\frac{19}{21}$. 470. а) 1,125; б) $1\frac{16}{19}$; в) 1,6. 471. а) 0,162; б) $2\frac{5}{16}$; в) 1,5; г) $\frac{1}{3}$. 474. а) 2; б) 4; в) $\frac{3}{4}$; г) $19\frac{1}{6}$; д) 6,5; е) 6. 475. а) $\frac{8}{9}$; б) $1\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{20}$. 477. 32,6 ц з гектара. 478. 32 учні. 479. 20 га. 480. 18,6 а; 6,2 а. 481. 300 г; 150 г. 482. 130 км. 483. 6 способами. 491. 1200 м². 492. $5\frac{11}{20}$ м. 498. 60 ц. 499. 26 км. 505. 344 дерева. 507. 4,86 т. 508. 50 км. 509. 180 кг; 75 кг. 510. 15 га; 35 га. 511. 252 сторінки. 512. 27 слив. 515. 250 кг. 516. 1 ц. 517. Порівну. 520. 3,6 хв. 523. 16 способами. 538. 45,25 км/год. 539. 4,45 км/год. 540. 4,475 км/год. 541. У вівторок о 13 год 12 хв. 543. 4 км 100 м. 544. 425 ц; 335 ц. 545. 225 марок. 552. а) $\frac{5}{8}$; б) $39\frac{4}{11}$; в) 22,45; г) 530; д) $8\frac{2}{7}$; е) $1\frac{9}{11}$. 557. а) $\frac{11}{20}$; б) $\frac{13}{15}$; в) $\frac{5}{8}$; г) $1\frac{7}{15}$; д) $\frac{8}{15}$; е) 6. 559. 8 см. 561. 759 км. 565. 13,5 м; 4,5 м. 568. 86 хв. 569. 2,4 см; 2 см; 2 см. 573. 684 грн. 574. 153 грн. 575. 27 км/год. 576. 75 км/год. 577. 90 м. 578. 6,65 м. 579. 3 кг. 580. $\frac{3}{14}$. 581. $\frac{9}{20}$. 583. 1,2 год. 584. 15 год. 585. 18 днів. 586. 180 саджанців. 587. 70 км/год. 588. 19,08 кг; 18,02 кг; 26,5 кг. 589. 6,6 га; 8,4 га; 6 га. 590. 13,5 см². 591. 25 м. 592. 3,5 дм. 593. 1 кг. 594. 80 деталей. 595. 7,5 т. 596. 60 л. 597. 400 т. 598. 126 км; 75 км/год. 599. 36 га. 600. 20 т. 601. 63 км. 602. 7,5 км. 603. 450 грн. 604. 2 год 1 хв. 605. Так. 606. 60 кг.

§4

624. У 480 разів. 625. У 30 разів. 626. У 1,125 разу. 627. У 2 рази. 628. У 50 разів. 630. 15 варіантів. 631. 6 способів. 633. 39 т. 642. 55 років. 645. 2 год. 652. а) $\approx 0,19$; б) $\approx 0,37$; в) $\approx 0,63$. 653. $\frac{1}{3}$. 654. $\frac{1}{10}$. 655. а) $\frac{15}{29}$; б) $\frac{8}{29}$. 657. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{3}$. 658. а) $\frac{8}{27}$; б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{2}{9}$. 659. 4 год. 660. $\frac{2}{3}$. 661. $\frac{1}{6}$. 676. в) $2\frac{2}{9}$; г) 31,8. 677. а) $15\frac{1}{3}$; б) 1,1. 682. 100 см². 683. 5 год 15 хв. 684. Сергій. 685. Другого. 686. 81 кг. 699. $AC = 8$ см; $CB = 20$ см. 700. 27 см; 27 см; 36 см. 701. 50 кг; 4 кг; 2 кг. 702. 3,9 кг; 2,6 кг; 2,6 кг. 703. 21 год. 704. 3,06 кг.

