

Г. П. Бевз, В. Г. Бевз

Математика

Підручник
для загальноосвітніх
навчальних закладів

6 клас



*Рекомендовано
Міністерством
освіти і науки України*

Київ
«Генеза»
2006

ББК 22.1я721
Б36

*Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
(Наказ Міністерства освіти і науки України
№ 341 від 28.04.2006 р.)*

**Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено**

Бевз Г. П.

Б36 Математика: 6 кл.: Підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К.: Генеза, 2006. – 304 с.: іл.
ISBN 966-504-506-7

ББК 22.1я721

© Бевз Г. П., Бевз В. Г., 2006
© Видавництво «Генеза»,
художнє оформлення, 2006

ISBN 966-504-506-7

Шановні шестикласники!

Математика – одна з найдавніших, найцікавіших і найпотрібніших наук. Її вивчають у кожному класі загальноосвітньої школи, у середніх спеціальних і вищих навчальних закладах, бо математичні знання потрібні кожному спеціалісту.

Цей підручник допоможе вам опанувати математику за 6 клас. У кожному його параграфі є теоретичні відомості та вправи.

Читаючи теоретичний матеріал, основну увагу звертайте на слова, надруковані *курсивом*. Це – *математичні терміни*. Треба зрозуміти, що ці слова означають, і запам'ятати їх.

Надруковані **жирним шрифтом** речення – це **правила** або інші **важливі математичні твердження**, їх треба пам'ятати і вміти застосовувати під час розв'язування задач.

У кожному параграфі підручника є рубрика «Дізнайтеся більше». Вона містить додаткові відомості для зацікавлених учнів.

У рубриці «Виконуємо разом» номерами в колах (наприклад, ②) позначено важливі вправи, а кружками (*) – їх розв'язання. Радимо проглянути ці приклади, перш ніж виконувати завдання самостійно.

Завдання, рекомендовані для домашньої роботи, надруковано пурпуровим кольором.

Підручник містить вправи чотирьох рівнів складності. Найпростіші з них (у рубриці «Усні вправи») радимо розв'язувати усно всім учням. Для письмового розв'язування є вправи рівня А і Б.

Для тих учнів, які особливо цікавляться математикою, пропонуються задачі, номери яких позначено зірочкою (*). Ці задачі не обов'язкові. Але якщо ви хочете розвинути своє мислення і випробувати себе, якщо справді цікавитесь математикою, – розв'яжіть їх.

Бажаємо успіхів!

Подільність натуральних чисел



**Математика – цариця наук,
а арифметика – цариця
математики.**

К. Гаусс

У цьому розділі розглядаються найважливіші відомості з *теорії чисел*. Це – досить давня і цікава математична наука, яка досліджує властивості натуральних чисел, пов'язані з їх діленням. Коротко основний зміст розділу виглядає так.

- Ділення і дільники числа.
- Ознаки подільності на 2, 5 і 10.
- Ознаки подільності на 3 і 9.
- Розкладання чисел на прості множники.
- Найбільший спільний дільник.
- Найменше спільне кратне.

Ці теми часто використовуватимуться в наступних розділах математики. Зокрема, без їх знання не можна успішно вивчати звичайні дроби. Тому розділ 1 підручника можна вважати вступом до розділу 2.

§ 1.

Ділення і дільники числа

Додавати і множити можна будь-які числа. Віднімання можливе тільки тоді, коли від'ємник не більший від зменшуваного. Складніша справа з діленням. Ділення – дія, обернена до множення.

$$20 : 4 = 5, \text{ бо } 5 \cdot 4 = 20.$$



Поділити одне число на друге – це означає знайти таке третє число, яке при множенні на друге дає перше. Тобто, якщо

$$a : b = k, \text{ то } a = b \cdot k.$$

Ви вже знаєте, що іноді від ділення одного числа на друге отримують неповну частку й остачу. Знаєте ви також, що ділити можна і на дробові числа. У цьому розділі йтиметься про ділення тільки натуральних чисел, причому без остачі.

Наприклад, 21 ділиться на 7. Кажуть, що число 7 – дільник числа 21. Дільниками числа 21 є також 1, 3 і 21. Жодне інше число не є дільником числа 21.

Якщо a ділиться на b , то число b називають *дільником* числа a .

Наприклад, число 22 має 4 дільники: 1, 2, 11 і 22;

число 9 має 3 дільники: 1, 3 і 9;

число 7 має 2 дільники: 1 і 7.

Число, яке має тільки 2 дільники, називається *простим числом*. Можна сказати і так. *Число, яке ділиться тільки на 1 і саме на себе, називається простим.*

Простими є числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, Простих чисел існує безліч. Таблицю простих чисел, менших за 1000, наведено на форзаці.

Число, яке має більше двох дільників, називається *складеним*.

Складеними є, наприклад, числа 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14. Складених чисел також безліч.

Число 1 має тільки один дільник: 1. Його не прийнято вважати ні простим, ні складеним.

Залежно від кількості дільників усі натуральні числа розбивають на 3 класи: прості числа, складені числа, число 1.



Дізнайтеся більше

Якщо прості числа виписати в порядку зростання, то утвориться *послідовність простих чисел*:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,

Послідовність простих чисел має багато цікавих властивостей і таємниць. Наприклад, ще вчені Стародавньої Греції помітили, що серед простих чисел багато таких, різниця яких дорівнює 2, наприклад: 3 і 5, 5 і 7, 11 і 13,

17 і 19 і т. д. Такі пари чисел називають простими числами-близнятами.

Ще понад 25 століть тому математики намагалися з'ясувати, чи існують найбільші прості числа-близнята, але й досі відповіді на це запитання не знаємо.

Існує також багато інших проблем (ще не розв'язаних задач), які стосуються простих чисел.



Перевірте себе

1. Що означає поділити одне число на друге?
2. Коли кажуть, що число p – дільник числа a ?
3. Сформулюйте означення простого числа.
4. Назвіть 5 перших простих чисел.
5. Назвіть 5 перших складених чисел.
6. Чому число 7 просте, а 9 – складене?
7. Скільки є простих чисел? А складених?



Виконуємо разом

① Перевірте, чи є число 7 дільником числа 63. А числа 67?

• $63 : 7 = 9$, тому 7 – дільник числа 63.

$67 : 7 = 9$ (ост. 4), тому 7 не є дільником числа 67.

② Знайдіть найбільший дільник і найбільший простий дільник числа 20.

• Дільниками числа 20 є: 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Найбільший із них – число 20, найбільший простий дільник – число 5.



Усні вправи

1. Просте чи складене число 10? А число 11?
2. Укажіть найменший дільник числа 35. А який найменший простий дільник числа 35?
3. Укажіть найбільший дільник числа 49.
4. Скільки різних дільників має число 17?
5. Число p – просте. Скільки різних дільників воно має?
6. Чи правильно, що кожне натуральне число, відмінне від 1, має принаймні два дільники?
7. Скільки різних дільників має число 4?



Рівень А

8. Чи є 8 дільником числа 40? А числа 60?
9. Скільки дільників має число 20? Запишіть їх.
10. Чи правильно, що 1 є дільником кожного числа?
11. Запишіть усі дільники числа 30.
12. Яке однозначне число ділиться і на 2, і на 3?
13. Чи існує число, яке ділиться на 2 і на 7?
14. Знайдіть найменше натуральне число, яке ділиться на 3 і на 8.
15. Число a ділиться на 8. Чи ділиться воно на 2? А на 4? Покажіть на прикладах.
16. Яке з чисел має більше дільників: 12 чи 13?
17. Чи є простим число 17? А 27?
18. Учень каже: «Число, яке має два дільники, називається простим». Яку помилку він допустив? Покажіть на прикладах.
19. Покажіть, що число 14 складене. А число 41?
20. Складеним чи простим є число 49? А число 29?



Рівень Б

21. Яке з тверджень правильне:
 - а) кожне натуральне число просте або складене;
 - б) якщо натуральне число не просте, то воно складене;
 - в) якщо натуральне число більше за 1 і не просте, то воно складене?
22. Знайдіть суму всіх дільників числа 9.
23. Що більше: сума всіх дільників числа 6 чи сума всіх дільників числа 7?
24. Число a – просте. Знайдіть суму всіх його дільників.
25. Знайдіть добуток усіх дільників числа 10.
26. Число a – просте. Знайдіть добуток усіх його дільників.



Вправи для повторення

27. Обчисліть усно:

- | | | |
|---------------|---------------|------------------|
| а) $45 + 12,$ | б) $5,3 + 7,$ | в) $12 \cdot 5,$ |
| $37 + 16,$ | $0,2 + 3,5,$ | $1,3 \cdot 3,$ |
| $82 - 41,$ | $4 - 3,8,$ | $4,6 : 2,$ |
| $65 - 17;$ | $6,7 - 5;$ | $3 : 0,3.$ |

Виконайте дії (28–33).

28. а) $385 + 429$,
 $805 - 718$,
 $4328 - 3009$;
 в) $2,4 \cdot 3,5$,
 $72,5 \cdot 0,26$,
 $0,03 : 0,15$;
- б) $59,7 + 12,9$,
 $13,8 - 6,51$,
 $3,05 - 2,007$;
 г) $2,5 \cdot 3,7 \cdot 4$,
 $7,8 \cdot 0,04 \cdot 25$,
 $0,8 \cdot 4,9 \cdot 0,25$.
29. а) $529 : 23$,
 $3,136 : 112$,
 $5929 : 110$;
 б) $5,76 : 2,4$,
 $7,84 : 14$,
 $33,64 : 2,9$;
 в) $32,5 : 0,5$,
 $0,72 : 1,8$,
 $73,96 : 8,6$.
30. а) $7 + 125 : 5$;
 б) $8 - 23 : 5$;
 в) $13 : 2 + 15 : 25$.
31. а) $4,8 + 3 : 4$;
 б) $7,5 - 1 : 25$;
 в) $6,5 - 6 : 5$.
32. а) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$;
 б) $\frac{5}{9} - \frac{1}{9}$;
 в) $2\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$.
33. а) $2,5 \cdot 8 + (17 - 0,1) : 26$;
 б) $183 \cdot 0,5 - (6,2 + 1,9) : 5,4$.
34. Яке з чисел більше:
 а) 1,2 чи 1,125;
 б) 3,786 чи 3,8;
 в) $\frac{2}{7}$ чи $\frac{3}{7}$;
 г) $\frac{12}{13}$ чи $\frac{15}{13}$?
35. Знайдіть число, яке:
 а) на 1,9 менше за 5,83;
 б) у 4 рази менше за 0,75;
 в) у 2,5 рази більше за 0,32.
36. Знайдіть два числа таких, що:
 а) їх сума дорівнює 30, а різниця – 6;
 б) їх сума дорівнює 12,5, а одне з них у 4 рази більше, ніж друге;
 в) їх різниця дорівнює 3,4, а одне з них у 3 рази більше, ніж друге;
 г) їх піврізниця дорівнює 4,5, а півсума – 45.
37. Знайдіть число:
 а) яке становить 2,4 % від 350;
 б) 20 % якого дорівнюють 38,4;
 в) яке на 12 % більше за 8,5.
38. Розв'яжіть рівняння:
 а) $3x + 17 = 50$;
 б) $1,5x - 5 = 7,6$.
39. У двох ящиках 53 кг яблук. Скільки яблук у кожному ящику, якщо в першому ящику на 5 кг більше, ніж у другому?



40. Дріт завдовжки 43 м розрізали на дві частини так, що одна з них виявилась у три рази довшою за другу. Знайдіть довжину довшої частини.
41. З міст A і B одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі і зустрілися через 1 год 30 хв. Знайдіть відстань між A і B , якщо автомобілі їхали зі швидкостями 68 км/год і 72 км/год.
42. Накресліть дві прямі, які перетинаються під кутом 60° . Знайдіть міри трьох інших кутів, утворених цими прямими.
43. Точка K лежить на відрізку AB , довжина якого 1,7 м. Знайдіть довжину відрізка AK , якщо $KB = 45$ см.
44. Знайдіть периметр і площу прямокутника, сторони якого дорівнюють 6 м і 4,5 м.
45. У скільки разів площа квадрата зі стороною 12 см більша за площу квадрата зі стороною 4 см?
46. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 3 см, 4,5 см і 6,7 см.
47. Три однакові гральні кубики розташовані так, як показано на малюнку 1. Знайдіть суму очок на всіх невидимих гранях цих кубиків.



Мал. 1

§ 2.

Ознаки подільності на 10, 5 і 2

Як дізнатися, чи ділиться те чи інше натуральне число на 10? Досить легко. Треба лише глянути на його останню цифру. Якщо вона 0, то дане число на 10 ділиться. Якщо остання цифра числа не 0, то це число на 10 не ділиться. Два останні речення можна замінити одним, яке називають *ознакою подільності чисел на 10*.



**На 10 діляться всі ті і тільки ті числа,
які закінчуються цифрою 0.**

Користуючись цією ознакою, можна (не виконуючи ділення) відразу сказати, що числа 130, 3700, 4080 діляться на 10, а числа 83, 305, 1001 на 10 не діляться.

Ознаку подільності на 5 можна сформулювати так.

На 5 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються цифрою 5 або 0.



Наприклад, кожне з чисел 95, 375, 70, 4900 ділиться на 5, а жодне з чисел 37, 559, 5008 на 5 не ділиться. Переконайтеся в цьому, поділивши кожне з цих чисел на 5.

На 2 ділиться кожне натуральне число, яке закінчується цифрою 0, 2, 4, 6 або 8. Ці цифри називають *парними*. Тому *ознаку подільності на 2* можна сформулювати і так.

На 2 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються парною цифрою.



Приклади чисел, які діляться на 2:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 376, 11 108.

Числа, які діляться на 2, називають *парними*.

Цифри 1, 3, 5, 7, 9 називають *непарними*. Кожне натуральне число, яке закінчується непарною цифрою, – *непарне*. Непарне число не ділиться на 2. Залежно від подільності на 2 усі натуральні числа і нуль можна розбити на два класи: парні і непарні числа.

На координатному промені за кожним парним числом слідує непарне, а за кожним непарним – парне (мал. 2).



Мал. 2



Дізнайтеся більше

Парні і непарні числа розглядав давньогрецький учений Піфагор ще майже 25 століть тому. Вчені Стародавнього Китаю парні числа називали жіночими, а непарні – чоловічими.

Якщо у вираз $2n$ замість n підставляти числа 0, 1, 2, 3, 4, ..., то отримаємо *послідовність парних чисел*:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14,

Якщо у вираз $2n + 1$ підставляти 0, 1, 2, 3, 4, ..., то отримаємо *послідовність непарних чисел*:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13,

Кожна з цих послідовностей нескінченна.



Перевірте себе

1. Сформулюйте ознаку подільності на 10.
2. Які цифри називають парними, а які – непарними?
3. Сформулюйте ознаку подільності чисел на 2; на 5.
4. Які числа називають парними? Наведіть приклади.
5. Скільки є парних цифр і парних чисел?
6. Скільки є непарних цифр і непарних чисел?



Виконуємо разом

- ① Знайдіть найбільше парне трицифрове число.
 - Найбільше трицифрове число 999 – непарне. Йому передує парне число 998. Отже, найбільше парне трицифрове число 998.
- ② Скільки є непарних чисел, більших за 90 і менших за 100?
 - Такими є числа 91, 93, 95, 97 і 99. Отже, всього їх 5.
- ③ Покажіть, що сума двох непарних чисел – число парне.
 - Якщо числа a і b непарні, то $a = 2n + 1$ і $b = 2m + 1$, де n і m – деякі натуральні числа.
Тоді $a + b = 2n + 2m + 2 = 2(n + m + 1)$, а це число парне.



Усні вправи

48. Назвіть 5 найменших непарних чисел.
49. Назвіть 5 найменших парних чисел.
50. Назвіть 5 найменших чисел, які діляться на 5.
51. Яке твердження правильне:
 - а) якщо число ділиться на 10, то воно ділиться і на 2;
 - б) якщо число ділиться на 10, то воно ділиться і на 5;
 - в) якщо число ділиться на 2, то воно ділиться і на 10;
 - г) якщо число ділиться на 5, то воно ділиться і на 10?



Рівень А

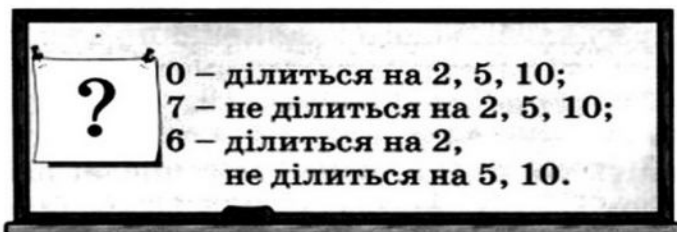
52. Які з чисел 35, 270, 3005, 9900, 600 080 діляться на 10? Випишіть числа, які не діляться на 10.
53. Запишіть усі двоцифрові числа, які діляться на 10.
54. Запишіть 5 найменших трицифрових чисел, які діляться на 10.
55. Запишіть 5 найбільших трицифрових чисел, які діляться на 10.
56. Знайдіть суму всіх двоцифрових чисел, які діляться на 10.
57. Які з чисел 5, 95, 130, 54, 108, 5551, 10 000 діляться на 5? Випишіть числа, які не діляться на 5.
58. Запишіть 5 найменших натуральних чисел, які діляться на 5.
59. Запишіть 5 найменших трицифрових чисел, які діляться на 5.
60. Скільки є двоцифрових чисел, які діляться на 5?
61. Які з чисел 7, 10, 39, 180, 10 005, 22 243 діляться на 2? Випишіть їх.
62. Які з чисел 9, 36, 45, 333, 47, 10 008 не діляться на 2? Знайдіть суму найбільшого і найменшого з них.
63. Запишіть усі парні натуральні числа, менші за 20.
64. Запишіть усі непарні натуральні числа, які не більші за 21.
65. Напишіть усі парні двоцифрові числа, що мають у записі цифру 7.
66. Знайдіть суму всіх парних одноцифрових чисел.
67. Знайдіть суму всіх непарних одноцифрових чисел.

68. Допишіть до числа 327 справа таку цифру, щоб утворене чотирицифрове число ділилося і на 2, і на 5. Чи ділиться це число на 10?
69. Покажіть на прикладах, що сума двох парних чисел – число парне.
70. Парним чи непарним числом є сума двох непарних чисел? Наведіть приклади.



Рівень Б

71. Яке твердження правильне:
- якщо число закінчується цифрою 0, то воно ділиться на 10;
 - якщо число ділиться на 10, то воно закінчується цифрою 0;
 - якщо остання цифра числа не 0, то воно не ділиться на 10;
 - якщо число не ділиться на 10, то його остання цифра не 0?
72. Запишіть найбільше число, всі цифри якого різні і яке не ділиться на 10.
73. Яке одноцифрове число треба додати до 592, щоб сума:
- ділилася на 10;
 - ділилася на 5, але не ділилася на 10?
74. Число a – парне. Яким є число $a + 1$?
75. Число a – непарне. Яким є число $a + 1$?
76. Чи правильно, що в послідовності натуральних чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ... за кожним непарним числом іде парне, а за кожним парним – непарне?
77. Діти грали в таку гру. П'ятикласник писав багатоцифрові числа і показував шестикласнику лише їх останні цифри, а той угадував, яке з них ділиться на 2, 5, 10, а яке не ділиться (мал. 3). Як він це робив?



Мал. 3

78*. Доведіть, що:

- а) сума двох парних чисел – число парне;
 б) сума двох чисел різної парності – число непарне;
 в) сума трьох непарних чисел – число непарне.



Вправи для повторення

79. Обчисліть:

- а) $37\,028 + 8672$; б) $65\,006 - 20\,379$;
 в) $383 \cdot 607$; г) $3003 : 39$.

80. У скільки разів сума чисел 894 і 892 більша за їх різницю?

81. Знайдіть 20 % від числа: а) 320; б) 20; в) 6,4; г) 0,5.

82. Розв'яжіть рівняння:

- а) $2x + 7 = 131$; б) $3x - 17 = 100$.

83. Знайдіть периметр квадрата, якщо його сторона дорівнює:

- а) 8 см; б) 3,5 дм; в) a км.