705. 3 год 36 хв. **707.** 90 кг. **708.** 2160 м³. **709.** 3,6 м. **710.** 7 кг. **711.** 7,5 см; 10 см; 15 см. **712.** 60, 72 і 48 квартир. **727.** 96%. **728.** 35%. **729.** 20%; 80%. **730.** 12,5%. **731.** 24%. **732.** Ні. **734.** 34,6 ц. **735.** 121 кг. **736.** 4 грн. **744.** 20 т. **745.** 30 т. **746.** 62,5 хв. **749.** 21 деталь. **750.** 460 грн. **751.** 700 грн. **752.** 16%. **753.** 136 грн. **754.** 10,07 грн. **755.** 6 сторінок. **756.** 43,75%. **757.** 2,76 м. **758.** 20 м². **759.** На 25%. **760.** На 8%. **761.** На 30%. **762.** На 300%; на 75%. **763.** 600 ц. **764.** 9 см; 12 см; 15 см. **765.** 1,5 га. **766.** 44%. **767.** 4 хв. **768.** 16 га. **769.** 80 деталей. **770.** Ні. **771.** 666,9 грн. **772.** 21 200 грн. **773.** 30 000 грн. **774.** 30%. **775.** 11 грн. 88 к. **776.** 6 грн. 27 к. **777.** 128 грн. 25 к. **778.** 144 грн. **779.** 144 грн. **780.** 25%. **781.** 1,5 кг. **782.** 1320 г. **783.** На $11\frac{1}{9}\%$. **784.** 1,2 разу; 6 і 5. **785.** 50 к. **814.** 10 мм; 20 мм. **815.** 5 см; 2,5 см. **816.** 33,4 год. **817.** 6,28 см. **818.** 11 см. **820.** 60,3 км/год. **821.** 4 зважування. **822.** 42 груші. **823.** 69 тис. жителів. **824.** 258 дерев. **832.** 177 м². **833.** 50,24 см². **834.** 75,36 см². **835.** У 9 разів. **837.** 0,28 м². **838.** 314 см². **839.** 3390 г. **840.** Ні. *Вказівка.* Припустимо, що числа потрібним чином записати можна. Обґрунтуйте, що тоді з одного боку сума всіх чисел квадрата є парною, а з іншого боку — непарною. **843.** $6\frac{3}{4}$ м. **844.** 144 га. **860.** 36 пасажирів. **871.** 47,5%. **872.** 40,4%; 67,8%. **873.** 60, 50 і 40 сторінок. **876.** 30 т. **878.** 8000 книжок. **879.** 50%. **880.** 9,75%. **881.** 3 год 30 хв. **883.** 12,56 дм². **884.** 98 кушів. **885.** 56,52 см; 28,26 см. **886.** На 62,8 см. **887.** На 10 м. **888.** 21,5%.

§5

910. 72° і 18°. **938.** 4 км/год. **939.** Так. **941.** 8%. **975.** 66 км. **976.** 5,6 км. **1005.** 6 способами. **1020.** в) $-9,06$; г) $-8\frac{2}{3}$. **1021.** а) $-5\frac{5}{6}$; б) $-9,2$. **1028.** 0,675 т. **1029.** 25%. **1030.** 40 г. **1050.** а) $-5,45$; б) $-3\frac{13}{30}$; в) $\frac{1}{3}$; г) 3,86; д) $\frac{1}{3}$; е) $\frac{1}{60}$. **1051.** а) $-1,57$; б) $-\frac{29}{30}$; в) $-5\frac{1}{12}$. **1052.** б) $3\frac{13}{15}$. **1056.** а) $-\frac{5}{6}$; б) $5\frac{1}{30}$; в) $6\frac{1}{3}$; г) $-2\frac{2}{7}$; д) 0,1. **1057.** а) 2,25; б) $\frac{5}{6}$. **1062.** 96%. **1063.** 95%. **1064.** 35% **1084.** а) -6 ; б) $1\frac{2}{3}$; в) $-10\frac{1}{3}$; г) 2. **1085.** а) -11 ; б) $-\frac{17}{24}$. **1090.** а) -2 ; б) $-11,3$; 11,3; в) -6 ; -4 .

1095. $\frac{5}{24}$; 48 т. 1097. 66,4%. 1098. 100° і 80° . 1108. а) 1,6; б) 83,03; в) $-3\frac{1}{12}$; г) 1; д) $\frac{5}{6}$. 1109. а) $5\frac{1}{15}$; б) -1. 1112. а) -2,2; б) 9,1; в) 4,4; г) -27,2. 1113. а) -0,5; б) 5,83. 1116. 21 пароплав. 1117. 4 см. 1118. 135. 1119. О 7 год 30 хв. 1120. 2 год. 1136. г) -7,6; д) -3,3; е) -2; є) $\frac{42}{187}$; ж) -23,5.