84. Учень прочитав 0,6 книжки, в якій 235 сторінок. Скільки сторінок йому залишилося прочитати?



Ознаки подільності на 3 і 9

Щоб дізнатися, ділиться число на 3 чи ні, знаходять його «суму цифр». Наприклад, сума цифр числа 21204 дорівнює 9, бо $2 + 1 + 2 + 0 + 4 = 9$. Виявляється, що коли сума цифр числа ділиться на 3, то й саме число ділиться на 3. Якщо ж сума цифр числа на 3 не ділиться, то й число не ділиться на 3. Це – *ознака подільності на 3*.

**На 3 діляться всі ті і тільки ті числа,
сума цифр яких ділиться на 3.**



Приклади. Сума цифр числа 31104 дорівнює 9, а 9 ділиться на 3, тому й число 31104 ділиться на 3. Сума цифр числа 5051 дорівнює 11, вона не ділиться на 3. Тому й число 5051 не ділиться на 3. Перевірте!

Аналогічно формулюється й *ознака подільності на 9*.



**На 9 діляться всі ті і тільки ті числа,
сума цифр яких ділиться на 9.**

Приклади. Число 5742 ділиться на 9, бо сума його цифр $5 + 7 + 4 + 2 = 18$, а 18 ділиться на 9. А число 5051 на 9 не ділиться, бо його сума цифр $5 + 0 + 5 + 1 = 11$, а 11 на 9 не ділиться.

Кожне число, яке ділиться на 9, називається *кратним числа 9*. Кожне число, яке ділиться на 3, називається *кратним числа 3*.

Взагалі, якщо одне число ділиться на друге, то перше називається *кратним другого*.

3, 6, 9, 12, 15, 18, ... – послідовність натуральних чисел, кратних 3. Таких чисел безліч. Найменше з них – число 3, найбільшого не існує.



Дізнайтеся більше

Якщо число a ділиться на p , то $a = p \cdot k$. Тоді й $ac = pc \cdot k$. Тут усі літери позначають натуральні числа. Отже, якщо один із множників ділиться на якесь число, то і добуток цих множників ділиться на те саме число.

Якщо кожне з чисел a і b ділиться на p , то $a = pk$ і $b = pt$, тому $a + b = pk + pt = p \cdot (k + t)$. Число $k + t$ натуральне, тому число $a + b$ також ділиться на p . Отже, якщо кожен із двох доданків ділиться на якесь число, то і їх сума ділиться на це число.

Про ознаки подільності на 4, 6, 7, 11, 13 читайте на с. 37.



Перевірте себе

1. Сформулюйте ознаку подільності чисел на 3.
2. Сформулюйте ознаку подільності чисел на 9.
3. Які числа називають кратними числа 3?
4. Які числа називають кратними числа 9?
5. Які числа називають кратними числа p ?



Виконуємо разом

① Яке твердження правильне:

- а) якщо число ділиться на 9, то воно ділиться і на 3;
 б) якщо число ділиться на 3, то воно ділиться і на 9?

• Якщо число ділиться на 9, то сума його цифр ділиться на 9. Ця сума ділиться і на 3. Тому перше твердження правильне.

Друге твердження неправильне. Наприклад, 30 ділиться на 3, але не ділиться на 9.

② Запишіть найбільше чотирицифрове число, яке кратне 3, але не кратне 9.

• Найбільше чотирицифрове число 9999. Воно ділиться і на 9, і на 3. Якщо це число зменшити на 3, то нове число 9996 буде кратне числу 3, але не кратне 9.



Усні вправи

85. Які з чисел 20, 21, 22, 23, 24, 25 діляться на 3?

86. Які з чисел 33, 44, 45, 46, 54, 64 діляться на 9?

87. Назвіть три числа, кратних числа 3.

88. Назвіть три числа, кратних числа 9.

89. Назвіть три числа, кратних числа 7.

90. Назвіть три числа, кратних числа 12.

91. Число 123 ділиться на 3 і не ділиться на 9. Чи правильно, що скільки б нулів або дев'яток не написати в кінці числа 123 або між його цифрами, то кожне з утворених у такий спосіб чисел також ділитиметься на 3 і не ділитиметься на 9?



Рівень А

92. Які з чисел 504, 735, 1002, 2037, 7236 діляться на 3?

93. Які з чисел 405, 738, 2001, 3333, 7704 діляться на 9?

94. Допишіть до числа 11 справа таку цифру, щоб отримане трицифрове число ділилося на 9.

95. Допишіть до числа 12 зліва таку цифру, щоб отримане трицифрове число ділилося на 9.

96. Яку цифру треба написати між цифрами числа 25, щоб отримане число ділилося на 9?

97. Чи правильно, що коли між цифрами числа 1827 написати довільну кількість нулів, то отримане число ділиться і на 3, і на 9?
98. Запишіть найменше трицифрове число, яке ділиться на 3.
99. Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться на 9.
100. Запишіть п'ять перших натуральних чисел, кратних 9.
101. Запишіть п'ять перших натуральних чисел:
а) кратних 5; б) кратних 10.
102. Знайдіть суму всіх одноцифрових чисел, кратних 3.
103. Знайдіть суму всіх чисел, які кратні 9 і менші за 20.
104. Яке найменше число треба додати до 247, щоб їх сума ділилася на 3?
105. Переставляючи цифри 1, 4 і 7, можна написати шість різних трицифрових чисел: 147, 174, 417, 471, 714, 741. Чи є серед них числа, кратні 3? А кратні 9?



Рівень Б

106. Переставляючи цифри 2, 3 і 4, можна написати шість різних трицифрових чисел. Доведіть, що кожне з них ділиться на 9.
107. Переставляючи цифри 1, 2, 3 і 4, можна написати багато різних чотирицифрових чисел. Доведіть, що жодне з них не ділиться на 3.
108. Доведіть, що коли кожен із двох доданків ділиться на 10, то й сума їх ділиться на 10.
109. Доведіть, що коли кожен із двох доданків ділиться на 5, то й сума їх ділиться на 5.
110. Доведіть, що коли один із двох доданків ділиться на 10, а другий не ділиться, то їх сума на 10 не ділиться.
111. Чи правильно, що коли число n натуральне, то значення виразу $3n$ кратне числа 3?
112. Заповніть таблицю.

| | | | | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $5n$ | | | | | | | | | | |

- Чи правильно, що всі числа другого рядка таблиці кратні 5?
113. Доведіть, що кожне число, записане трьома однаковими цифрами, ділиться на 3.
114. Чи може бути простим число, кратне 9? А кратне 10?

115. Запишіть найбільше трицифрове число, яке ділиться:
 а) на 2 і на 3; б) на 2 і на 9; в) на 2, 3 і 5.



Вправи для повторення

116. Знайдіть квадрат числа:
 а) 28; б) 34; в) 2,5; г) 0,21.
117. Знайдіть куб числа:
 а) 11; б) 12; в) 1,1; г) 0,12.
118. Обчисліть значення виразу:
 а) $8,45 - (459 : 9 - 49)$; б) $4^3 - 32 : (2^3 + 8)$.
119. Знайдіть число, 0,3 якого дорівнюють:
 а) 60; б) 3.
120. Знайдіть неповну частку і остачу від ділення числа 97 на 7.
121. На скільки добуток чисел 3,5 і 2,8 більший за їх суму?
122. Чотири дівчинки стояли по колу і розмовляли (мал. 4). Та дівчинка, що в зеленій сукні, не Віра і не Олеся. Вона стоїть між Марійкою і дівчинкою в блакитній сукні. А дівчинка в білій сукні стоїть між Олесею і дівчинкою в рожевій сукні. В яких сукнях Віра і Марійка?



Мал. 4

§ 4.

Розкладання чисел на прості множники

Які прості числа слід перемножити, щоб отримати 15? Неважко здогадатися, що такими є числа 3 і 5. Отже, $15 = 3 \cdot 5$. Таке представлення числа 15 називається його розкладом на прості множники.

Інші приклади:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 88 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11.$$

Кожне складене число можна розкласти на два чи більше прості множники.



Як це робити, покажемо на прикладі. Нехай треба розкласти на прості множники число 104. Пишемо це число і праворуч від нього проводимо вертикальну риску. За ознакою подільності з'ясуємо, що число 104 ділиться на 2 – найменше просте число. Пишемо за рисою число 2, а 52 – частку від ділення 104 на 2 – записуємо під числом 104. Потім те саме робимо з часткою 52 і з новою часткою 26. Поділивши 26 на його найменший дільник 2, дістанемо просте число 13. Його записуємо також праворуч від риски. 13 ділиться на 13. Частка дорівнює 1. На цьому процес визначення простих множників числа 104 закінчено. Усі вони записані праворуч від риски. Отже, $104 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$. Це і є розклад числа 104 на прості множники.

| | |
|-----|----|
| 104 | 2 |
| 52 | 2 |
| 26 | 2 |
| 13 | 13 |
| 1 | |

В окремих випадках розкладання числа на прості множники можна спростити. Наприклад, пам'ятаючи, що $9 = 3 \cdot 3$, а $10 = 2 \cdot 5$, число 9000 на прості множники можна розкласти так:

$$\begin{aligned}
 9000 &= \\
 &\downarrow \\
 &= 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = \\
 &\downarrow \\
 &= 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = \\
 &\downarrow \\
 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5.
 \end{aligned}$$

| | | |
|------|----|-------------|
| 9000 | 9 | $3 \cdot 3$ |
| 1000 | 10 | $2 \cdot 5$ |
| 100 | 10 | $2 \cdot 5$ |
| 10 | 10 | $2 \cdot 5$ |
| 1 | | |

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

Число 9000 розкладається на вісім простих множників. Кожен з них є дільником числа 9000. Взагалі, кожний із множників, на які розкладається число a , є дільником цього числа.

Різних простих дільників число 9000 має три: 2, 3 і 5. А різних натуральних дільників це число має дуже багато: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, ..., 4500, 9000.



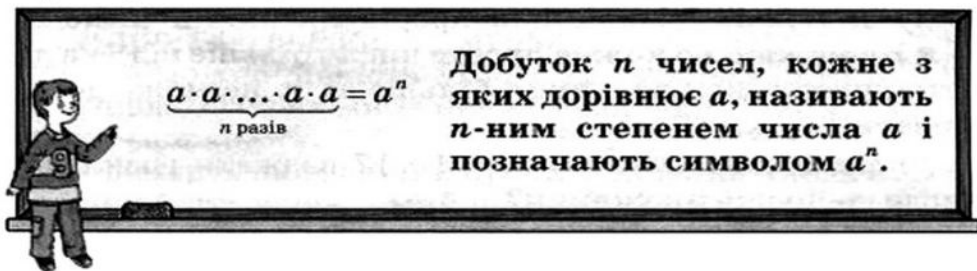
Дізнайтеся більше

Як ви вже знаєте, добуток aa називають *квадратом* числа a , а добуток aaa – *кубом* числа a і позначають відповідно a^2 і a^3 .

Подібно до цього

$$aaaa = a^4, aaaaaa = a^5, aaaaaaa = a^6.$$

Такі добутки рівних чисел називають відповідно четвертим, п'ятим, шостим степенями числа a .



$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a}_{n \text{ разів}} = a^n$

Добуток n чисел, кожне з яких дорівнює a , називають n -им степенем числа a і позначають символом a^n .

Тут a^n – ступінь, a – основа степеня, n – показник степеня.

Використовуючи поняття степеня, розклад числа на прості множники можна записати коротше:

$$104 = 2^3 \cdot 13, \quad 512 = 2^9, \quad 9000 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3.$$

Розкласти на прості множники порівняно неважко числа, які діляться на 2, 3, 5, 9 або 10. В інших випадках це буває зробити складно. Спробуйте, наприклад, розкласти на прості множники число 323. Спеціалісти, яким часто доводиться розкласти числа на множники, користуються спеціальними таблицями. Частину такої таблиці (для невеликих чисел, які не діляться на 2, 3 і 5) наведено на форзаці. Користуючись цією таблицею, можемо відразу написати: $323 = 17 \cdot 19$.



Перевірте себе

1. На які прості множники розкладається число 15?
2. Чи кожне складене число можна розкласти на прості множники?
3. На які прості множники розкладається число 100?
А 1000?
4. Скільки різних простих дільників має число 200?
А 2000?
5. Як найзручніше розкласти на прості множники число 7000?
6. Чи правильно розкладено число на прості множники:
а) $900 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9$; б) $47 = 1 \cdot 47$?



Виконуємо разом

① Чи можна розкласти на прості множники число 1?

• Не можна, бо кожне просте число більше від 1, а добуток чисел, кожне з яких більше за 1, не може дорівнювати 1.

② Чи можна рівність $17 = 1 \cdot 17$ вважати розкладом числа на прості множники?

• Не можна. Бо хоч у добутку $1 \cdot 17$ кожне з чисел – множник, але перший з них – число не просте.

③ Розкладіть на прості множники число 600.

$$\bullet 600 = 6 \cdot 100 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2.$$

④ Розкладіть на прості множники число 266.

• Число 266 ділиться на 2, тому $266 = 2 \cdot 133$.

Число 133 не ділиться на жодне з чисел 2, 3, 5. Немає його і в таблиці простих чисел. Тому звертаємося до таблиці розкладу чисел на прості множники: $133 = 7 \cdot 19$. Отже, $266 = 2 \cdot 7 \cdot 19$.

⑤ Яке найменше трицифрове число можна розкласти на два однакові прості множники?

• $7 \cdot 7 = 49$ – число не трицифрове, $11 \cdot 11 = 121$ – трицифрове. Отже, шукане число дорівнює 121.



Усні вправи

123. На які прості множники розкладається число 15?

124. Яке число розкладається на прості множники 2, 2 і 5?

125. Яке число розкладається на множники 25 і 28?

126. Знайдіть найменший простий дільник числа 40.

127. Число 101 – просте. Знайдіть його найбільший дільник.

128. Чи можна рівність $7 = 1 \cdot 7$ вважати розкладом числа 7 на множники? А на прості множники?

129. Чим відрізняється «розклад числа на множники» від «розкладу числа на прості множники»? Наведіть приклади.

130. Якому числу відповідає розклад на множники:

а) $2^3 \cdot 5$;

б) $2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$?



Рівень А

131. Розкладіть на прості множники число:

- а) 12; б) 36; в) 50; г) 105.

132. Розкладіть на прості множники число:

- а) 100; б) 500; в) 2500; г) 3780.

133. Чи можна рівність $1100 = 11 \cdot 100$ вважати розкладом числа 1100 на множники? Розкладіть число 1100 на прості множники.

134. Знайдіть найменший простий дільник числа 87.

135. Знайдіть найбільший простий дільник числа 484.

136. Знайдіть усі дільники числа: а) 8; б) 81; в) 162.

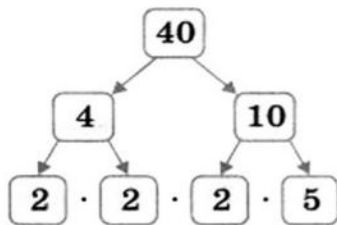
137. У скільки разів число, яке розкладається на множники 2, 3, 5 і 7, більше від числа, яке розкладається на множники 2, 3 і 5?

138. Розклад одного числа $3 \cdot 5 \cdot 11$, а другого $- 3 \cdot 5 \cdot 13$. На скільки перше число менше чи більше за друге?

139. Розклад числа 200 на прості множники можна записати так: $200 = 2^3 \cdot 5^2$. Запишіть подібним способом розклади чисел 100, 250, 270, 300, 500.

140. Розклад числа 40 на прості множники можна записати у вигляді схеми. Зобразіть подібною схемою розклад на прості множники числа:

- а) 24; б) 50; в) 80.



Рівень Б

141. Яке найбільше двоцифрове число розкладається на три однакові прості множники?

142. Яке двоцифрове число розкладається на два прості множники, різниця яких дорівнює 2?

143. На які числа ділиться добуток:

- а) $2 \cdot 5 \cdot 7$; б) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$?

144. Скільки різних дільників має квадрат простого числа?

145. Скільки різних дільників має куб простого числа?

146. Покажіть, що число 28 у два рази менше за суму всіх його дільників. Чи має таку властивість число 82?

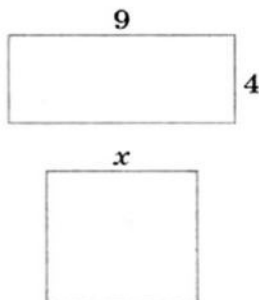
147*. Число, сума всіх дільників якого вдвічі більша за саме число, називається *досконалим*. Знайдіть найменше досконале число.

- 148*. Доведіть що число 496 – досконале.
 149. Замініть зірочки цифрами так, щоб рівність була правильною:
 а) $2 \cdot 9 \cdot * = *0$; б) $3 \cdot * \cdot 5 = 7*$;
 в) $2 \cdot * \cdot 7 \cdot 11 = 77*$; г) $3 \cdot 3 \cdot * = *3$.
 150. На яке одне й те саме число діляться 20 і 18? Яке найменше натуральне число ділиться на 20 і на 18?
 151*. Знайдіть суму всіх дільників числа $2^3 \cdot 3^2$.



Вправи для повторення

152. Скільки є натуральних чисел, менших за 107? А не більших за 107?
 153. Скільки є натуральних значень x таких, що $32 < x < 123$?
 154. На скільки сума квадратів чисел 2,5 і 1,5 менша за квадрат їх суми?
 155. Знайдіть два числа, сума яких дорівнює 94, а різниця – 32.
 156. Знайдіть два числа, сума яких дорівнює 64, а частка – 3.
 157. Квадрат і прямокутник мають рівні площі (мал. 5). Знайдіть периметр квадрата, якщо сторони прямокутника дорівнюють 4 м і 9 м.
 158. Поле прямокутної форми має площу 4 га, його довжина – 500 м. Яка ширина поля? (1 га = 10 000 м².)
 159*. Серед шести однакових старовинних монет одна фальшива, вона легша від інших. Як можна виявити її за допомогою двох зважувань, не маючи ніяких гир?



Мал. 5

§ 5.

Найбільший спільний дільник

Часто виникає потреба знаходити спільні дільники двох чи кількох чисел. Спробуємо знайти, наприклад, спільні дільники 30 і 45.

30 ділиться на: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30;

45 ділиться на: 1, 3, 5, 9, 15, 45.

§ 5. Найбільший спільний дільник

Числа 30 і 45 мають чотири спільні дільники: 1, 3, 5 і 15. Найбільше із цих чотирьох чисел – 15. Це – найбільший спільний дільник чисел 30 і 45.

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох чисел називається найбільше число, на яке ділиться кожне з даних чисел.



Знайдемо, наприклад, НСД (72, 84, 90). Розкладемо кожне із цих чисел на прості множники:

| | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|
| 72 | 2 | 84 | 2 | 90 | 2 |
| 36 | 2 | 42 | 2 | 45 | 3 |
| 18 | 2 | 21 | 3 | 15 | 3 |
| 9 | 3 | 7 | 7 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 1 | | 1 | |
| 1 | | | | | |

Бачимо, що числа 72, 84, 90 мають два спільні прості множники: 2 і 3. Перемноживши їх, дістанемо:

$$\text{НСД}(72, 84, 90) = 2 \cdot 3 = 6.$$

Щоб знайти найбільший спільний дільник кількох чисел, треба розкласти їх на прості множники і перемножити всі їхні спільні множники.



Знайдемо НСД (65, 32). Оскільки

$$65 = 5 \cdot 13, \quad 32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2,$$

то числа 65 і 32 мають лише один спільний дільник – число 1. Тому $\text{НСД}(65, 32) = 1$.

Два числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називаються *взаємно простими*.

Числа 65 і 32 взаємно прості.

Зауваження. Не плутайте *взаємно прості* числа з *простими*. Якесь число може бути простим, але не взаємно простим. (Взаємно – значить із якимось іншим.) Взаємно простими можуть бути і складені числа.



Дізнайтеся більше

Взаємно простими можуть бути не тільки два числа, а й три, і більше. Наприклад, числа 8, 9 і 25 – взаємно прості. Ці три числа не лише взаємно прості, а й *попарно взаємно прості*, бо кожені два з них – числа взаємно прості. А от числа 6, 8 і 9 – взаємно прості, але не попарно взаємно прості. Бо $\text{НСД}(6, 8) = 2$, $\text{НСД}(6, 9) = 3$.



Перевірте себе

1. Що таке найбільший спільний дільник двох чисел?
2. Як називаються числа, НСД яких дорівнює 1?
3. Які числа називаються взаємно простими?
4. Наведіть приклади двох чисел, НСД яких дорівнює 1.
5. Як можна знайти НСД кількох чисел?
6. Чим відрізняються поняття «прості числа» і «взаємно прості числа»?



Виконуємо разом

- ① Знайдіть НСД (72, 156).

• У розкладах чисел 72 і 156 на прості множники спільними є такі прості множники: 2, 2 і 3. Тому

$$\text{НСД}(72, 156) = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

- ② Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти із 6 волошок і 9 ромашок?

• Треба знайти найбільше число, на яке діляться 6 і 9, тобто найбільший спільний дільник цих чисел. $\text{НСД}(6, 9) = 3$. Отже, можна скласти 3 букети (мал. 6).

| | | |
|----|--|---|
| 72 | | 2 |
| 36 | | 2 |
| 18 | | 2 |
| 9 | | 3 |
| 3 | | 3 |
| 1 | | |

| | | |
|-----|--|----|
| 156 | | 2 |
| 78 | | 2 |
| 39 | | 3 |
| 13 | | 13 |
| 1 | | |



Мал. 6



Усні вправи

160. Чи є число 5 спільним дільником чисел 100 і 125? А найбільшим спільним дільником чисел 100 і 125?
161. Назвіть кілька чисел, взаємно простих із числом 6.
162. Назвіть кілька чисел, не взаємно простих із числом 8.
163. Знайдіть НСД чисел:
а) 2 і 8; б) 12 і 8; в) 32 і 8; г) 320 і 8.
164. Відомо, що $\text{НСД}(12, n) = 6$. Чи ділиться число n на 2, на 3, на 4, на 6, на 12?



Рівень А

165. Знайдіть усі спільні дільники чисел:
а) 30 і 40; б) 56 і 98; в) 154 і 165.
166. Знайдіть НСД чисел:
а) 30 і 70; б) 42 і 48; в) 120 і 160.
167. Обчисліть:
а) НСД (125, 400); б) НСД (96, 120);
в) НСД (396, 284); г) НСД (259, 280);
г) НСД (576, 324); д) НСД (133, 221).
168. Знайдіть НСД трьох чисел:
а) 26, 39 і 52; б) 27, 54 і 72; в) 16, 32 і 48.
169. Обчисліть:
а) НСД (42, 70, 97);
б) НСД (24, 30, 42, 48);
в) НСД (100, 101, 102, 103).
170. Дано розклади чисел на множники: $a = 2 \cdot 2 \cdot 11$,
 $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$, $c = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Знайдіть:
а) НСД (a, b); б) НСД (a, c);
в) НСД (b, c); г) НСД (a, b, c).
171. Дано розклади чисел на множники:
 $x = 2^3 \cdot 5^2$, $y = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$, $z = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$.
Знайдіть:
а) НСД (x, y); б) НСД (x, z);
в) НСД (y, z); г) НСД (x, y, z).
172. Чи правильно, що числа 23 і 45 взаємно прості? А числа 23 і 46? Відповідь обґрунтуйте.
173. Які з даних пар чисел взаємно прості:
а) 16 і 9; б) 18 і 81; в) 11 і 121?
174. Чи взаємно прості числа 1002 і 2001? А числа 1001 і 1010?



Рівень Б

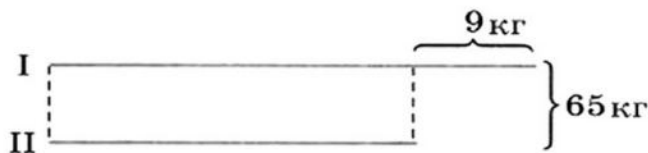
175. Число a ділиться на n . Чи можуть ці числа бути взаємно простими?
176. Число a ділиться на просте число p . Чи можуть ці числа бути взаємно простими?
177. Наведіть приклади чисел a, b, c таких, що $\text{НСД}(a, b) = 2$, $\text{НСД}(a, c) = 3$, $\text{НСД}(b, c) = 5$.
178. Числа a, b, c такі, що $\text{НСД}(a, b) = 2$, $\text{НСД}(b, c) = 3$. Знайдіть $\text{НСД}(a, b, c)$.
179. Доведіть, що числа 9, 10 і a взаємно прості, яким би не було натуральне число a .
180. Доведіть, що при будь-яких натуральних значеннях a і b числа 15, 22, a і b взаємно прості.
181. Скільки існує різних трицифрових чисел, записаних різними цифрами 4, 6 і 8? Знайдіть НСД усіх цих чисел.
182. Чи можуть бути взаємно простими будь-які два числа, записані парними цифрами?
183. У класі 30 учнів. Скількома рядами можна вишикувати учнів так, щоб у кожному ряду їх було порівну?
184. Колекціонер хоче розмістити 210 марок так, щоб у кожному ряду було однакове число марок. Скількома способами він може це зробити?
185. Аркуш паперу, довжина якого дорівнює 35 см, а ширина – 21 см, розрізали на найбільші з усіх можливих рівні квадрати. Скільки отримали квадратів?



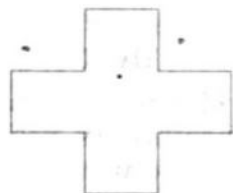
Вправи для повторення

186. Знайдіть 30 % від числа:
а) 400; б) 30; в) 1; г) 0,5.
187. Знайдіть число, 25 % якого становлять:
а) 1; б) 160; в) 0,7; г) 15,2.
188. Розв'яжіть рівняння:
а) $4x - 15 = 45$; б) $0,5x + 3 = 8,7$; в) $9,7 - 0,2x = 1$.
189. Знайдіть усі натуральні числа, які задовольняють умову:
а) $x < 9$; б) $34 < x < 41$; в) $2x < 26$.
190. Поїзд їде зі швидкістю 60 км/год. Скільки кілометрів він проїде за 2,5 год? За скільки хвилин він проїде 0,5 км?

191. У двох ящиках усього 65 кг яблук. Скільки яблук у кожному ящику, якщо в першому на 9 кг більше, ніж у другому? Розв'яжіть задачу, користуючись малюнком 7. 192*. На малюнку 8 зображена фігура, складена з п'яти рівних квадратів. Розріжте її на п'ять частин і складіть із них квадрат.



Мал. 7



Мал. 8

§ 6.

Найменше спільне кратне

Випишемо кілька натуральних чисел, які діляться на 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, ...

Кожне з цих чисел кратне числа 8. Будь-яке число, яке ділиться на n , називається кратним числа n . Нагадаємо, що йдеться тільки про натуральні числа і про ділення без остачі.

Числа, кратні 6, – це: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ...

Числа, кратні 4, – це: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ...

Спільними кратними чисел 6 і 4 є: 12, 24, 36 і безліч інших чисел. Найбільшого спільного кратного числа 6 і 4 не мають. А найменше є.

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох чисел називається таке найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел. НСК (6, 4) = 12.



Найменше спільне кратне двох чисел можна знайти, розклавши ці числа на прості множники. Знайдемо, наприклад, НСК (72, 90). Для цього розкладемо числа 72 і 90 на прості множники. Їх НСК має містити всі прості множники

числа 72 і всі прості множники числа 90. Отже, щоб знайти НСК (72, 90), треба прості множники числа 72 доповнити такими простими множниками числа 90, яких у розкладі числа 72 немає. У даному випадку треба до добутку $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ дописати множник 5. Маємо:

| | | | |
|----|---|----|---|
| 72 | 2 | 90 | 2 |
| 36 | 2 | 45 | 3 |
| 18 | 2 | 15 | 3 |
| 9 | 3 | 5 | 5 |
| 3 | 3 | 1 | |
| 1 | | | |

$$\text{НСК}(72, 90) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 72 \cdot 5 = 360.$$

Найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел дорівнює їх добутку. Наприклад, $\text{НСК}(5, 8) = 40$. Чому? А як знайти НСК трьох чисел?

Щоб знайти найменше спільне кратне чисел a , b і c , треба прості множники числа a доповнити такими простими множниками чисел b і c , яких в a немає, і перемножити їх.



Знайдемо, наприклад, НСК чисел 72, 90 і 80. Оскільки

$$\begin{aligned} 72 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3, \\ 90 &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5, \\ 80 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5, \end{aligned}$$

то $\text{НСК}(72, 90, 80) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 720$.



Дізнайтеся більше

Розглянемо приклад. Нехай $a = 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, а $b = 33 = 3 \cdot 11$. Їх добуток $ab = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11$. Такий самий добуток НСД(a, b) · НСК(a, b). Перевірте! Ця властивість правильна для будь-яких значень a і b . Добуток НСД і НСК двох натуральних чисел дорівнює добутку цих чисел. Завжди $\text{НСД}(a, b) \cdot \text{НСК}(a, b) = ab$.

Тому, щоб знайти найменше спільне кратне двох чисел, можна добуток цих чисел поділити на їхній найбільший спільний дільник.

З цього твердження випливають важливі наслідки:

1. Якщо $\text{НСД}(a, b) = 1$, то $\text{НСК}(a, b) = ab$.
2. Якщо число a ділиться на b , то $\text{НСК}(a, b) = a$.



Перевірте себе

1. Яке число називають кратним числа a ?
2. Скільки існує чисел, кратних числа 5? Чи є серед них найбільше?
3. Яке число називають спільним кратним чисел a і b ?
4. Скільки є спільних кратних чисел 2 і 3? Чи є серед них найбільше?
5. Що означає запис НСК (a, b)?
6. Сформулюйте означення НСК чисел a і b .
7. Як знайти НСК кількох чисел?



Виконуємо разом

① Знайдіть найбільше двоцифрове число, кратне чисел 2 і 7.

• Якщо число x кратне 2 і 7, то $x = 14n$, де n – число натуральне. Якщо $n = 8$, то $x = 112$ – не двоцифрове. Якщо $n = 7$, то $x = 98$.

Відповідь. 98.

② Під час тренування на стадіоні два велосипедисти стартували одночасно. Перший велосипедист долає повне коло за 75 с, а другий – за 100 с. Через який час спортсмени знову зустрінуться на старті?

• Шуканий інтервал часу має бути кратним чисел 75 і 100. Знайдемо НСК (75, 100).

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5, \quad 100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.$$

$$\text{НСК}(75, 100) = 100 \cdot 3 = 300. \quad 300 \text{ с} = 5 \text{ хв.}$$

Отже, через 5 хв велосипедисти знову зустрінуться на старті.



Усні вправи

193. Чи кожне число, яке кратне 6, кратне і 3? Чи кожне число, яке кратне 3, кратне і 6?

194. Яке найменше натуральне число кратне чисел 3 і 8? А чисел 3 і 9?

195. Обчисліть:

а) НСК (10, 15);

б) НСК (14, 7);

в) НСК (1, 47).

196. Знайдіть НСК чисел:

- а) 1, 3 і 5; б) 10, 20 і 30; в) 1, 2, 3 і 4.

197. Число a ділиться на b . Чому дорівнює НСК (a, b)?

198. Чому дорівнює НСК (a, b), якщо a і b – взаємно прості числа?

199. Знаючи, що $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, знайдіть:

- а) НСК (13, 1001) і НСД (13, 1001);
б) НСК (77, 13) і НСД (77, 13);
в) НСК (1001, 7, 11, 13) і НСД (1001, 7, 11, 13).



Рівень А

200. Напишіть п'ять чисел, кратних:

- а) числа 7; б) числа 9; в) числа 15.

201. Знайдіть НСК чисел:

- а) 50 і 70; б) 120 і 180; в) 370 і 740.

202. Обчисліть:

- а) НСК (90, 145); б) НСК (60, 420);
в) НСК (52, 102); г) НСК (66, 385).

203. На скільки НСК (80, 100) менше за НСК (7, 100)?

204. На скільки НСК (30, 36) більше за НСД (30, 36)?

205. У скільки разів НСК (72, 88) більше за НСД (72, 88)?

206. Обчисліть:

- а) НСК (2, 3, 16); б) НСК (2, 5, 17).



Рівень Б

207. Дано числа $a = 2^3 \cdot 5^2$, $b = 3^2 \cdot 5$ і $c = 2 \cdot 3^2$. Обчисліть:

- а) НСК (a, b); б) НСК (a, c); в) НСК (a, b, c).

208. За якої умови НСК (a, b) = НСД (a, b)?

209. Обчисліть:

- а) НСК (124, 648); б) НСК (936, 748);
в) НСК (320, 360, 720); г) НСК (132, 198, 275).

210. Порівняйте:

- а) НСК (936, 1404) і НСК (936, 748);
б) НСК (124, 648) і НСК (648, 972).

211. Яке найменше трицифрове число кратне 5 і 13?

212. Знайдіть найменше трицифрове число, кратне чисел 2, 3 і 5.

213. Знайдіть довжину дроту, якщо відомо, що вона менша за 4 м і що весь дріт можна без остачі розрізати на шматки по 2 дм, по 3 дм і по 5 дм.

214. Скільки існує різних пар натуральних чисел, НСК яких дорівнює 6? Запишіть їх.

215. Скільки існує різних пар натуральних чисел, НСК яких дорівнює 30?

216. Покажіть на прикладах, що які б не були натуральні числа a і b , завжди $\text{НСК}(a, b) \cdot \text{НСД}(a, b) = ab$.

217. Скільки у класі учнів, якщо їх можна вишикувати в шеренги по 2, по 3 і по 5 учнів?

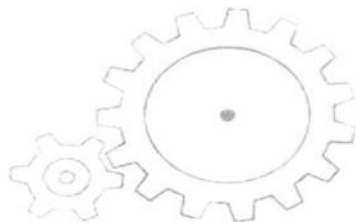
218. Чи правильно, що:

а) кожне число, кратне 3 і 5, дорівнює $15n$, де n – деяке натуральне число;

б) кожне спільне кратне чисел 6 і 8 дорівнює $48n$, де n – деяке натуральне число?

219*. Одна з двох з'єднаних шестерень має 6 зубців, а друга – 15

(мал. 9). Скільки обертів має зробити менша шестірня, щоб їх зубці повернулися в початкове положення?



Мал. 9



Вправи для повторення

220. Обчисліть:

а) $4,25 - 3,7(2,6 - 1,1)$; б) $3,2^2 - (0,1^2 + 2,3^2)$;

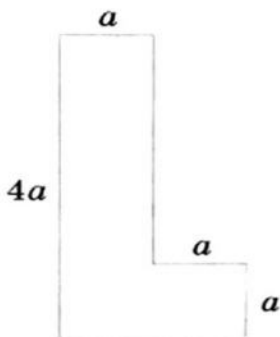
в) $4 - \left(\frac{2}{3} + 2\right) + \left(2 - \frac{2}{3}\right)$; г) $2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4}$.

221. Обчисліть периметр і площу фігури, зображеної на малюнку 10, якщо $a = 3,5$ см.

222. Яке з чисел більше: 0,3 чи $\frac{3}{8}$? Чому?

223. На скільки сума чисел $\frac{7}{8}$ і $\frac{3}{8}$ більша за їх різницю?

224. Знайдіть міри кутів трикутника, якщо один з них прямий, а другий становить



Мал. 10

половину третього (згадайте, що сума кутів кожного трикутника дорівнює 180°).

225. Знайдіть кути трикутника, якщо один із них дорівнює 60° , а другий – на 20° більший від третього.



Самостійна робота 1

Варіант 1

- 1°. Випишіть усі прості числа, які більші за 10 і менші за 20.
- 2°. Розкладіть на прості множники число 420.
- 3°. Знайдіть НСД (42, 56) і НСК (42, 56).
- 4°. Знайдіть таке значення x , що $25 < x < 35$ і яке є спільним дільником чисел 52 і 78.
- 5°. Яке найбільше двоцифрове число ділиться на 13?
- 6°. Знайдіть суму всіх дільників числа 30.

Варіант 2

- 1°. Випишіть усі прості числа, які більші за 20 і менші за 30.
- 2°. Розкладіть на прості множники число 280.
- 3°. Знайдіть НСД (28, 42) і НСК (28, 42).
- 4°. Знайдіть таке значення x , що $10 < x < 25$ і яке є спільним дільником чисел 52 і 39.
- 5°. Яке найменше трицифрове число ділиться на 13?
- 6°. Знайдіть суму всіх дільників числа 70.

Варіант 3

- 1°. Випишіть усі прості числа, які більші за 30 і менші за 40.
- 2°. Розкладіть на прості множники число 540.
- 3°. Знайдіть НСД (88, 121, 484) і НСК (88, 121, 484).
- 4°. Знайдіть такі значення x , що $100 < x < 200$ і які кратні чисел 9 і 21.
- 5°. Яке найменше трицифрове число ділиться на 17?
- 6°. Знайдіть суму всіх дільників числа 60.

Варіант 4

- 1°. Випишіть усі складені числа, які більші за 40 і менші за 50.
- 2°. Розкладіть на прості множники число 2200.
- 3°. На скільки НСК (42, 56, 70) більше за НСД (42, 56, 70)?
- 4°. Знайдіть такі значення x , що $90 < x < 190$ і які кратні чисел 8 і 14.

- 5*. Яке найменше чотирицифрове число взаємно просте з числом 42?
- 6**. Знайдіть суму всіх дільників числа 50.



Готуємося
до тематичного контролю



Запитання для самоперевірки

1. Що означає поділити одне число на інше?
2. Що таке дільник числа?
3. Які числа називають простими?
4. Які числа називають складеними?
5. Сформулюйте ознаки подільності на 2, 5 і 10.
6. Сформулюйте ознаки подільності на 3 і 9.
7. Перелічіть парні цифри; непарні цифри.
8. Які числа називають парними, а які – непарними?
9. Скільки існує парних цифр і скільки парних чисел?
10. Що таке розклад числа на прості множники?
11. Що називають НСД кількох чисел?
12. Як знайти НСД кількох чисел?
13. Які числа називають взаємно простими?
14. Коли кажуть, що одне число кратне другому?
15. Що називають НСК кількох чисел?
16. Як знайти найменше спільне кратне трьох чисел?
17. Чому дорівнює НСД і НСК двох взаємно простих чисел?

Завдання в тестовій формі

1. У якій парі перше число є дільником другого?
а) 3 і 13; б) 7 і 39; в) 6 і 42; г) 11 і 111.
2. На які з чисел ділиться число 140?
а) на 3 і 4; б) на 3 і 5; в) на 4 і 5; г) на 3, 4 і 5.
3. Скільки дільників має число 17?
а) один; б) два; в) три; г) сім.
4. Який найменший простий дільник має число 91?
а) 1; б) 9; в) 7; г) 13.
5. Яку цифру слід записати замість зірочки у числі $3*4$, щоб одержане число ділилося на 9?
а) 1; б) 2; в) 3; г) 9.

6. Які з чисел взаємно прості?

- а) 18 і 12; б) 26 і 21; в) 15 і 27; г) 14 і 49.

7. Яке найменше трицифрове число кратне чисел 7 і 11?

- а) 117; б) 171; в) 154; г) 145.

8. Скільки в колоні спортсменів, якщо їх можна вишикувати в шеренги по 5, 6 і 7 спортсменів?

- а) 567; б) 210; в) 256; г) 120.

9. Яке число є найбільшим спільним дільником чисел 60 і 45?

- а) 12; б) 5; в) 6; г) 15.

10. Яке число є найменшим спільним кратним чисел 12 і 15?

- а) 50; б) 20; в) 60; г) 52.

Типові задачі

1°. З поданих нижче чисел

39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50

випишіть:

- а) прості; б) парні;
в) кратні 5; г) які діляться на 3.

2°. Випишіть усі непарні числа першого десятка. Знайдіть їх суму.

3°. Розкладіть на прості множники число:

- а) 210; б) 1260.

4°. Обчисліть:

- а) НСД (72, 88); б) НСК (72, 88).

5°. Обчисліть НСК (175, 280) – НСД (175, 280).

6°. Дано числа $a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4$, $b = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$, $c = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^4$.

Обчисліть:

- а) НСК (a, b, c); б) НСД (a, b, c).