§6

1168. а) 16,91; б) -0,298; в) -174,96; г) -3,8412. 1169. а) 14,4; б) $2\frac{1}{120}$; в) -4,2; г) $-\frac{35}{36}$. 1178. Знак «-». 1179. Цифрою 4. 1181. 120 і 12. 1182. 12 хв. 1198. а) 1; б) $-33\frac{3}{4}$; в) -5040; г) -10000. 1199. а) $\frac{5}{8}$; б) -24; в) -1. 1200. а) -6,4ху; б) $\frac{5}{6}xb$; в) $\frac{1}{25}x$; г) 15ху. 1201. а) -34ху; б) 1,8abc. 1226. в) $0,8a - \frac{1}{3}b$; г) $-17a + 14b - 4$; д) $7ax + 5a$; е) $3a + 3b + 3c$. 1227. а) $-\frac{1}{3}a$; б) 0; в) $-8x + 4y + 6$; г) $-2bx + 10cx$. 1234. 10 днів. 1235. 2,4 год; 60 км/год; 90 км/год. 1251. а) -112,6; б) -350; в) 9; г) -0,3. 1252. а) -497; б) 3,5; в) 8,2. 1258. 21%. 1259. 325 м/хв. 1268. а) 4; б) 6; в) -3; г) -4; д) $\frac{7}{9}$; е) -1; є) 6; ж) -1,6; з) 6; и) $1\frac{2}{3}$; і) $10\frac{2}{3}$. 1269. а) 17; б) 2; в) 63,4; г) -0,6; д) -5; е) 2,25; є) $\frac{3}{4}$; ж) $1\frac{4}{13}$; з) -0,0555. 1273. 3,5 год. 1276. 96; 66. 1277. 65 яблук; 51 яблуко. 1278. 39° ; 51° . 1279. 440 га; 80 га. 1280. 198; 66. 1281. 144 м^2 . 1282. 6,15; 2,05. 1283. 28 т; 36 т. 1284. 28 га; 35 га. 1285. 4 км/год. 1286. 60 км/год; 150 км. 1287. 84 км/год; 60 км/год; 210 км. 1288. 130 кг; 150 кг; 180 кг. 1289. 12 кг; 16 кг; 8 кг. 1290. 14 см; 7 см; 11 см. 1291. 24 л; 8 л. 1292. По 110 яблук. 1293. а) 21 км/год; б) 21 км/год. 1294. 9 км. 1295. 10 год. 1296. 42 деталі. 1297. 350 г. 1298. 60 деталей. 1299. 168 км. 1300. 200 км. 1301. 48 км. 1302. а) 7 км; б) 7 км; в) 6 км. 1303. $\frac{1}{12}$. 1306. Фінішують одночасно. Якщо довжина дистанції дорівнюватиме 100 м, то переможе перший жук, якщо 30 м — другий. 1307. 2 км. 1324. 30° ; 60° ; 120° . 1325. 60° ; 30° ; 120° . 1326. 31, 28 або 25 бідонів. 1327. 48 сторінок. 1328. 4 км/год. 1352. 4,8 год.

1353. 6 днів. 1366. а) $-0,05$; б) $3,3$; в) $1,21$; г) $0,01$; д) 69 ; е) 18 . 1367. а) 1 ; б) $\frac{1}{7}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) $0,5$. 1368. а) 30 ; б) $\frac{7}{9}$; в) -1 ; г) 160 ; д) -54 ; е) $-\frac{13}{60}$. 1369. а) $12,2$; б) $-4\frac{23}{27}$; в) 18 ; г) $6,2$. 1370. а) $9a - 9$; б) $-12x + 12$; в) $8x - 7y + 6$; г) $-2,6a + 7$; д) $-8,4a - 5,4b + 0,5$; е) $6,2x - 2$. 1384. 90 і 30 книжок. 1385. 210 кг; 150 кг. 1386. 150; 60. 1387. 12 кг; 10 кг; 13 кг. 1388. 80 км/год; 40 км.

Завдання за курс математики 6 класу

1404. 7,2 а. 1405. 133 км. 1406. $\frac{11}{30}$; 450 м. 1407. 34%; 100 учнів. 1408. 4,8 год. 1409. 30 год. 1410. 3 год 20 хв. 1411. 720 м^3 . 1412. 60 км/год; 80 км/год. 1417. а) 80 км/год; 60 км/год; б) 12 год; в) 240 км. 1418. 4 км/год. 1419. 117 км. 1420. 80 кг; 75 кг. 1421. 0,5 кг. 1422. 1,7 кг. 1423. 1 грн. 20 к.; 40 к.; 60 к.