7°. За допомогою цифр 0, 1 і 2 запишіть усі трицифрові числа, які діляться на 2.

8°. Замініть зірочки цифрами, щоб рівність була правильною:

- а) $3 \cdot 4^* = **0$; б) $5 \cdot 9 \cdot * = *0$.

9°. Яку найбільшу кількість однакових новорічних подарунків можна зробити з 320 горіхів, 280 шоколадок і 200 мандаринок?

10°. Випишіть усі різні пари натуральних чисел, НСК яких дорівнює 10.



Історичні відомості

Ділення натуральних чисел деякі вчені стародавнього світу вміли виконувати ще кілька тисячоліть тому. Ця математична дія тоді вважалася найважчою, бо люди не знали сучасних правил ділення, та й числа записували не так, як записують тепер. Спробуйте, наприклад, поділити число \overline{T} на \overline{K} або \overline{CLIV} на \overline{XIV} . Колись ділили одне число на інше, використовуючи камінці або кісточки слив та ін.

Ознаки подільності на 2 і на 9 давньогрецькі математики знали ще в III ст. до н. е. Тільки формулювали їх не так, як тепер. Здавна відомі й інші ознаки подільності.

На 4 діляться всі ті і тільки ті числа, в яких дві останні цифри виражають число, яке ділиться на 4.

На 6 діляться всі ті і тільки ті числа, які діляться і на 2, і на 3.

Цікава ознака подільності на 7, 11 і 13. Нехай є якесь число, наприклад 1 057 958. Відокремивши три останні цифри, розіб'ємо його на два менші: 1057 і 958. Якщо різниця утворених у такий спосіб чисел ділиться на 7, 11 чи 13, то й дане число ділиться відповідно на 7, 11 чи 13. Оскільки різниця 1057 – 958 дорівнює 99, а 99 ділиться на 11 і не ділиться на 7 і 13, то й дане число 1 057 958 ділиться на 11, але на 7 і на 13 не ділиться. Перевірте!

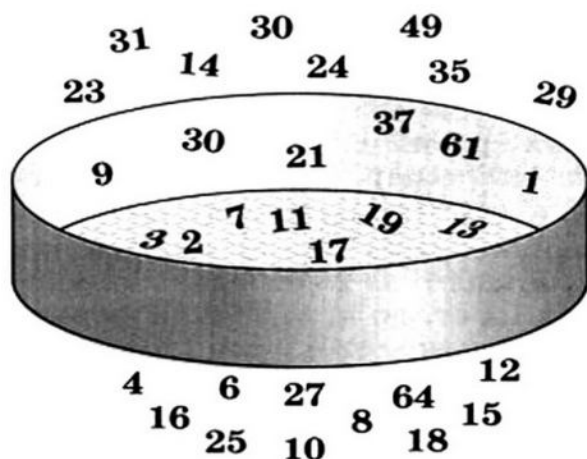
Прості числа були відомі ще в VI ст. до н. е. Евклід у III ст. до н. е. довів, що множина простих чисел нескінченна, тобто послідовність

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ...

не має кінця.

Цікавий спосіб складання таблиць простих чисел запропонував у III ст. до н. е. Ератосфен. Виписавши підряд усі натуральні числа від 2 до якогось n , він залишав число 2 і викреслював після нього всі числа через одне (тобто 4, 6, 8, ...); залишав число 3 і викреслював після нього всі числа через два (тобто 6, 9, 12, ...); залишав число 5 і викреслював після нього всі числа через чотири (тобто 10, 15, 20, ...) і т. д. При цьому деякі числа викреслювалися два чи й більше разів. Усі не викреслені числа – прості. Ератосфен писав на дошці, покритій воском, і не викреслював числа, а проколював. Після того його дошка ставала схожою на решето.

Відсіювання складених чисел образно показано на малюнку 11.



Мал. 11

Тому такий спосіб складання таблиць простих чисел назвали «решетом Ератосфена». Нижче показано, як за допомогою «решета Ератосфена» можна скласти таблицю простих чисел, менших за 40.

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

Розкласти числа на прості множники давньогрецькі математики вміли ще в VI ст. до н. е. Цікавий спосіб знаходження НСД запропонував Евклід. Нехай, наприклад, треба знайти НСД (517, 141). Для цього ділимо більше число на менше, менше – на одержану першу остачу, першу остачу – на другу і т. д. Остання відмінна від 0 остача – шуканий НСД.

$$\begin{array}{r}
 517 \overline{) 141} \\
 \underline{423} \quad 3 \\
 141 \overline{) 94} \\
 \underline{94} \\
 94 \overline{) 47} \\
 \underline{94} \quad 2 \\
 0
 \end{array}$$

У даному прикладі НСД (517, 141) = 47. Математики й тепер часто використовують цей спосіб, його називають *алгоритмом Евкліда*.



Головне в розділі 1

Якщо числа a і b натуральні і a ділиться на b без остачі, то кажуть, що b – **дільник числа a** , а a – **кратне числа b** . Наприклад, число 9 має три дільники: 1, 3 і 9. Кратних числа 9 безліч: 9, 18, 27, ...

Кожне число ділиться на 1 і саме на себе. Якщо число ділиться тільки на 1 і саме на себе, його називають **простим**. Якщо число має більше ніж два дільники, його називають **складеним**. Число 1 має тільки один дільник, воно – ні просте, ні складене.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ... – **послідовність простих чисел**. Простих чисел безліч.

На 2 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються парною цифрою. Парні цифри: 0, 2, 4, 6 і 8. Усі інші цифри (1, 3, 5, 7, 9) – непарні. Числа, які діляться на 2, називаються **парними**, а які не діляться на 2 – **непарними**.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... – послідовність непарних чисел;

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... – послідовність парних чисел.

На 5 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються цифрою 5 або 0.

На 10 діляться всі ті і тільки ті числа, які закінчуються нулем.

На 3 діляться всі ті і тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 3.

На 9 діляться всі ті і тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 9.

Якщо кожний із доданків ділиться на деяке число, то їх сума ділиться на це число. Якщо хоч один із множників ділиться на якесь число, то і весь добуток ділиться на це число.

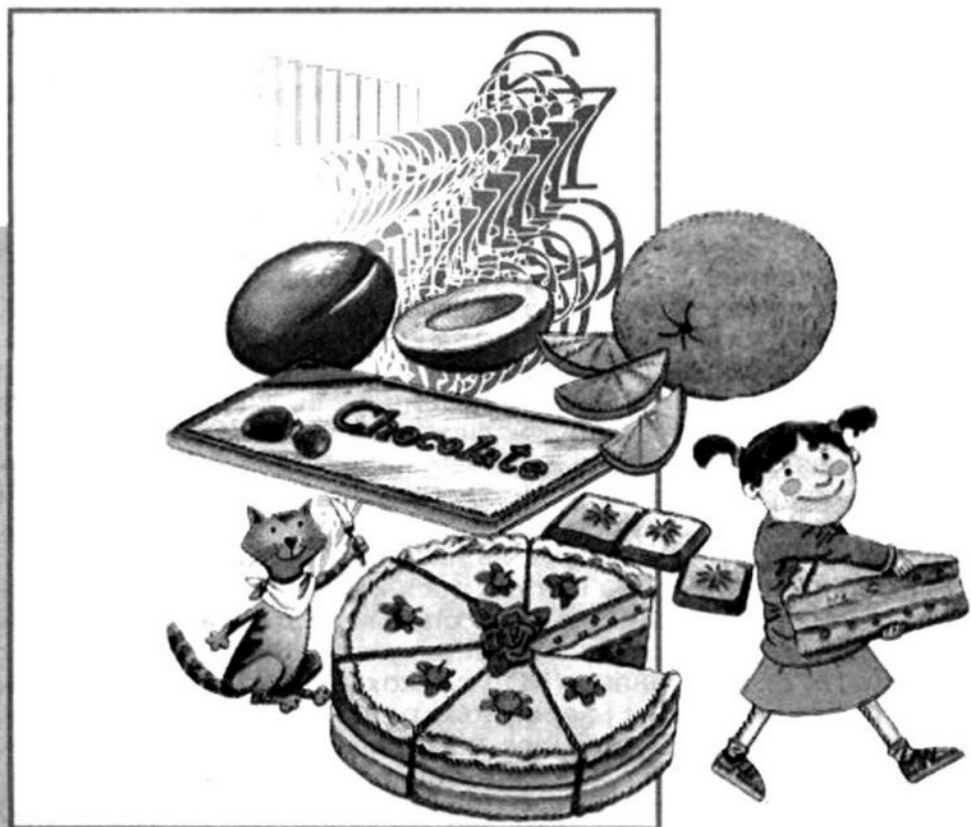
Кожне складене число дорівнює добутку кількох простих чисел. Розкласти число на прості множники – це означає подати його у вигляді добутку простих чисел. Наприклад, $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ – розклад на прості множники числа 300.

Найбільше число, на яке ділиться кожне з кількох даних чисел, називається **найбільшим спільним дільником** цих чисел. Найбільший спільний дільник чисел a , b , c позначають: НСД (a , b , c). Щоб знайти НСД кількох чисел, треба розкласти їх на прості множники і перемножити всі їхні спільні множники. Два числа, НСД яких дорівнює 1, називають взаємно простими. Наприклад, числа 15 і 32 – взаємно прості, бо НСД (15, 32) = 1.

Найменшим спільним кратним кількох чисел (коротко – НСК) називають найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел. Наприклад, числа 5 і 6 мають безліч спільних кратних: 30, 60, 90, 120, Найменше з них число 30. Тому НСК (5, 6) = 30. Щоб знайти НСК чисел a , b , c , досить розкласти на прості множники числа a доповнити такими простими множниками чисел b і c , які відсутні в розкладі числа a , і перемножити їх.



Звичайні дробби



Немає науки, не пов'язаної з математикою.

Л. Ейлер

У цьому розділі розглядаються звичайні дроби. Ви вже дещо знаєте про них. У 5 класі додавали і віднімали такі дроби, правда – тільки якщо вони мали однакові знаменники. Тепер навчимося додавати, віднімати, множити і ділити будь-які звичайні дроби, а також використовувати їх для розв'язування деяких видів задач. Коротко основний зміст розділу виглядає так.

- Основна властивість дробу.
- Скорочення дробів.
- Зведення дробів до спільного знаменника.
- Додавання і віднімання дробів.
- Множення і ділення дробів.
- Задачі на множення і ділення дробів.
- Перетворення звичайних дробів у десяткові.

Усі ці теми дуже важливі, без їх знання не можна продовжувати вивчення математики.

§ 7.

Звичайні дроби з рівними знаменниками

Повторимо найважливіші відомості про звичайні дроби, які розглядалися в попередніх класах.

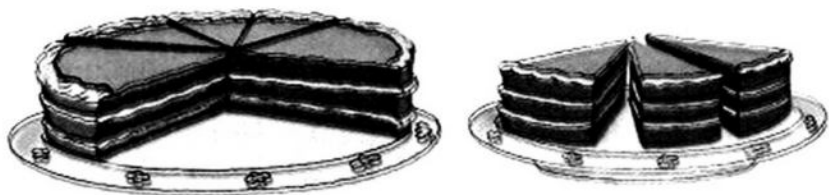
Крім натуральних чисел існують також числа дробові. Записувати їх можна за допомогою звичайних або десяткових дробів.

Звичайний дріб – це запис виду $\frac{a}{b}$, де a і b – натуральні числа. У такому дробі число a називається *чисельником*, а b – *знаменником*.



Знаменник показує, на скільки рівних частин поділено одиницю (щось одне ціле), а **чисельник** – скільки таких частин взято.

Наприклад, якщо торт поділити на 8 рівних частин і на тарілку покласти 3 такі частини, то на тарілці буде $\frac{3}{8}$ торта (мал. 12).



Мал. 12

Риска, яка відокремлює чисельник від знаменника, називається *дробовою рисою*. Чисельник і знаменник називають *членами дроби*.

Якщо знаменники двох дробів рівні, то більший із них той дріб, у якого чисельник більший. Наприклад,

$$\frac{5}{8} > \frac{2}{8}, \quad \frac{12}{11} > \frac{10}{11}.$$

Сума дробів з рівними знаменниками дорівнює дробу, в якого знаменник той самий, а чисельник дорівнює сумі чисельників даних дробів. Тобто завжди $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Наприклад, $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

Різниця дробів з рівними знаменниками дорівнює дробу, в якого знаменник той самий, а чисельник дорівнює різниці чисельників даних дробів. Тобто завжди $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$.

Наприклад, $\frac{43}{50} - \frac{34}{50} = \frac{9}{50}$.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c},$$

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5+1}{8} = \frac{6}{8}.$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c},$$

$$\frac{13}{77} - \frac{12}{77} = \frac{13-12}{77} = \frac{1}{77}.$$

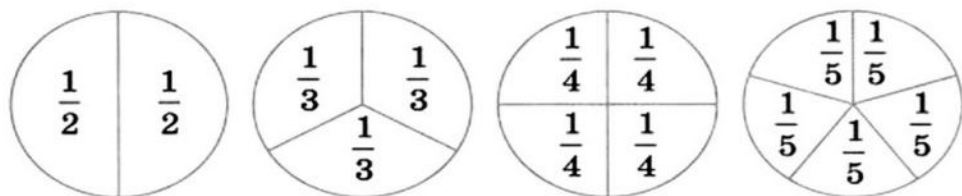


§ 7. Звичайні дроби з рівними знаменниками

Звичайний дріб називають *правильним*, якщо його чисельник менший від знаменника. Якщо ж чисельник більший від знаменника або дорівнює знаменнику, то такий дріб називають *неправильним*. Наприклад, дріб $\frac{7}{9}$ –

правильний, а дроби $\frac{8}{5}$ і $\frac{6}{6}$ – неправильні. Значення кожного правильного дроби менше за 1. Якщо чисельник дорівнює знаменнику, то значення такого дроби дорівнює 1.

Наприклад, $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = 1$ (мал. 13).



Мал. 13

Якщо чисельник більший від знаменника, то з такого дроби можна виділити цілу частину:

$$\frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

Кожний десятковий дріб можна записати у вигляді звичайного:

$$0,3 = \frac{3}{10}; \quad 0,76 = \frac{76}{100}; \quad 4,7 = \frac{47}{10}.$$

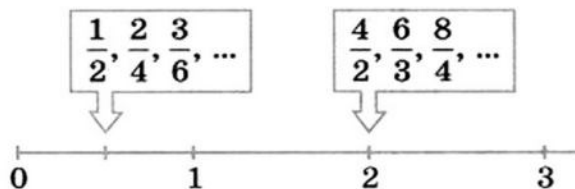


Дізнайтеся більше

Бажано розрізнити *дроби* і *дробові числа*. Вам уже відомі натуральні числа і дроби. Жодне натуральне число не вважається дробовим, а жодне дробове – натуральним. А дроби – це спеціальні символи, якими позначають як дробові числа, так і натуральні. Наприклад, дроби $\frac{2}{2}, \frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{8}{2}$ позначають натуральні числа 1, 2, 3, 4.

Зверніть увагу на те, що одне й те саме натуральне чи дробове число можна записати багатьма різними дробами.

Наприклад, різні дроби $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ позначають одне і те саме число: половину. На координатному промені кожній точці відповідає єдине число, а записувати його можна багатьма різними дробами (мал. 14).



Мал. 14



Перевірте себе

1. Які бувають числа?
2. Як можна записувати дробові числа?
3. Що таке звичайний дріб?
4. Як називають члени звичайного дробу?
5. Що показує знаменник дробу? А чисельник?
6. Як додають дроби з рівними знаменниками?
7. Як віднімають дроби з рівними знаменниками?



Виконуємо разом

- ① Порівняйте числа: а) $\frac{3}{10}$ і 0,5; б) $\frac{17}{100}$ і 0,17.

• а) $0,5 = \frac{5}{10}$, $\frac{3}{10} < \frac{5}{10}$, тому $\frac{3}{10} < 0,5$;

б) $\frac{17}{100} = 0,17$, тому дані числа рівні.

- ② Обчисліть значення: а) $0,7 + \frac{1}{10}$; б) $3,15 - 1\frac{7}{100}$.

• а) $0,7 + \frac{1}{10} = 0,7 + 0,1 = 0,8$;

б) $3,15 - 1\frac{7}{100} = 3,15 - 1,07 = 2,08$.



Усні вправи

226. Назвіть чисельник і знаменник дробу:

$$\frac{3}{7}; \frac{4}{25}; \frac{43}{15}.$$

227. Яке з чисел більше:

$$\text{а) } \frac{3}{5} \text{ чи } \frac{2}{5}; \quad \text{б) } \frac{7}{18} \text{ чи } \frac{6}{18}; \quad \text{в) } \frac{12}{7} \text{ чи } \frac{15}{7}?$$

228. Виконайте додавання:

$$\text{а) } \frac{2}{7} + \frac{3}{7}; \quad \text{б) } \frac{4}{9} + \frac{1}{9}; \quad \text{в) } \frac{17}{10} + \frac{3}{10}.$$

229. Виконайте віднімання:

$$\text{а) } \frac{3}{5} - \frac{2}{5}; \quad \text{б) } \frac{4}{9} - \frac{2}{9}; \quad \text{в) } \frac{10}{17} - \frac{7}{17}.$$

230. Які з дробів правильні, які неправильні:

$$\frac{2}{7}; \frac{7}{5}; \frac{9}{9}; \frac{13}{15}; \frac{18}{13}; \frac{30}{47}; \frac{43}{43}; \frac{105}{103}; \frac{103}{105}?$$

231. Значення яких дробів менші за 1:

$$\frac{4}{5}; \frac{7}{3}; \frac{5}{9}; \frac{12}{11}; \frac{11}{12}; \frac{31}{41}; \frac{59}{95}; \frac{207}{307}; \frac{702}{703}?$$

232. Значення яких дробів більші за 1:

$$\frac{6}{5}; \frac{4}{7}; \frac{3}{8}; \frac{14}{13}; \frac{20}{3}; \frac{3}{20}; \frac{57}{35}; \frac{110}{120}; \frac{210}{120}?$$

233. Значення яких дробів дорівнюють 1:

$$\frac{7}{8}; \frac{4}{4}; \frac{10}{10}; \frac{11}{10}; \frac{33}{3}; \frac{17}{17}; \frac{107}{107}; \frac{1023}{1024}; \frac{1257}{1257}?$$



Рівень А

Обчисліть значення виразів (234–237).

$$234. \text{ а) } \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{3}; \quad \text{б) } \frac{7}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12}.$$

$$235. \text{ а) } \frac{2}{5} + \frac{4}{5} - \frac{3}{5}; \quad \text{б) } \frac{5}{8} + \frac{3}{8} - \frac{6}{8}.$$

$$236. \text{ а) } \frac{5}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9}; \quad \text{б) } \frac{7}{12} - \frac{1}{12} + \frac{5}{12}.$$

$$237. \text{ а) } \frac{8}{13} - \frac{4}{13} + \frac{2}{13} - \frac{1}{13}; \quad \text{б) } \frac{6}{11} + \frac{5}{11} - \frac{4}{11} - \frac{5}{11}.$$

238. Запишіть у вигляді звичайного дробу число:
0,3; 0,23; 0,08; 0,13.

239. Порівняйте числа:

а) $\frac{8}{10}$ і 0,3; б) $\frac{2}{10}$ і 0,15; в) 0,07 і $\frac{7}{10}$; г) 1,2 і $\frac{12}{10}$.



Рівень Б

Обчисліть значення виразів (240–242).

240. а) $0,5 + \frac{3}{10}$; б) $\frac{7}{100} + 0,12$; в) $2,77 + \frac{23}{100}$.

241. а) $0,8 - \frac{7}{10}$; б) $\frac{43}{100} - 0,27$; в) $3,89 - \frac{19}{100}$.

242. а) $1,3 + \frac{3}{10}$; б) $2,7 - \frac{7}{10}$; в) $2,3 - \frac{23}{100}$.

243. Запишіть число 1 у вигляді дробу зі знаменником:
2; 3; 4; 5; 6.

244. Скільки існує різних звичайних дробів, членами яких є числа 2, 3, 5 і 6? Скільки серед них правильних дробів, скільки неправильних?

245. Запишіть усі мішані числа, членами яких є числа 2, 3, 5 і 6.

246. Замість зірочки поставте один із знаків «>», «<» або «=»:

а) $\frac{3}{8} * 1$; б) $\frac{9}{8} * 1$; в) $\frac{1}{12} < 1$;

г) $1 < \frac{15}{12}$; д) $1 * \frac{17}{17}$; е) $\frac{8}{2} * 3$.



Вправи для повторення

247. 87,6 кг цукру висипали у дві торбини так, що в другій виявилось удвічі більше цукру, ніж у першій. На скільки кілограмів цукру в другій торбині більше, ніж у першій?

248. Трубу завдовжки 12,3 м розрізали на дві частини так, що перша стала на 4,1 м довшою за другу. У скільки разів перша частина труби довша за другу?

249. Знайдіть 0,2 від:

а) 35 км; б) 42 кг; в) 50 л; г) 2 га.

250. Знайдіть 30 % від:

- а) 40 м; б) 600 г; в) 10 год.

251. а) У скільки разів 60 % числа x більші за 20 % числа x ?

б) На скільки 60 % числа 85 більші за 30 % цього числа?

252. Одна сторона прямокутника дорівнює 48 см, а друга – на 50 % довша. Знайдіть периметр і площу прямокутника.

253*. Фігуру, що має форму вази (мал. 15), розріжте на три частини, з яких можна скласти квадрат.



Мал. 15

§ 8.

Основна властивість дробу

Поділимо число 3 на 10. Дістанемо 0,3, або $\frac{3}{10}$.

Отже, $3 : 10 = \frac{3}{10}$. Так само, поділивши 28 на 100, діста-

немо $\frac{28}{100}$. Завжди $a : b = \frac{a}{b}$, або інакше $\frac{a}{b} = a : b$.

Кожний звичайний дріб – це частка від ділення його чисельника на знаменник. Наприклад,

$$\frac{2}{3} = 2 : 3; \quad \frac{5}{7} = 5 : 7; \quad \frac{125}{83} = 125 : 83.$$

Дробова риска – це інше позначення знака ділення.

Пригадайте основну властивість ділення. Частка не зміниться, якщо ділене і дільник помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

Наприклад, $10 : 2 = 5$, і $20 : 4 = 5$, і $30 : 6 = 5$. Основна властивість ділення справедлива і тоді, коли ділення позначають дробовою рискою.

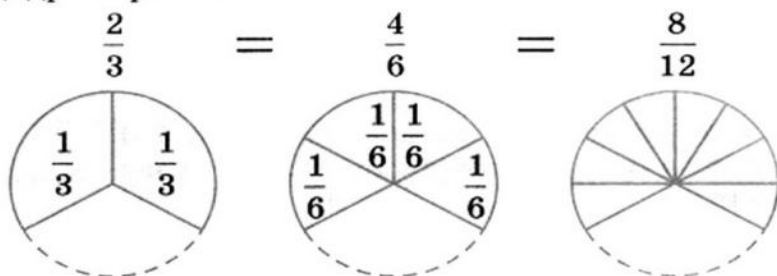


Значення дробу не зміниться, якщо його чисельник і знаменник помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.

Це – основна властивість дробу.

Помножимо, наприклад, чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{3}$ на 2 і на 4. Отримаємо дроби $\frac{4}{6}$ і $\frac{8}{12}$ (мал. 16).

Усі ці дроби мають одне й те саме значення. Кажуть, що ці дроби рівні.

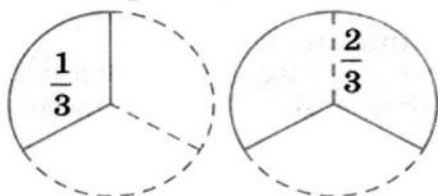


Мал. 16

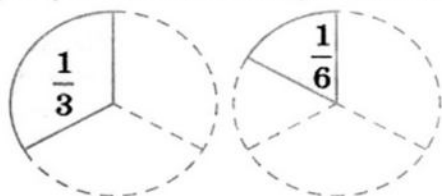


Дізнайтеся більше

Розгляньте будь-який дріб, наприклад $\frac{1}{3}$. Якщо його чисельник помножити на 2, то значення дробу збільшиться удвічі (мал. 17). Взагалі, якщо чисельник дробу збільшити у кілька разів, то і значення дробу збільшиться у стільки само разів. Якщо ж на 2 помножимо знаменник дробу $\frac{1}{3}$, то матимемо дріб $\frac{1}{6}$, який удвічі менший (мал. 18). Взагалі, якщо знаменник дробу збільшити у кілька разів, то значення дробу зменшиться у стільки



Мал. 17



Мал. 18

само разів. Якщо ж помножити на натуральне число n чисельник (значення дробу збільшиться в n разів) і знаменник (значення дробу зменшиться в n разів), то в результаті значення дробу не зміниться. Це – інше обґрунтування *основної властивості дробу*.



Перевірте себе

1. Як можна записати частку $a : c$?
2. Сформулюйте основну властивість частки.
3. Сформулюйте основну властивість дробу.
4. Що станеться з дробом, якщо його чисельник помножити на число n ?
5. Що станеться з дробом, якщо його знаменник збільшити в n разів?



Виконуємо разом

- ① Запишіть число 5 у вигляді дробу зі знаменником 1, 2, 3.

$$\bullet 5 = \frac{5}{1}, 5 = \frac{10}{2}, 5 = \frac{15}{3}.$$

- ② Як зміниться значення дробу, якщо його чисельник зменшити в 3 рази?

• Від збільшення чисельника дробу в кілька разів значення дробу збільшується у стільки само разів. Наприклад, дріб $\frac{12}{5}$ більший від $\frac{4}{5}$ у 3 рази. А дріб $\frac{4}{5}$ менший від

$\frac{12}{5}$ у 3 рази. Від зменшення чисельника дробу в кілька разів значення дробу зменшується у стільки само разів.

③ Обчисліть $5 - \frac{2}{7}$.

$$\bullet 5 - \frac{2}{7} = 4\frac{7}{7} - \frac{2}{7} = 4\frac{5}{7}.$$

- ④ Скільки сотих міститься у числі $\frac{3}{5}$?

$$\bullet \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100}.$$

Відповідь. 60.



Усні вправи

254. Чи правильна рівність:

а) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$;

б) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$;

в) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$;

г) $\frac{7}{9} = \frac{70}{90}$?

255. Обґрунтуйте правильність рівності:

а) $\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$;

б) $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$;

в) $\frac{12}{6} = 2$;

г) $\frac{8}{2} = 4$.

256. Назвіть три різні дроби, кожен з яких дорівнює $\frac{3}{4}$.

257. Якщо члени дроби $\frac{7}{8}$ помножити на 3, то який буде дріб?

258. Якщо чисельник і знаменник дроби $\frac{8}{12}$ поділити на 4, то який дріб матимемо? Порівняйте його з даним дробом.



Рівень А

259. Запишіть звичайний дріб у вигляді десяткового:

$$\frac{3}{10}; \frac{7}{10}; \frac{19}{10}; \frac{19}{100}; \frac{37}{100}; \frac{43}{10}; \frac{139}{100}; \frac{3}{1000}$$

260. Запишіть десятковий дріб у вигляді звичайного:

$$0,7; 0,9; 0,23; 0,015; 1,2; 2,25; 3,07.$$

261. Запишіть дріб у вигляді частки за допомогою двокрапки:

$$\frac{8}{9}; \frac{17}{19}; \frac{1}{32}; \frac{24}{97}; \frac{43}{8}; \frac{54}{45}; \frac{23}{1}; \frac{102}{103}; \frac{103}{102}$$

262. Запишіть частку у вигляді звичайного дроби:

$$7 : 10; 8 : 9; 13 : 17; 14 : 27; 35 : 100; 27 : 200.$$

263. Запишіть число 2 у вигляді дроби зі знаменником: 2; 3; 8; 13.

264. Запишіть число 3 у вигляді дроби зі знаменником: 2; 3; 11; 15.

265. Порівняйте числа:

а) $\frac{13}{5}$ і 2;

б) $\frac{13}{5}$ і 3;

в) 4 і $\frac{17}{4}$;

г) 5 і $\frac{21}{4}$.

266. Обчисліть:

а) $2 - \frac{1}{2}$; б) $5 - \frac{2}{3}$; в) $8 - \frac{8}{9}$; г) $\frac{17}{4} - 3$;

г) $12 - \frac{17}{5}$; д) $\frac{36}{5} - 2$; е) $34 - \frac{3}{4}$; є) $15 - \frac{7}{10}$.

267. За якої умови дріб дорівнює своєму чисельнику? Наведіть приклад.

268. Яку частину метра становлять: 25 см; 30 см; 75 см?



Рівень Б

269. Яку частину доби становлять: 6 год; 8 год; 12 год; 18 год?

270. Яку частину години становлять: 10 хв; 15 хв; 30 хв; 45 хв?

271. Зобразіть на координатному промені числа:

$$\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{6}; \frac{4}{6}; 2\frac{1}{5}; 2\frac{1}{10}.$$

272. Скільки десятих міститься у числі: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{8}{4}$?273. Скільки шостих міститься у числі: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $2\frac{1}{3}$?274. Замініть x таким числом, щоб була правильна рівність:

а) $\frac{x}{3} = \frac{2}{6}$; б) $\frac{5}{7} = \frac{x}{14}$; в) $\frac{12}{x} = \frac{1}{2}$;

г) $\frac{x+1}{2} = \frac{3}{6}$; г) $\frac{x-2}{12} = \frac{4}{3}$; д) $\frac{x+2}{6} = \frac{15}{18}$.

275. Виразіть:

а) у центнерах: $\frac{2}{5}$ від 4 т; $\frac{8}{20}$ від 4 т;б) у хвилинах: $\frac{2}{3}$ від 1,5 год; $\frac{4}{6}$ від 1,5 год.

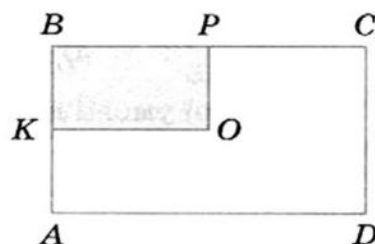
Результати порівняйте.

276. Довжина відрізка AB дорівнює s , точки K і P ділять його на три рівні частини (мал. 19). Знайдіть довжини відрізків KP , AP , KB .

277. Площа прямокутника $ABCD$ дорівнює S . Точки K і P – середини його сторін AB і BC (мал. 20). Знайдіть площі прямокутника $KBPO$ і многокутника $AKOPCD$.



Мал. 19



Мал. 20



Вправи для повторення

278. Виконайте дії:

а) $3,4 + 2,5 \cdot (5,7 - 3,3)$;

б) $14,8 - (3,8 - 2,9) : 0,3$;

в) $0,5 + 0,5^2 + 0,5^3$;

г) $1,2 + 1,2^2 - 1,2^3$.

279. Розв'яжіть рівняння:

а) $2,5x + 3,2 = 13,2$;

б) $3,2 \cdot (x + 0,5) = 6,4$;

в) $5,4 + 3x = 9,9$;

г) $(2 - 3x) \cdot 0,5 = 0$.

280. Накресліть рівносторонній трикутник, периметр якого дорівнює 1 дм.

281. Добуток двох деяких натуральних чисел – число непарне. Парним чи непарним числом є сума цих чисел?

282*. Добуток чотирьох послідовних натуральних чисел дорівнює 3024. Які це числа?

283. З порту A в порт B одночасно вийшли катер і теплохід, швидкості яких відповідно дорівнюють 36,5 км/год і 30,5 км/год. Яка відстань між ними буде через півгодини? А через 2 год?

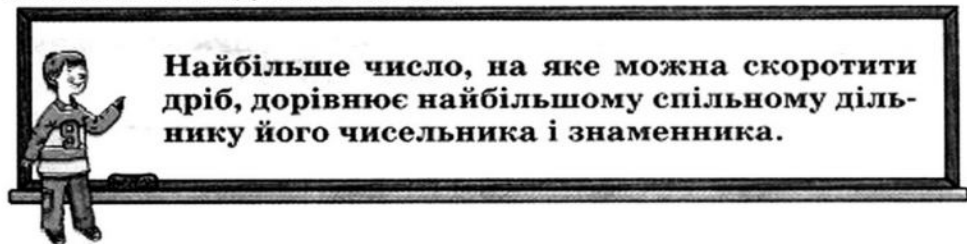


§ 9. Скорочення дробів

З основної властивості дробу випливає, що значення дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник поділити на їх спільний дільник. Так можна спрощувати дроби, не змінюючи їх значення.

Нехай, наприклад, дано дріб $\frac{50}{70}$. Його чисельник і знаменник діляться на 10. Поділивши їх на цей спільний діль-

ник, дістанемо $\frac{5}{7}$. Цей дріб має таке саме значення, як і $\frac{50}{70}$, але простіший, бо записаний меншими числами. Таке спрощення дробу називається *скороченням дробу*. У даному випадку дріб $\frac{50}{70}$ скорочено на 10, бо його чисельник і знаменник поділено на 10.



Найбільше число, на яке можна скоротити дріб, дорівнює найбільшому спільному дільнику його чисельника і знаменника.

Тому, щоб скоротити дріб, спочатку знаходять найбільший спільний дільник чисельника і знаменника, а потім чисельник і знаменник даного дробу ділять на цей НСД.

Нехай, наприклад, треба скоротити дріб $\frac{48}{60}$. Робимо так:

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3, \quad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5,$$

$$\text{НСД}(48, 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12, \quad \frac{48}{60} = \frac{4 \cdot \cancel{12}}{5 \cdot \cancel{12}} = \frac{4}{5}.$$

Скорочуючи дріб, деякі обчислення можна виконувати усно. Не обов'язково відразу скорочувати дріб на найбільший спільний дільник чисельника і знаменника. Користуючись ознаками подільності, дріб $\frac{48}{60}$ можна спочатку скоротити на 2, отриманий дріб також скоротити на 2, а потім – на 3. Записувати можна так:

$$\frac{48}{60} = \frac{24}{30} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}, \quad \text{або так: } \frac{48}{60} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot 5} = \frac{4}{5}.$$

Якщо чисельник і знаменник дробу – числа взаємно прості, то такий дріб називають *нескоротним*.

Нескоротними, наприклад, є дробі $\frac{3}{7}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{105}{106}$. Нескоротний дріб скоротити не можна. Якщо чисельник і знаменник дробу поділити на їх найбільший спільний дільник, отримують нескоротний дріб.



Дізнайтеся більше

1. Чи можна скоротити дріб $\frac{143}{221}$?

Члени цього дроби не діляться на 2, 3, 5, 7. Може вони – прості числа? Ні, в таблиці простих чисел їх немає. За таблицею розкладання чисел на прості множники знаходимо:

$$143 = 11 \cdot 13, \quad 221 = 13 \cdot 17.$$

Тому:

$$\frac{143}{221} = \frac{11 \cdot \cancel{13}}{\cancel{13} \cdot 17} = \frac{11}{17}.$$

2. Чи можна скоротити дріб $\frac{441}{22}$?

$22 = 2 \cdot 11$. Оскільки число 441 не ділиться ні на 2, ні на 11, то цей дріб нескоротний.



Перевірте себе

- Сформулюйте основну властивість дроби.
- Що означає скоротити дріб?
- На яке найбільше число можна скоротити дріб?
- Який дріб називають нескоротним?
- Чи правильно, що при кожному значенні a дріб $\frac{1}{a}$ нескоротний?
- Деякий дріб можна скоротити на 10. Чи можна скоротити його на 2? А на 5? Чому?



Виконуємо разом

① Скоротіть дріб $\frac{6}{646}$.

• $6 = 2 \cdot 3$. Число 646 ділиться на 2 і не ділиться на 3. Тому даний дріб можна скоротити тільки на 2.

$$\frac{6}{646} = \frac{3}{323}.$$

② Запишіть число у вигляді нескоротного звичайного дробу: а) 0,35; б) 1,44.

$$\bullet \text{ а) } 0,35 = \frac{35}{100} = \frac{\cancel{5} \cdot 7}{\cancel{2} \cdot \cancel{10} \cdot 10} = \frac{7}{20};$$

$$\text{б) } 1,44 = \frac{144}{100} = \frac{4 \cdot 36}{4 \cdot 25} = \frac{36}{25}.$$

③ Розв'яжіть рівняння: а) $\frac{x}{15} = \frac{8}{30}$; б) $\frac{14}{12} = \frac{7}{x}$.

$$\bullet \text{ а) } \frac{x}{15} = \frac{4}{15}, \quad x = 4; \quad \text{б) } \frac{7}{6} = \frac{7}{x}, \quad x = 6.$$



Усні вправи

284. Скоротіть дробі: $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{5}{15}$; $\frac{10}{20}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{40}{60}$; $\frac{100}{200}$.

285. Які з дробів $\frac{4}{5}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{12}{10}$; $\frac{8}{81}$; $\frac{31}{93}$; $\frac{40}{41}$ нескоротні?

286. Порівняйте числа:

$$\text{а) } 1 \text{ і } \frac{1}{2}; \quad \text{б) } 1 \text{ і } \frac{5}{4}; \quad \text{в) } 2 \text{ і } \frac{9}{6}.$$

287. На які числа можна скоротити дріб:

$$\text{а) } \frac{21}{63}; \quad \text{б) } \frac{36}{72}?$$



Рівень А

288. Знайдіть усі спільні дільники чисельника і знаменника дробу $\frac{54}{72}$. Скоротіть дріб.

289. Знайдіть найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу $\frac{42}{140}$. Скоротіть дріб.

290. Скоротіть дробі:

$$\frac{12}{14}; \frac{13}{39}; \frac{4}{40}; \frac{40}{30}; \frac{40}{60}; \frac{75}{70}; \frac{11}{33}; \frac{402}{204}; \frac{333}{444}; \frac{198}{909}.$$

291. Скоротіть дріб $\frac{a}{b}$ на НСД (a, b):

$$\frac{12}{72}; \frac{24}{40}; \frac{72}{90}; \frac{81}{54}; \frac{98}{42}; \frac{120}{144}; \frac{138}{184}; \frac{315}{378}; \frac{224}{288}.$$

292. Скоротіть дріб поступово, користуючись ознаками подільності:

$$\frac{30}{42}; \frac{24}{56}; \frac{54}{90}; \frac{90}{72}; \frac{81}{54}; \frac{84}{120}; \frac{200}{240}; \frac{162}{270}; \frac{243}{810}.$$

293. Скоротіть дріб будь-яким способом:

$$\frac{10}{15}; \frac{25}{35}; \frac{30}{66}; \frac{66}{99}; \frac{65}{13}; \frac{94}{144}; \frac{93}{115}; \frac{115}{92}; \frac{690}{920}.$$

294. Дріб спочатку скоротили на 2, потім ще раз на 2, на решті – на 11. На яке число можна було скоротити цей дріб відразу?

295. Напишіть 5 дробів, які можна скоротити:

а) на 2; б) на 3; в) на 5; г) на 9.

296. Запишіть число у вигляді звичайного дробу і скоротіть його: 0,4; 0,5; 0,6; 0,25; 0,75; 0,45; 0,08; 0,05; 0,125.