Задачі підвищеної складності

1433. Ні. 1434. а) $x = 5$; $y = 3$; б) $x = 2$; $y = 29$ або $x = 29$; $y = 2$; в) $x = 5$; $y = 2$. 1436. 504. 1437. 61 яблуко. 1438. 40 подарунків. 1439. 1 кг; 3 кг. 1440. 1000 грн. 1441. 561 і 165. 1442. Ні. 1443. Ні. 1444. а) $\frac{6}{7}$; б) $\frac{1}{20}$. 1448. а) Ні; б) так. 1450. 360 м. 1451. $6\frac{2}{3}$ м/с; $6\frac{1}{4}$ м/с. 1452. 60 сторінок. 1453. О 10 год 30 хв; 120 км. 1454. 20 м/с; 200 м. 1456. Так.

ЗМІСТ

Розділ I. ПОДІЛЬНІСТЬ ЧИСЕЛ

§1. ПОДІЛЬНІСТЬ ЧИСЕЛ

1. Дільники натурального числа.....	6
2. Ознаки подільності на 2, 5 і 10.....	9
3. Ознаки подільності на 9 і на 3.....	13
4. Прості й складені числа.....	17
5. Розкладання натуральних чисел на прості множники.....	21
6. Найбільший спільний дільник.....	25
7. Кратні натурального числа. Найменше спільне кратне.....	29

Розділ II. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

§2. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

8. Основна властивість дробу.....	38
9. Застосування основної властивості дробу.....	42
10. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів.....	46
11. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками.....	51

§3. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ

12. Множення звичайних дробів.....	66
13. Задачі на множення дробів.....	72
14. Взаємно обернені числа.....	78
15. Ділення звичайних дробів.....	80
16. Задачі на ділення дробів.....	85
17. Перетворення звичайних дробів у десяткові. Періодичні десяткові дроби.....	92
18. Вправи на всі дії зі звичайними дробами.....	95
19. Текстові задачі.....	97

Розділ III. ПРОПОРЦІЇ І ВІДНОШЕННЯ

§4. ПРОПОРЦІЇ І ВІДНОШЕННЯ

20. Відношення. Основна властивість відношення.....	107
21. Випадкові події.....	111
22. Імовірність випадкової події.....	115
23. Пропорція.....	119
24. Пряма пропорційна залежність.....	124
25. Відсоткове відношення.....	130
26. Відсоткові розрахунки.....	132

27. Коло. Довжина кола.....	139
28. Круг. Площа круга.....	145
29. Стовпчасті та кругові діаграми.....	150

Розділ IV. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА ТА ДІЇ НАД НИМИ

§5. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ	
30. Додатні та від'ємні числа. Число 0	162
31. Координатна пряма. Раціональні числа	170
32. Модуль числа	175
33. Порівняння чисел.....	180
34. Додавання від'ємних раціональних чисел.....	185
35. Додавання двох чисел з різними знаками.....	189
36. Віднімання раціональних чисел	194
37. Розкриття дужок	199
§6. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ	
38. Множення раціональних чисел	209
39. Переставна і сполучна властивості множення. Коефіцієнт	213
40. Розподільна властивість множення. Зведення подібних доданків	217
41. Ділення раціональних чисел	221
42. Розв'язування рівнянь	224
43. Розв'язування задач за допомогою рівнянь.....	228
44. Паралельні та перпендикулярні прямі	232
45. Координатна площина.....	238
46. Приклади графіків залежностей між величинами	245
ЗАВДАННЯ ЗА КУРС МАТЕМАТИКИ 6 КЛАСУ.....	256
ЗАДАЧІ ПІДВИЩЕНОЇ СКЛАДНОСТІ	260
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	264
ВІДПОВІДІ.....	265

Навчальне видання

Галина Михайлівна Янченко
Василь Ростиславович Кравчук

МАТЕМАТИКА

6 клас

Редактори: *Ярослав Гап'юк, Ярослав Гринчишин, Сергій Мартинюк*
Літературне редагування *Людмили Олійник*
Обкладинка *Світлани Демчак*
Художнє оформлення *Віктора Стецюка*

Відповідальний за випуск *Сергій Мартинюк*

Підписано до друку 18.06.2006. Формат 70×100/16. Папір офсетний. Гарнітура Times.
Друк офсетний. 18,80 ум. др. арк., 14,65 обл.-вид. арк.. Тираж 5 000.
Замовлення №03-134

Редакція газети «Підручники і посібники». Свідоцтво ТР 189 від 10.01.96.
46010, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел. 8-(0352)-43-10-31, 43-15-15, 43-10-21.
Факс 8-(0352)-43-10-31. E-mail: pp@pp.utel.net.ua
www.pp.utel.net.ua