297. Скоротіть дробовий вираз і обчисліть його значення:

$$\text{а) } \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5 \cdot 7}; \quad \text{б) } \frac{2 \cdot 7 \cdot 19}{7 \cdot 20}; \quad \text{в) } \frac{26 \cdot 45}{3 \cdot 5 \cdot 13}.$$



Рівень Б

298. При якому значенні x правильна рівність:

$$\text{а) } \frac{20}{x} = \frac{40}{6}; \quad \text{б) } \frac{30}{100} = \frac{x}{10}; \quad \text{в) } \frac{65}{13} = \frac{5}{x}?$$

299. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } \frac{x}{45} = \frac{1}{9}; \quad \text{б) } \frac{6}{50} = \frac{x}{25}; \quad \text{в) } \frac{5}{100} = \frac{x}{300}.$$

300. Порівняйте числа, спочатку скоротивши дробі:

$$\text{а) } \frac{1}{2} \text{ і } \frac{3}{6}; \quad \text{б) } \frac{3}{5} \text{ і } \frac{27}{45}; \quad \text{в) } \frac{4}{6} \text{ і } \frac{10}{12}; \quad \text{г) } \frac{17}{10} \text{ і } \frac{160}{100}.$$

301. Додайте дробі, спочатку скоротивши їх:

$$\text{а) } \frac{2}{3} + \frac{2}{6}; \quad \text{б) } \frac{2}{10} + \frac{3}{5}; \quad \text{в) } \frac{3}{9} + \frac{4}{6}; \quad \text{г) } \frac{30}{100} + \frac{40}{400}.$$

302. Знайдіть різницю дробів:

$$\text{а) } \frac{3}{8} - \frac{2}{16}; \quad \text{б) } \frac{3}{2} - \frac{2}{4}; \quad \text{в) } \frac{5}{10} - \frac{3}{6}; \quad \text{г) } \frac{2}{10} - \frac{3}{30}.$$

303. Спростіть дробовий вираз і обчисліть його значення:

а) $\frac{12 \cdot 5 - 12 \cdot 2}{48}$;

б) $\frac{20 - 1}{19 \cdot 8 + 19 \cdot 2}$.

304. а) Знайдіть периметр чотирикутника, кожна сторона якого дорівнює $\frac{1}{8}$ м.

б) Знайдіть периметр прямокутника, одна сторона якого дорівнює $\frac{1}{3}$ м, а друга — $\frac{1}{6}$ м.

305. Сторони трикутника дорівнюють $\frac{5}{6}$ м, $\frac{5}{6}$ м і $\frac{1}{3}$ м. Знайдіть його периметр.

306. Скоротіть дріб:

а) $\frac{77}{1001}$;

б) $\frac{91}{1001}$;

в) $\frac{143}{1001}$;

г) $\frac{169}{1001}$.



Вправи для повторення

307. Обчисліть значення виразу:

а) $2x + 15$, якщо $x = 0,7$; $x = 1,8$; $x = 35,8$;

б) $3y - 4,5$, якщо $y = 3,2$; $y = 4,7$; $y = 1,5$.

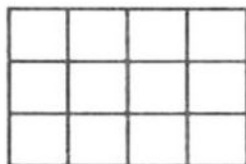
308. Скільки квадратів зображено на малюнку 21?

309. Прямокутник зі сторонами 21 см і 7 см має такий самий периметр, як і квадрат. Знайдіть сторону квадрата.

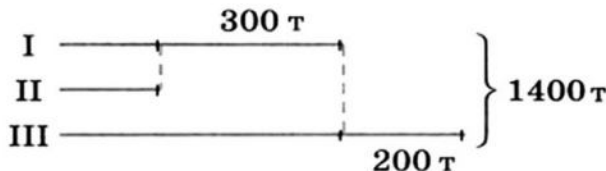
310. Прямокутник зі сторонами 28 дм і 7 дм має таку саму площу, як і квадрат. Знайдіть сторону квадрата.

311. На скільки хвилин півгодина більша за чверть години? А за п'яту частину години?

312*. На трьох складах є 1400 т вугілля. Скільки вугілля на кожному складі, якщо на першому на 300 т більше, ніж на другому, і на 200 т менше, ніж на третьому? Розв'яжіть задачу, користуючись малюнком 22.



Мал. 21



Мал. 22

§ 10.

Зведення дробів
до спільного знаменника

Ви вже вмiєте порiвнювати дроби з рiвними знаменниками. Наприклад, знаєте, що $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$, бо $3 > 2$. А як порiвнювати дроби з рiзними знаменниками? Який iз двох дробiв бiльший: $\frac{3}{5}$ чи $\frac{7}{10}$? Щоб з'ясувати це, треба *звести* данi дроби *до спiльного знаменника*. Помножимо чисельник i знаменник першого дроби на 2. Дiстанемо дрiб $\frac{6}{10}$, знаменник якого такий самий, як i знаменник другого дроби. А порiвнювати дроби $\frac{6}{10}$ i $\frac{7}{10}$ ви вже вмiєте. Замiнивши дроби

$\frac{3}{5}$ i $\frac{7}{10}$ на $\frac{6}{10}$ i $\frac{7}{10}$, ми звели їх до спiльного знаменника 10.

Отже, щоб порiвнювати дроби, треба вмiти зводити їх до спiльного знаменника. I щоб додавати або вiднимати дроби, треба зводити їх до спiльного знаменника. Тому розглядуване перетворення дробiв дуже важливе.

Можна зводити до спiльного знаменника три i бiльше дробiв. Наприклад, щоб звести до спiльного знаменника дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ i $\frac{5}{12}$, досить чисельник i знаменник першого дроби помножити на 6, другого – на 3. В результатi матимемо: $\frac{6}{12}$, $\frac{9}{12}$ i $\frac{5}{12}$. Знаменники цих дробiв рiвнi, а значення кожного з них таке саме, як i значення вiдповiдного даного дроби.

Звести кiлька дробiв до спiльного знаменника – це означає замiнити їх дроби з однаковими знаменниками, не змiнюючи значень самих дробiв.

Найчастiше зводять дроби до *найменшого спiльного знаменника*. Вiн дорiвнює найменшому спiльному кратному всiх знаменникiв даних дробiв.

Приклад. Зведiть до найменшого спiльного знаменника дроби $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{10}$.

Розв'язання. НСК (5, 3, 10) = 30, $30 : 5 = 6$, $30 : 3 = 10$, $30 : 10 = 3$. Отже, чисельник i знаменник першого, другого

і третього дробів слід помножити відповідно на додаткові множники 6, 10 і 3. Матимемо:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{18}{30}; \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30}; \quad \frac{1}{10} = \frac{1 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{3}{30}.$$

Якщо не вимагається, щоб спільний знаменник був найменший, то ним може бути добуток знаменників даних дробів. Наприклад, спільним знаменником дробів $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{10}$ може бути добуток $5 \cdot 3 \cdot 10$, тобто 150.



Перевірте себе

1. Що означає звести дроби до спільного знаменника?
2. Чому дорівнює найменший спільний знаменник дробів $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{5}$? А дробів $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{6}$?
3. Дано дроби зі знаменниками a і c . Чи може їх спільним знаменником бути добуток ac ?
4. Чому дорівнює найменший спільний знаменник дробів із знаменниками 6 і 9?
5. Навіщо треба вміти зводити дроби до спільного знаменника?



Виконуємо разом

- ① Зведіть до спільного знаменника дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{1}{6}$.

• Спільним знаменником двох дробів може бути добуток їх знаменників. У даному випадку – добуток $4 \cdot 6 = 24$.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24}, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}.$$

- ② Зведіть дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{1}{6}$ до найменшого спільного знаменника.

• Найменший спільний знаменник даних дробів – НСК їх знаменників. НСК (4, 6) = 12. Тому:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}; \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}.$$



Усні вправи

313. До якого найменшого спільного знаменника можна звести дробі:

а) $\frac{3}{7}$ і $\frac{5}{14}$; б) $\frac{1}{2}$ і $\frac{3}{5}$; в) $\frac{7}{12}$ і $\frac{7}{6}$; г) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{6}$?

314. Зведіть до спільного знаменника дробі:

а) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{7}$;
 г) $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{5}$; д) $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{4}$; е) $\frac{1}{4}$ і $\frac{2}{5}$.



Рівень А

315. Запишіть число $\frac{1}{6}$ у вигляді дробу зі знаменником:

12; 18; 42.

316. Зведіть до спільного знаменника дробі:

а) $\frac{1}{2}$ і $\frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{5}$ і $\frac{1}{4}$; в) $\frac{7}{4}$ і $\frac{1}{8}$; г) $\frac{2}{3}$ і $\frac{8}{30}$.

317. Зведіть до найменшого спільного знаменника дробі:

а) $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$ і $\frac{5}{9}$, $\frac{3}{2}$ і $\frac{5}{8}$; б) $\frac{4}{9}$ і $\frac{7}{12}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{9}$ і $\frac{5}{6}$;
 в) $\frac{7}{13}$ і $\frac{9}{26}$, $\frac{3}{23}$ і $\frac{4}{46}$, $\frac{8}{15}$ і $\frac{14}{25}$; г) $\frac{3}{7}$ і $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{15}$ і $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{6}$ і $\frac{3}{14}$.

318. Зведіть до найменшого спільного знаменника дробі:

а) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{9}$ і $\frac{3}{4}$; в) $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{15}$ і $\frac{3}{10}$;
 г) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ і $\frac{7}{10}$; д) $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{15}$ і $\frac{5}{6}$; е) $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{21}$ і $\frac{3}{14}$.

319. Яке з двох чисел більше:

а) $\frac{2}{3}$ чи $\frac{3}{4}$; б) $\frac{5}{6}$ чи $\frac{4}{5}$; в) $\frac{1}{3}$ чи $\frac{12}{19}$; г) $\frac{81}{85}$ чи $\frac{161}{170}$?

320. Порівняйте числа:

а) $\frac{3}{5}$ і $\frac{2}{3}$; б) $\frac{7}{8}$ і $\frac{8}{9}$; в) $\frac{12}{15}$ і $\frac{16}{20}$; г) $\frac{13}{14}$ і $\frac{39}{42}$.

321. Поставте замість зірочки потрібний знак «>», «<» або «=»:

а) $\frac{2}{5} * \frac{3}{7}$; б) $\frac{5}{7} * \frac{5}{8}$; в) $\frac{9}{10} * \frac{10}{11}$; г) $\frac{24}{56} * \frac{27}{63}$.

322. Доведіть, що:

а) $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$; в) $\frac{8}{9} > \frac{9}{11}$; г) $\frac{12}{35} > \frac{12}{37}$.

323. Порівняйте числа:

а) $\frac{3}{4}$ і 0,74; б) $\frac{1}{8}$ і 0,15; в) $\frac{1}{3}$ і 0,3; г) 0,25 і $\frac{1}{5}$.



Рівень Б

324. Розмістіть числа в порядку зростання:

а) $\frac{7}{8}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; б) $\frac{6}{5}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{10}{9}$; $\frac{11}{10}$.

325. Скільки міститься:

а) восьмих в $\frac{1}{2}$; б) десятих у $\frac{4}{5}$; в) сорокових у $\frac{3}{5}$?

326. Розмістіть числа в порядку спадання:

$\frac{9}{6}$; $\frac{10}{7}$; $1\frac{2}{3}$; $1\frac{3}{4}$; 1,59; 1,6.

327. Чи є серед чисел $\frac{6}{5}$, $1\frac{3}{15}$, $\frac{36}{30}$, $1\frac{1}{5}$, 1,02, 1,2, 1,22 рівні?

328. Обґрунтуйте твердження. Якщо знаменники двох нескоротних дробів – числа взаємно прості, то найменший спільний знаменник цих дробів дорівнює добутку їх знаменників. Наведіть приклади.

329. Чи правильно сформульоване в задачі 328 твердження для випадку трьох дробів? Знайдіть найменший спільний знаменник дробів $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ і $\frac{1}{15}$.

330. Обґрунтуйте твердження. Із двох дробів із рівними чисельниками більший той, у якого знаменник менший. Наведіть приклади.

331. П'ятиметрову колоду розрізали на 8 рівних частин, а семиметрову – на 14. Частини якої колоди довші?

332. Один із двох однакових тортів розрізали на 8 рівних частин, а другий – на 14. Що має більшу масу: 2 шматочки першого торта чи 3 шматочки другого? Розв'яжіть задачу, порівнявши два дроби. Зробіть малюнок.

333. При якому значенні x правильна рівність:

а) $2 = \frac{x}{3}$; б) $3 = \frac{x}{5}$; в) $12 = \frac{x}{6}$; г) $13 = \frac{x}{13}$?



Вправи для повторення

334. Знайдіть 0,6 числа:

а) 1000; б) 46,8; в) 0,3; г) 0.

335. Знайдіть число, 0,3 якого дорівнюють:

а) 15; б) 3; в) 0,6.

336. Що більше: 30 % від 150 чи 40 % від 120? На скільки?

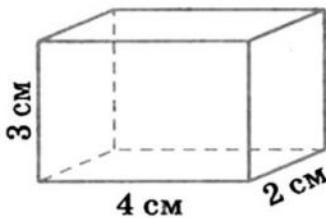
337. Одна сторона трикутника дорівнює 0,4 м, друга і третя – на 20 % і 30 % довші від першої. Знайдіть периметр трикутника.

338. 25 % поля засіяли просом, а решту – гречкою. У скільки разів площа під гречкою більша за площу під просом?

339. Учень приїхав до бабусі 29 травня і пробув у неї 75 днів. Коли він поїхав від бабусі?

340*. Ігор задумав число. Якщо його помножити на 2, а добуток збільшити на 26, то матимемо 84. Яке число задумав Ігор?

341. Дано прямокутний паралелепіпед, виміри якого 2 см, 3 см і 4 см (мал. 23). Знайдіть площу його поверхні й об'єм.



Мал. 23

\$11

Додавання і віднімання дробів

Пригадайте, як додають і віднімають дроби з рівними знаменниками.

Приклади.

$$а) \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{1+2+4}{9} = \frac{7}{9};$$

$$б) \frac{8}{23} - \frac{2}{23} = \frac{8-2}{23} = \frac{6}{23}.$$



Щоб знайти суму або різницю дробів з різними знаменниками, треба спочатку звести їх до спільного знаменника. А далі – додавати або віднімати їх за вже відомими правилами.

Над чисельником можна писати додаткові множники або тільки уявляти їх. Розглянемо приклади.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}; \quad \frac{7}{15} - \frac{3}{10} = \frac{14}{30} - \frac{9}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Суму дробу і натурального числа записують у вигляді мішаного числа:

$$7 + \frac{2}{3} = 7\frac{2}{3}; \quad \frac{8}{9} + 2 = 2\frac{8}{9}.$$

Мішане число можна перетворити в неправильний дріб.

Оскільки $7 = \frac{21}{3}$, то $7\frac{2}{3} = \frac{21}{3} + \frac{2}{3} = \frac{23}{3}$.



Щоб з неправильного дробу виділити цілу частину, тобто перетворити його в мішане число, треба чисельник поділити на знаменник. Неповна частка – це ціла частина, а остача – чисельник дробової частини.

Наприклад, щоб $\frac{32}{5}$ перетворити в мішане число, ділимо 32 на 5.

$$32 : 5 = 6 \text{ (ост. 2)}. \text{ Тому } \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}.$$

Для будь-яких чисел – натуральних чи дробових – правильні переставний і сполучний закони додавання.



Для будь-яких чисел a, b, c

$$a + b = b + a;$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Різні випадки віднімання показано на прикладах:

$$\text{а) } 5\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = 4\frac{10}{9} - \frac{2}{9} = 4\frac{8}{9}; \quad \text{б) } 8 - 1\frac{2}{3} = 7\frac{3}{3} - 1\frac{2}{3} = 6\frac{1}{3};$$

$$\text{в) } 2,5 - 1\frac{2}{5} = 2\frac{5}{10} - 1\frac{4}{10} = 1\frac{1}{10} = 1,1.$$



Перевірте себе

1. Як додавати або віднімати дроби з рівними знаменниками?
2. Як знайти суму дробів із різними знаменниками?
3. Як знайти різницю дробів із різними знаменниками?
4. Як перетворити неправильний дріб в мішане число?
5. Чи кожний неправильний дріб можна перетворити в мішане число?
6. Чи правильні закони додавання для дробових чисел?



Виконуємо разом

① Додайте дроби $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{6}$.

• НСК (8, 6) = 24. Додаткові множники – 3 і 4, бо $24 : 8 = 3$,

$$24 : 6 = 4. \text{ Тому } \frac{3^{\cdot 3}}{8} + \frac{5^{\cdot 4}}{6} = \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}.$$

Можна писати і так:

$$\frac{3^{\cdot 3}}{8} + \frac{5^{\cdot 4}}{6} = \frac{9+20}{24} = \frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}.$$

② Знайдіть різницю чисел: а) $3\frac{2}{5}$ і $1\frac{3}{10}$; б) $4\frac{1}{3}$ і $1\frac{7}{15}$.

• а) $3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{10} = (3-1) + \left(\frac{2^{\cdot 2}}{5} - \frac{3}{10}\right) = 2 + \left(\frac{4}{10} - \frac{3}{10}\right) = 2\frac{1}{10};$

б) оскільки $\frac{1}{3} < \frac{7}{15}$, то

$$4\frac{1}{3} - 1\frac{7}{15} = 3\frac{4^{\cdot 5}}{3} - 1\frac{7}{15} = 3\frac{20}{15} - 1\frac{7}{15} = 2\frac{13}{15}.$$



Усні вправи

Обчисліть значення виразів (342–344).

342. а) $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$; б) $\frac{6}{11} + \frac{7}{11}$; в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$;
 г) $\frac{4}{9} + \frac{5}{9}$; р) $\frac{5}{4} - \frac{3}{4}$; д) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$;
 е) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$; є) $\frac{8}{13} - \frac{7}{13}$; ж) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$.
343. а) $1 + \frac{2}{3}$; б) $3 + \frac{1}{5}$; в) $4 + \frac{2}{3}$;
 г) $\frac{3}{4} + 2$; р) $\frac{1}{5} + 1$; д) $\frac{4}{7} + 3$.
344. а) $2\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$; б) $1\frac{3}{5} + \frac{2}{5}$; в) $2\frac{1}{8} + 7\frac{7}{8}$;
 г) $3,8 + 7\frac{1}{5}$; р) $4,5 + 1\frac{1}{2}$; д) $1\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4}$.



Рівень А

Виконайте дії (345–352).

345. а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$; в) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$;
 г) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$; р) $\frac{1}{7} + \frac{1}{3}$; д) $\frac{1}{13} + \frac{1}{2}$.
346. а) $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$; в) $\frac{4}{7} - \frac{1}{3}$;
 г) $\frac{5}{8} - \frac{1}{3}$; р) $\frac{6}{7} - \frac{2}{3}$; д) $\frac{10}{11} - \frac{1}{2}$.
347. а) $\frac{5}{6} + \frac{3}{10}$; б) $\frac{5}{7} - \frac{3}{14}$; в) $\frac{3}{8} + \frac{1}{12}$;
 г) $\frac{5}{9} - \frac{1}{15}$; р) $\frac{5}{14} - \frac{1}{4}$; д) $\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$.
348. а) $\frac{13}{11} - \frac{11}{13}$; б) $\frac{1}{6} + \frac{7}{15}$; в) $\frac{23}{6} - \frac{2}{9}$;
 г) $\frac{1}{12} + \frac{4}{15}$; р) $\frac{1}{10} + \frac{2}{15}$; д) $\frac{8}{7} - \frac{7}{8}$.

349. а) $3\frac{4}{9} + \frac{1}{6}$;

б) $2\frac{2}{3} - \frac{5}{9}$;

в) $\frac{3}{4} + 1\frac{3}{8}$;

г) $1\frac{5}{8} - \frac{3}{4}$;

г) $2\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$;

д) $\frac{6}{5} - 1\frac{1}{8}$;

350. а) $5\frac{1}{7} - \frac{9}{14}$;

б) $3\frac{1}{6} + \frac{5}{18}$;

в) $\frac{13}{5} - 1\frac{1}{3}$;

г) $12\frac{5}{8} - 8\frac{3}{28}$;

г) $4\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}$;

д) $\frac{34}{3} - 11\frac{1}{4}$;

351. а) $0,5 - \frac{1}{3}$;

б) $0,3 + \frac{5}{6}$;

в) $1,7 + \frac{7}{9}$;

г) $1,8 - 1\frac{1}{4}$;

г) $0,25 + 3\frac{3}{4}$;

д) $\frac{2}{3} + 2,3$;

352. а) $6,4 + 1\frac{1}{5} - 2\frac{3}{8}$;

б) $4,7 - 2\frac{2}{3} + 9\frac{5}{6}$;

Обчисліть значення виразів (353–356).

353. а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}$;

б) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{15}$;

в) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$;

354. а) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{5}{12}$;

б) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{2}{15}$;

в) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{2}{15}$;

355. а) $3\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 2\frac{1}{4}$;

б) $5\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} + \frac{1}{9}$;

в) $4\frac{1}{4} - 1\frac{1}{9} - \frac{5}{6}$;

г) $12 - 1\frac{3}{5} + 0,2$;

г) $2,5 - \frac{5}{6} + 1\frac{1}{3}$;

д) $\frac{1}{5} + 3,2 - \frac{7}{5}$;

356. а) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$;

б) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} - \frac{3}{8}$;

в) $\frac{4}{5} - \frac{4}{15} + 1\frac{1}{3} - \frac{4}{9}$;

г) $3\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$;

357. Заповніть таблиці.

| | | | | | |
|---------|-----------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| Доданок | | $\frac{1}{15}$ | | $1\frac{6}{17}$ | |
| Доданок | $\frac{3}{5}$ | | $1\frac{1}{2}$ | | $2\frac{3}{11}$ |
| Сума | $\frac{13}{10}$ | $1\frac{4}{5}$ | 2,7 | $2\frac{11}{34}$ | $3\frac{16}{33}$ |

| | | | | | |
|------------|------------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| Зменшуване | $4\frac{19}{20}$ | $1\frac{4}{7}$ | | | 3,2 |
| Від'ємник | | | $\frac{5}{24}$ | $1\frac{7}{25}$ | |
| Різниця | 2,7 | $\frac{9}{14}$ | $\frac{1}{30}$ | $1\frac{4}{5}$ | $\frac{16}{5}$ |

358. Один кавун важить $3\frac{1}{2}$ кг, а другий – $2\frac{3}{4}$ кг. Скільки кілограмів важать два кавуни разом?

359. Кавун важить $3\frac{1}{5}$ кг, а диня – на $\frac{3}{4}$ кг менше. Скільки кілограмів важать кавун і диня разом?

360. Маса однієї книжки тритомника дорівнює $\frac{3}{4}$ кг, другої – $\frac{5}{6}$ кг, а третьої – $\frac{2}{3}$ кг. Знайдіть масу тритомника. На скільки кілограмів перший том легший чи важчий від другого і третього томів?

361. Семиметрову трубу розрізали на дві частини. Довжина однієї частини становить $2\frac{5}{8}$ м. Знайдіть довжину другої частини труби.

362. За перший день заасфальтували $\frac{5}{16}$ км дороги, а за другий – на $\frac{1}{8}$ км більше. Скільки кілометрів дороги заасфальтували за два дні?

363. В одному ящику 5,3 кг винограду, а в другому – на $1\frac{3}{5}$ кг більше. Скільки кілограмів винограду в двох ящиках?

364. Від мотка дроту завдовжки 30 м відрізали $7\frac{1}{2}$ м, а потім ще $8\frac{4}{5}$ м. Скільки дроту залишилося в мотку?



Рівень Б

Обчисліть значення виразів (365–368).

365. а) $0,7 + \frac{2}{5} - \frac{2}{3}$;

б) $\frac{2}{3} + 3,2 - 2\frac{1}{9}$;

в) $0,7 + 1\frac{1}{2} - \frac{7}{8}$;

г) $3,45 - 2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{5}$.

366. а) $4\frac{7}{25} + \left(\frac{18}{25} - \frac{4}{15}\right)$;

б) $\frac{7}{45} + \left(\frac{43}{45} - \frac{7}{9}\right)$;

в) $4\frac{8}{39} + \left(1\frac{7}{24} - \frac{1}{32}\right)$;

г) $\frac{7}{8} - 0,25 + 2,125$.

367. а) $4\frac{6}{17} - \left(3\frac{11}{12} + \frac{6}{17}\right)$;

б) $8\frac{19}{24} - \left(\frac{35}{36} + \frac{7}{24}\right)$;

в) $\left(\frac{23}{27} + 1\frac{5}{6}\right) - \frac{14}{27}$;

г) $3\frac{1}{2} - \left(3\frac{3}{4} - 2\frac{2}{5}\right)$.

368. а) $3,6 - \left(\frac{6}{35} + \frac{3}{5}\right)$;

б) $2\frac{1}{3} + \left(2,08 - 1\frac{2}{6}\right)$;

в) $3,7 + \left(\frac{7}{8} + 0,3\right)$;

г) $\left(8,5 + \frac{7}{9}\right) - 2,5$.

Розв'яжіть рівняння (369–370).

369. а) $\frac{6}{25} + x = \frac{4}{5}$;

б) $x - \frac{4}{15} = \frac{4}{5}$;

в) $x + \frac{7}{15} = \frac{2}{3}$;

г) $x + \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$.

370. а) $x + \frac{8}{15} = 1\frac{3}{4}$;

б) $1\frac{1}{8} - x = \frac{13}{16}$;

в) $x - 7\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}$;

г) $2,8 - x = \frac{3}{4}$.



371. На фарбування вікон витратили $2\frac{5}{6}$ кг фарби, на фарбування підлоги – $10\frac{7}{12}$ кг, на фарбування дверей – на $4\frac{1}{3}$ кг

менше, ніж на фарбування підлоги. Скільки всього витратили фарби?

372. Деталь обробляли на токарному верстаті $1\frac{2}{3}$ год, на фрезерувальному – вдвічі довше. Скільки часу затратили на виготовлення деталі на цих двох верстатах?

373. Бригада виконала завдання за 3 дні. За перший день вона виконала $\frac{1}{3}$ всієї роботи, за другий день – $\frac{2}{5}$ усієї роботи. Яку частину роботи бригада виконала за третій день?

374. На току було $8\frac{1}{2}$ т зерна. Скільки зерна стало на току після того, як привезли $2\frac{1}{3}$ т, а потім вивезли $3\frac{2}{5}$ т?

375. Знайдіть число, яке на стільки менше від $5\frac{2}{3}$, на скільки $6\frac{1}{2}$ більше від $3\frac{3}{4}$.

376. Після того як з одного ящика переклали в другий $2\frac{3}{4}$ кг груш, у кожному ящику їх стало по 18 кг. Скільки кілограмів груш було в кожному ящику спочатку?

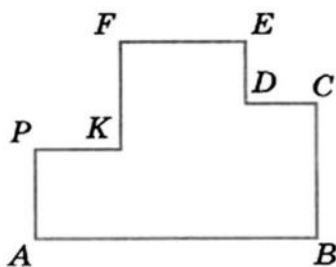
377. На скільки сума чисел 0,5 і $\frac{1}{3}$ більша за їх різницю?

378. Знайдіть периметр прямокутника, одна сторона якого дорівнює $1\frac{3}{5}$ м, а друга – $\frac{1}{2}$ м.

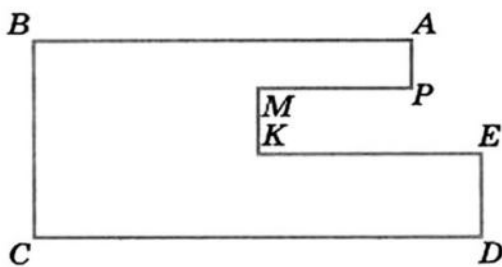
379. Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника, основа якого дорівнює $\frac{3}{4}$ дм, а бічна сторона – $\frac{3}{5}$ дм.

380. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює $\frac{8}{9}$ дм, а бічна сторона – $\frac{1}{3}$ дм. Знайдіть довжину його основи.

381. На малюнку 24 $AB = 3\frac{1}{2}$ м, $BC = 1\frac{4}{5}$ м, $DE = \frac{5}{6}$ м. Обчисліть периметр фігури.



Мал. 24



Мал. 25

382*. Знайдіть периметр фігури, зображеної на малюнку 25, якщо $BC = \frac{5}{6}$ дм, $CD = 1\frac{3}{4}$ дм, $MP = \frac{3}{5}$ дм.

383. Покажіть, що якими б не були натуральні числа a і b , завжди $\frac{a}{b} + 1 = \frac{a+b}{b}$.

384. Як зміниться значення дробу, якщо його знаменник не змінювати, а до чисельника додати число, яке дорівнює знаменнику?

385*. Дріб $\frac{a}{b}$ правильний. Який із дробів більший: $\frac{a}{b}$ чи $\frac{a+1}{b+1}$? Покажіть на прикладах.



Вправи для повторення

386. Виконайте ділення з остачею:

- а) $57 : 7$; б) $82 : 26$; в) $40 : 37$.

387. Які з чисел 1323, 3895, 83 325, 88 008 діляться на 3, які – на 9?

388. Розкладіть на прості множники число:

- а) 2704; б) 7007.

389. Випишіть усі дільники числа:

- а) 18; б) 144; в) 882.

390. Знайдіть НСД і НСК чисел:

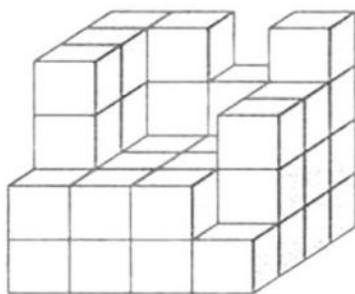
- а) 60 і 90; б) 12, 28 і 36.

391. Коли з каністри відлили 8 л бензину, в ній залишилося 75 % бензину від того, що був спочатку. Скільки бензину залишилося в каністрі?

392. Периметр трикутника дорівнює 4,5 дм. Одна сторона менша від периметра на 3,2 дм, друга – на 3,1 дм. Знайдіть третю сторону трикутника.

393. Знайдіть кути прямокутного трикутника, якщо найменший із них менший від найбільшого кута на 57° .

394*. Скільки кубиків не вистачає на малюнку 26, щоб скласти з них великий куб?



Мал. 26



Самостійна робота 2

Варіант 1

1°. Обчисліть:

а) $\frac{3}{5} + \frac{7}{15}$;

б) $2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}$;

в) $3\frac{7}{8} - \left(4 - 2\frac{5}{6}\right)$.

2°. На скільки сума чисел 0,6 і $\frac{5}{13}$ більша за їх різницю?

3°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{5}{6} + x = 1\frac{1}{8}$;

б) $\frac{9}{8} - x = \frac{8}{9}$;

в) $x - \frac{4}{15} = \frac{7}{20}$.

4°. Одна деталь важить 1,4 кг, а друга – на $\frac{1}{4}$ кг легша.

Скільки важать дві деталі разом?

5°. Знайдіть периметр прямокутника, одна сторона якого дорівнює $3\frac{1}{5}$ м, а друга – на $\frac{3}{4}$ м довша.

Варіант 2

1°. Обчисліть:

а) $\frac{3}{8} - \frac{1}{12}$;

б) $3\frac{3}{5} + 1\frac{1}{15}$;

в) $2\frac{5}{9} - \left(3 - 2\frac{5}{6}\right)$.

2°. На скільки сума чисел $\frac{2}{3}$ і 0,2 більша за їх різницю?

3°. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } x + \frac{1}{8} = 1\frac{3}{4}; \quad \text{б) } \frac{8}{7} - x = \frac{7}{8}; \quad \text{в) } x - \frac{5}{12} = \frac{4}{3}.$$

4°. Автомобіль важить $1\frac{2}{5}$ т, а причіп – на 0,75 т легший.

Скільки важить автомобіль разом із причепом?

5°. Знайдіть периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють $1\frac{1}{4}$ м і $\frac{4}{5}$ м.

Варіант 3

1°. Обчисліть:

$$\text{а) } \frac{33}{34} - \frac{9}{17}; \quad \text{б) } \frac{7}{15} + \frac{16}{25} - \frac{11}{75}; \quad \text{в) } \frac{9}{16} - \left(\frac{11}{32} - \frac{1}{4} \right).$$

2°. На скільки сума $\frac{8}{9} + \frac{1}{18} + \frac{2}{3}$ менша за різницю $2,5 - \frac{1}{5}$?

3°. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } \frac{2}{5} + x = 1\frac{2}{15}; \quad \text{б) } x - \frac{2}{3} = \frac{3}{2}; \quad \text{в) } \left(x - \frac{2}{5} \right) - 0,3 = 2\frac{1}{4}.$$

4°. Одна деталь важить 2,3 кг, друга – на $\frac{1}{6}$ кг важча, а тре-

тя – на $\frac{2}{3}$ кг легша від другої. Скільки важать три деталі разом?

5°. Знайдіть периметр прямокутника, одна сторона якого дорівнює $3\frac{7}{8}$ м, а друга – на 1,25 м коротша.

Варіант 4

1°. Обчисліть:

$$\text{а) } \frac{11}{12} - \frac{7}{30}; \quad \text{б) } \frac{9}{13} - \frac{19}{65} + \frac{3}{5}; \quad \text{в) } \frac{11}{12} - \left(\frac{17}{30} - \frac{19}{60} \right).$$

2°. На скільки різниця $1,3 - \frac{1}{3}$ більша за суму $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$?

3°. Розв'яжіть рівняння:

а) $x + \frac{3}{14} = 2\frac{1}{7}$; б) $\frac{5}{8} - x = \frac{1}{12}$; в) $\left(x - \frac{1}{6}\right) - 0,5 = 1\frac{2}{3}$.

4°. Одна диня важить 3,5 кг, друга – на $\frac{1}{3}$ кг легша, а третя – на $1\frac{2}{5}$ кг важча, ніж друга. Скільки важать три дині разом?

5°. Сторони одного прямокутника дорівнюють $2\frac{1}{2}$ м і $3\frac{1}{5}$ м, а другого – 3,5 м і 2,1 м. На скільки метрів периметр першого прямокутника більший чи менший за периметр другого?



Готуємося
до тематичного контролю



Запитання для самоперевірки

1. Що називають звичайним дробом?
2. Що показують чисельник і знаменник звичайного дробу?
3. Які звичайні дроби називаються правильними? Неправильними?
4. Як перетворити десятковий дріб у звичайний?
5. За якої умови дріб більший за 1?
6. Сформулюйте основну властивість дробу.
7. Що означає скоротити дріб?
8. Як скоротити звичайний дріб? Наведіть приклади.
9. Які дроби називаються нескоротними?
10. Що означає звести дроби до спільного знаменника?
11. Як додати дроби з рівними знаменниками?
12. Як знайти різницю дробів з рівними знаменниками?
13. Як додати або відняти дроби з різними знаменниками?
14. Як з неправильного дробу виділити цілу частину?
15. Як перетворити мішане число в неправильний дріб?

Завдання в тестовій формі

1. Який з поданих нижче дробів правильний?

а) $\frac{5}{4}$; б) $\frac{5}{5}$; в) $\frac{5}{7}$; г) $\frac{3}{2}$.

2. У вигляді якого мішаного числа можна записати дріб $\frac{21}{5}$?

- а) $2\frac{1}{5}$; б) $5\frac{1}{2}$; в) $5\frac{1}{4}$; г) $4\frac{1}{5}$.

3. Яке з чисел 1 , $2\frac{1}{5}$, $5\frac{1}{2}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{2}$ найменше?

- а) 1 ; б) $2\frac{1}{5}$; в) $\frac{5}{7}$; г) $\frac{3}{2}$; г) $5\frac{1}{2}$.

4. Який знак треба поставити замість зірочки у записі: $1,25 * \frac{3}{2}$?

- а) «>»; б) «=»; в) «<»; г) «≥».

5. Який вигляд матиме дріб $\frac{30}{42}$ після скорочення?

- а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{2}$; в) $\frac{5}{7}$; г) $\frac{21}{5}$.

6. Розв'яжіть рівняння $x + \frac{1}{4} = 1$.

- а) 1 ; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{4}$; г) 4 .

7. Обчисліть суму $\frac{3}{2} + \frac{5}{7}$.

- а) $2\frac{1}{5}$; б) $2\frac{3}{14}$; в) $\frac{21}{5}$; г) $2\frac{1}{2}$.

8. При якому значенні x рівність $\frac{x}{6} = 3$ правильна?

- а) 30 ; б) 15 ; в) 18 ; г) 24 .

9. Який найменший спільний знаменник мають дробі $\frac{7}{36}$ і $\frac{5}{24}$?

- а) 3 ; б) 6 ; в) 9 ; г) 72 .

Типові задачі

1°. Виконайте дію: а) $\frac{2}{11} + \frac{7}{11}$; б) $\frac{6}{13} - \frac{3}{13}$.

2°. Скоротіть дріб: а) $\frac{15}{45}$; б) $\frac{12}{20}$; в) $\frac{91}{130}$.

3°. Порівняйте дроби: а) $\frac{2}{7}$ і $\frac{5}{7}$; б) $\frac{3}{4}$ і $\frac{3}{8}$; в) $\frac{3}{7}$ і $\frac{2}{5}$.

4°. Запишіть у вигляді звичайного дробу число: а) 0,4; б) 2,5.

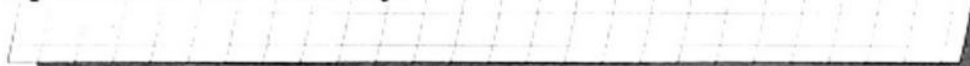
5°. Обчисліть: а) $\frac{3}{8} + \frac{5}{24}$; б) $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$; в) $\frac{11}{12} + 1\frac{7}{15}$.

6°. Розв'яжіть рівняння: а) $\frac{3}{8} - x = \frac{1}{12}$; б) $\left(x - \frac{5}{7}\right) - 0,3 = 2\frac{1}{5}$.

7°. Маса порожньої банки $\frac{3}{4}$ кг, а наповненої медом – $6\frac{1}{2}$ кг.

Скільки кілограмів меду міститься в банці?

8°. Даринка в перший день прочитала $\frac{5}{9}$ книжки, а в другий день – на $\frac{1}{7}$ менше. Яку частину книжки вона прочитала за другий день? Чи встигла вона за два дні прочитати всю книжку?



§12.

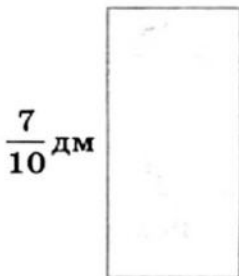
Множення дробів

Є багато задач, для розв'язування яких треба вміти множити звичайні дроби. Наприклад, якщо сторони прямокутника дорівнюють $\frac{7}{10}$ дм і $\frac{3}{10}$ дм (мал. 27), то, щоб знайти його площу, треба перемножити ці дроби. Це неважко зробити, згадавши, як множать десяткові дроби:

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21 = \frac{21}{100}$$

Зверніть увагу: добуток чисельників $7 \cdot 3 = 21$, а добуток знаменників $10 \cdot 10 = 100$. Добутком даних дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку їхніх чисельників, а знаменник – добутку знаменників. І будь-які інші звичайні дроби множать подібним способом.

$\frac{3}{10}$ дм



Мал. 27



Добуток двох дробів дорівнює дробу, чисельник якого дорівнює добутку чисельників даних дробів, а знаменник — добутку їхніх знаменників.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$



За подібним правилом перемножують три і більше дробів:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot c \cdot m}{b \cdot d \cdot n}$$

Примітка. Множники чисельника і знаменника бажано скоротити ще до їх перемноження. Наприклад,

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{11} = \frac{\cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot 6 \cdot 11} = \frac{5}{22}$$

Щоб перемножити звичайні дроби, натуральні числа, десяткові дроби чи мішані числа, їх слід перетворити у звичайні дроби. Наприклад,

$$\frac{5}{8} \cdot 3 = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{1} = \frac{15}{8}, \quad \frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1, \quad \frac{5}{7} \cdot 0,5 = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{14}$$

Для будь-яких дробових чисел, як і для натуральних, завжди правильні переставний, сполучний і розподільний закони множення.

Тобто, які б не були числа a , b , c , завжди

$$a \cdot b = b \cdot a, \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c, \quad (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Слід також пам'ятати, що яким би не був звичайний дріб $\frac{m}{n}$, завжди

$$\frac{m}{n} \cdot 1 = \frac{m}{n}, \quad \frac{m}{n} \cdot 0 = 0$$



Дізнайтеся більше

Розгляньте два добутки:

а) $15 \cdot \frac{4}{3} = 20$, тут $20 > 15$;

б) $15 \cdot \frac{1}{5} = 3$, тут $3 < 15$.

Правильним є і загальне твердження. Нехай a – довільне число, більше за 0. При множенні a на неправильний дріб маємо добуток, більший від a , а при множенні на правильний дріб – добуток, менший від a . Добуток кількох правильних дробів менший від кожного з цих дробів.



Перевірте себе

- Чому дорівнює добуток кількох дробів?
- Як помножити дріб і натуральне число?
- Як перемножити мішані числа?
- Чи правильні закони множення для дробових чисел? Сформулюйте їх.
- За якої умови добуток двох дробів менший від кожного з них? А за якої – більший від кожного з них?



Виконуємо разом

- ① Обчисліть добуток чисел:

а) $\frac{8}{21}$ і $\frac{7}{16}$; б) $\frac{6}{25}$, $2\frac{1}{2}$ і $1\frac{2}{3}$.

• а) $\frac{8}{21} \cdot \frac{7}{16} = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{7}}{\cancel{21}_{/3} \cdot \cancel{16}_{/2}} = \frac{1}{6}$;

б) $\frac{6}{25} \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{25 \cdot 2 \cdot 3} = 1$.

- ② Перемножте числа $2\frac{3}{7}$ і 2.

• *Перший спосіб.* $2\frac{3}{7} \cdot 2 = \frac{17}{7} \cdot 2 = \frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$.

Другий спосіб. $2\frac{3}{7} \cdot 2 = \left(2 + \frac{3}{7}\right) \cdot 2 = 4 + \frac{6}{7} = 4\frac{6}{7}$.

- ③ Знайдіть квадрат і куб числа $1\frac{3}{4}$.

• $\left(1\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4} = \frac{49}{16} = 3\frac{1}{16}$;

$$\left(1\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4} = \frac{343}{64} = 5\frac{23}{64}.$$



Усні вправи

395. Обчисліть:

а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}, \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7};$

б) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}, \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}, \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5};$

в) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7}, \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2};$

г) $\frac{7}{8} \cdot 4, \frac{9}{5} \cdot 10, \frac{3}{7} \cdot 6.$

396. Обчисліть, застосувавши розподільний закон множення:

а) $3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right), 5 \cdot \left(3 + \frac{2}{5}\right), 7 \cdot \left(1 + \frac{5}{7}\right);$

б) $\left(\frac{2}{5} + 3\right) \cdot 5, \left(2 + \frac{3}{4}\right) \cdot 4, \left(4 + \frac{1}{5}\right) \cdot 10;$

в) $1\frac{1}{5} \cdot 5, 2\frac{3}{8} \cdot 8, 6 \cdot 1\frac{1}{6}.$

397. Чи завжди від множення числа на правильний дріб число зменшується? Наведіть приклади.

398. Чи завжди від множення числа на неправильний дріб число збільшується? Наведіть приклади.



Рівень А

Обчисліть добутки (399–402).

399. а) $\frac{2}{5} \cdot \frac{10}{12};$ б) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5};$ в) $\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{7};$

г) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{10};$ р) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4};$ д) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}.$

400. а) $\frac{18}{25} \cdot \frac{5}{9};$ б) $\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{9};$ в) $\frac{25}{36} \cdot \frac{27}{50};$

г) $\frac{14}{15} \cdot \frac{45}{49};$ р) $\frac{9}{14} \cdot \frac{21}{29};$ д) $\frac{45}{52} \cdot \frac{13}{15}.$

401. а) $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3};$ б) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8};$ в) $1\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5};$

г) $2\frac{1}{5} \cdot \frac{10}{11};$ р) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7};$ д) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{10}.$

402. а) $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3}$; б) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2}$; в) $3\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{7}$;
 г) $12\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{5}$; р) $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{7}$; д) $1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{9}$.

Обчисліть значення виразів (403–408).

403. а) $\frac{7}{10} + \frac{7}{9} \cdot \frac{27}{35}$; б) $\frac{5}{14} + \frac{5}{8} \cdot \frac{16}{35}$;

в) $\frac{2}{3} + \frac{5}{27} \cdot \frac{9}{10}$; г) $\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15} - \frac{2}{7}$.

404. а) $\frac{5}{6} - \frac{6}{13} \cdot \frac{13}{18}$; б) $\frac{3}{4} - \frac{8}{17} \cdot \frac{51}{64}$;

в) $\frac{5}{12} - \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{16}$; г) $\frac{5}{8} \cdot \frac{6}{35} - \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{16}$.

405. а) $1 + \frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{6}$; б) $2 + \frac{3}{8} \cdot 16$; в) $1 + 2\frac{1}{3} \cdot 6$.

406. а) $5 - 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{13}$; б) $2 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$; в) $1 - \frac{9}{22} \cdot 1\frac{5}{6}$.

407. а) $\left(2\frac{13}{50} - 2\frac{1}{20}\right) \cdot 3\frac{4}{7}$; б) $\left(2\frac{3}{5} + 0,7\right) \cdot \frac{15}{22}$.

408. а) $\left(11\frac{1}{3} - 0,5\right) \cdot \frac{1}{13}$; б) $\left(20,6 - 8\frac{3}{4}\right) \cdot 8$.

409. Значення якого виразу більше:

а) $\frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16}$ чи $1\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{5}$; б) $\frac{9}{14} \cdot 0,6$ чи $\frac{6}{11} \cdot \frac{5}{7}$?

410. Пригадайте, що таке квадрат числа ($a^2 = a \cdot a$). Піднесіть до квадрата числа:

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{7}{10}$; $1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$.

411. Пригадайте, що таке куб числа ($a^3 = a \cdot a \cdot a$). Піднесіть до куба числа:

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$.

Обчисліть значення виразів (412–413).

412. а) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; б) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$; в) $\left(\frac{5}{8}\right)^2$; г) $\left(1\frac{1}{5}\right)^2$.



413. а) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$; б) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; в) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$; г) $\left(1\frac{1}{4}\right)^3$.

414. Що більше: сума чисел $\frac{3}{4}$ і $\frac{8}{8}$ чи їх добуток?

415. На скільки добуток чисел $3\frac{1}{5}$ і $\frac{1}{8}$ більший чи менший за їх різницю?

416. Знайдіть довжину ламаної, якщо довжина кожної з дванадцяти її ланок дорівнює $\frac{2}{3}$ дм.

417. Знайдіть периметр шестикутника, кожна сторона якого дорівнює $2\frac{2}{3}$ см.

418. Знайдіть площу квадрата, сторона якого дорівнює $\frac{7}{9}$ см.

419. Знайдіть площу прямокутника, сторони якого дорівнюють:

а) $\frac{5}{6}$ м і $\frac{3}{4}$ м; б) $3\frac{1}{2}$ дм і $2\frac{3}{4}$ дм; в) $1\frac{1}{7}$ м і 0,7 м.



Рівень Б

Виконайте дії (420–424).

420. а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{8}{21}$; б) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{25}$; в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{8}{9}$.

421. а) $1\frac{4}{11} \cdot 18\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$; б) $2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{11}{25}$;

в) $\frac{4}{13} \cdot 1\frac{7}{18} \cdot \frac{26}{15}$; г) $3\frac{1}{2} \cdot 12\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7}$.

422. а) $\left(1\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} + 25,7\right) \cdot \frac{10}{89}$; б) $\left(3\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} - 1,4\right) \cdot 25$.

423. а) $\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{15} + 0,3 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16}$; б) $\frac{8}{21} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{9}{16} - \frac{11}{13} \cdot \frac{26}{121}$.

424. а) $4\frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{15}{28}\right)$; б) $2,5 - \frac{21-8}{26} \cdot \frac{39}{17+2}$.

425. На скільки площа квадрата зі стороною a м більша за площу квадрата зі стороною b м, якщо $a = 3\frac{1}{2}$, $b = 2\frac{1}{2}$?

426. Знайдіть об'єм куба, ребро якого дорівнює:

- а) $\frac{1}{2}$ м; б) $1\frac{1}{3}$ см; в) $2\frac{2}{3}$ дм.

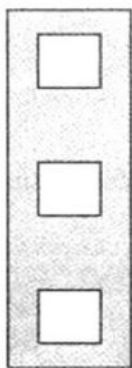
427. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого:

- а) $\frac{1}{2}$ м, $\frac{2}{3}$ м і $\frac{3}{5}$ м; б) $1\frac{3}{5}$ см, $2\frac{1}{2}$ см і $3\frac{1}{3}$ см.

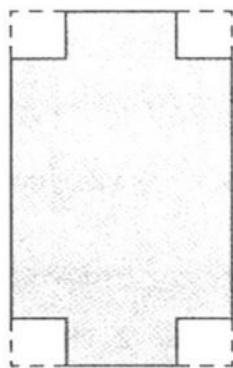
428. На скільки об'єм куба з ребром a м більший за об'єм куба з ребром b м, якщо $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$?

429. Із прямокутного листа жерсті розміром $2\frac{1}{4}$ м на $\frac{2}{3}$ м вирізали три однакові квадрати зі стороною $\frac{1}{3}$ м (мал. 28).

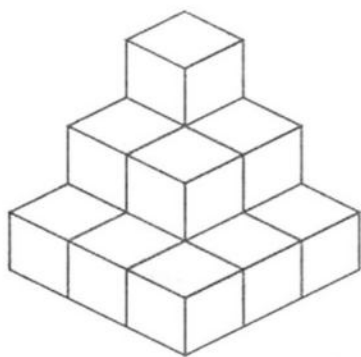
Чому дорівнює площа частини листа, що залишилася?



Мал. 28



Мал. 29



Мал. 30

430. Із прямокутного листа картону розміром $1\frac{1}{2}$ м на $\frac{4}{5}$ м при всіх його кутах вирізали рівні квадрати зі стороною $\frac{1}{5}$ м (мал. 29). Чому дорівнює площа частини листа, що залишилася?

431. Знайдіть об'єм фігури, зображеної на малюнку 30, складеної з однакових кубиків. Ребро кубика дорівнює $\frac{2}{3}$ дм.

Виконайте дії (432–434).

432. а) $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 0,8$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 2,7 - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

433. а) $\left(1,6 - \frac{2}{5}\right)^2 - 0,75 \cdot \frac{1}{3}$; б) $\left(\frac{3}{4} - 0,3\right)^2 - \left(1 - \frac{3}{7} \cdot 1\frac{3}{4}\right)^2$.

434. а) $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$; б) $1\frac{2}{9} - 0,3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3$.

435. Спростіть вираз:

а) $\frac{2}{3} \cdot 0,9x$; б) $\frac{5}{7} \cdot 1\frac{2}{5}a$; в) $\frac{4}{5} \cdot 0,25n$; г) $1\frac{1}{3} \cdot 0,75x$.

436. Обчисліть значення виразу:

а) $\frac{2}{5} \cdot 2,5x$, якщо $x = 2\frac{5}{7}$; б) $2 - 3,5 \cdot \frac{2}{7}a$, якщо $a = 1\frac{3}{8}$;

в) $1\frac{2}{3} \cdot 0,6x^2$, якщо $x = 0,2$.

437. Розв'яжіть рівняння:

а) $4\frac{3}{4} + x = 8 \cdot 2\frac{7}{8}$; б) $\frac{7}{8} + x = 5 \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{5}\right)$;

в) $0,125 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - x$; г) $x - 0,12 \cdot \frac{2}{5} = 4^2 \cdot 0,5$.



Вправи для повторення

438. Округліть десяткові дроби: 2,785; 14,007; 0,9876; 135,609:

а) до одиниць; б) до десятих; в) до сотих.

439. Знайдіть відстань між містами А і В, якщо на карті відстань між ними дорівнює 12 см, а масштаб карти 1 : 500 000.

440. Знайдіть три найменші натуральні значення x , які задовольняють нерівність $x > 13,9$.

441. Знайдіть усі натуральні числа, які задовольняють дві нерівності одночасно: $x < 54,2$ і $x > 49,8$.

442. Розв'яжіть рівняння:

а) $12,5x + 4,7 = 7,2$; б) $8 - 0,8x = 3$.

443*. За 10 яблук, 5 груш і 3 лимони заплатили 11 грн., за 10 яблук, 3 груші й 1 лимон – 7,8 грн., за 2 груші й 1 лимон – 2,2 грн. Скільки коштують окремо яблуко, груша і лимон?

§ 13. Ділення дробів

Ділити десяткові дроби ви вже вмієте. Знаєте, наприклад, що $0,35 : 0,5 = 0,7$, тобто $\frac{35}{100} : \frac{5}{10} = \frac{7}{10}$.

Порівняймо цю рівність із такою: $\frac{35}{100} \cdot \frac{10}{5} = \frac{7}{10}$.

Як бачимо, чи поділимо число на $\frac{5}{10}$, чи помножимо його на $\frac{10}{5}$, результати матимемо однакові. Виявляється, що подібна властивість зберігається, якщо ділити будь-яке число на будь-який дріб $\frac{m}{n}$. Завжди

$$a : \frac{m}{n} = a \cdot \frac{n}{m}.$$

Адже, поділити число a на $\frac{m}{n}$ — це означає знайти таке число, яке в добутку з $\frac{m}{n}$ дає a . А рівність $\left(a \cdot \frac{n}{m}\right) \cdot \frac{m}{n} = a$ правильна.

Дроби $\frac{m}{n}$ і $\frac{n}{m}$ називаються *взаємно оберненими*. Взагалі, два числа взаємно обернені, якщо їх добуток дорівнює 1. Взаємно оберненими є, наприклад, числа $\frac{1}{3}$ і 3, $\frac{12}{13}$ і $\frac{13}{12}$.

Із сказаного випливає таке правило.

Щоб поділити яке-небудь число на дріб, треба ділене помножити на число, обернене до дільника.

$$a : \frac{m}{n} = a \cdot \frac{n}{m}$$

$$\square : \frac{\square}{\square} = \square \cdot \frac{\square}{\square}$$



Приклади.

а) $\frac{7}{15} : \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot \cancel{3}}{15 \cdot 2} = \frac{7}{10}$;

б) $4 : \frac{2}{5} = 4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{20}{2} = 10$;

в) $\frac{8}{9} : 3 = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{8}{27}$;

г) $\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 3} = \frac{1}{3}$.

На 0 ділити не можна!



Дізнайтеся більше

Ділення можна позначити двокрапкою або дробовою рисою. Наприклад, частка $2 : 3$ і дріб $\frac{2}{3}$ позначають одне й те саме число. Так само вираз $3,5 : \left(2\frac{1}{2} - 1\right)$ можна записати у вигляді $\frac{3,5}{2\frac{1}{2} - 1}$.

Це – приклад *дробового виразу*. Його можна вважати і дробом, але не звичайним дробом. Чисельник і знаменник звичайного дробу – числа натуральні. А в розглядуваному дробі чисельник 3,5 і знаменник $2\frac{1}{2} - 1$ – числа не натуральні. Інші приклади дробових виразів:

$$4\frac{2}{3} + \frac{1}{2,6-2}; \quad \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}; \quad 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

Для обчислення значення таких дробових виразів спрощують їх чисельники і знаменники, замінюють дробові риси двокрапками і використовують інші властивості звичайних дробів. Наприклад,

а) $5\frac{3}{7} - \frac{2}{5,5-2} = 5\frac{3}{7} - \frac{2}{3,5} = \frac{38}{7} - \frac{4}{7} = \frac{34}{7} = 4\frac{6}{7}$;

б) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = 1 + \frac{1}{\frac{7}{3}} = 1 + 1 : \frac{7}{3} = 1 + \frac{3}{7} = 1\frac{3}{7}$.



Перевірте себе

1. Які числа називаються взаємно оберненими?
2. Сформулюйте правила ділення числа на дріб.
3. Чи можна число 0 ділити на дріб?
4. Чи можна який-небудь дріб ділити на 0?



Виконуємо разом

① Обчисліть значення виразу $2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{4}$.

- Замінімо мішані числа неправильними дробами:

$$2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{4} = \frac{7}{3} : \frac{21}{4} = \frac{7}{3} \cdot \frac{4}{21} = \frac{\cancel{7} \cdot 4}{3 \cdot \cancel{21}_{/3}} = \frac{4}{9}$$

- ② Площа прямокутника дорівнює 2 м^2 , а одна з його сторін $- 1\frac{2}{3} \text{ м}$. Знайдіть довжину другої сторони.

- $2 : 1\frac{2}{3} = 2 : \frac{5}{3} = 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \text{ (м)}$.



Усні вправи

444. Доведіть, що взаємно оберненими є числа:

а) $\frac{5}{6}$ і $\frac{6}{5}$; б) $\frac{7}{12}$ і $\frac{12}{7}$; в) $\frac{1}{5}$ і 5; г) 0,7 і $1\frac{3}{7}$.

445. Чи є взаємно оберненими числа:

а) $\frac{4}{5}$ і $\frac{5}{4}$; б) $\frac{10}{6}$ і $\frac{3}{5}$; в) $\frac{3}{18}$ і 6; г) $1\frac{2}{3}$ і $1\frac{3}{2}$?

446. Назвіть число, обернене до: $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{23}{18}$; $\frac{1}{13}$; 7.

Виконайте дії (447–449).

447. а) $\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$, $\frac{7}{4} : \frac{7}{4}$, $\frac{1}{2} : 0,5$; б) $\frac{3}{4} : 1$, $\frac{8}{7} : 1$, $1\frac{1}{3} : 1$;

в) $1 : \frac{2}{7}$, $1 : \frac{8}{9}$, $1 : \frac{7}{10}$; г) $0 : \frac{2}{5}$, $0 : \frac{10}{8}$, $0 : 3\frac{1}{5}$.

448. а) $\frac{1}{3} : 2$, $\frac{5}{6} : 3$, $\frac{4}{3} : 5$;

б) $\frac{6}{7} : 3$, $\frac{8}{9} : 4$, $\frac{5}{8} : 5$;

в) $\frac{14}{15} : 7$, $\frac{40}{13} : 8$, $\frac{18}{19} : 9$;

г) $1\frac{1}{3} : \frac{4}{3}$, $1\frac{2}{5} : \frac{7}{5}$, $\frac{8}{3} : 2\frac{2}{3}$.

449. а) $\frac{4}{5} : \frac{2}{5}$, $\frac{6}{7} : \frac{3}{7}$, $\frac{4}{9} : \frac{1}{9}$;

б) $\frac{6}{11} : \frac{3}{11}$, $\frac{12}{13} : \frac{4}{13}$, $\frac{16}{17} : \frac{8}{17}$;

в) $\frac{1}{7} : \frac{1}{5}$, $\frac{1}{13} : \frac{1}{8}$, $\frac{3}{7} : \frac{3}{4}$;

г) $\frac{2}{5} : 0,4$, $\frac{3}{5} : 0,6$, $1,5 : \frac{3}{2}$.



Рівень А

Виконайте ділення (450–454).

450. а) $\frac{6}{13} : \frac{9}{26}$;

б) $\frac{7}{44} : \frac{21}{22}$;

в) $\frac{15}{16} : \frac{25}{64}$;

г) $\frac{76}{77} : \frac{38}{99}$.

451. а) $56 : \frac{4}{9}$;

б) $87 : \frac{29}{30}$;

в) $56 : \frac{7}{11}$;

г) $39 : \frac{13}{35}$.

452. а) $\frac{12}{13} : \frac{2}{39}$;

б) $\frac{15}{8} : \frac{3}{40}$;

в) $\frac{24}{25} : \frac{8}{35}$;

г) $\frac{16}{21} : \frac{24}{35}$.

453. а) $4\frac{5}{8} : 37$;

б) $1\frac{5}{13} : 6$;

в) $5\frac{5}{11} : 30$;

г) $3\frac{1}{16} : 49$.

454. а) $\frac{6}{65} : 1\frac{5}{13}$;

б) $\frac{7}{9} : 2\frac{1}{3}$;

в) $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$;

г) $9\frac{4}{5} : 4\frac{2}{3}$.

Обчисліть значення виразів (455–456).

455. а) $\frac{16}{17} : \frac{8}{51} - \frac{3}{4}$;

б) $\frac{24}{25} : \frac{12}{15} - \frac{4}{5}$.

456. а) $\left(2\frac{3}{8} - \frac{1}{8}\right) : 2\frac{1}{2}$;

б) $\left(3\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right) : 1\frac{7}{9}$.

Розв'яжіть рівняння (457–460).

457. а) $\frac{8}{19}x = \frac{3}{38}$;

б) $\frac{8}{27}x = \frac{2}{81}$.

458. а) $4\frac{1}{2}x = \frac{9}{16}$;

б) $\frac{2}{9}x = 3\frac{1}{3}$.

459. а) $x : \frac{2}{7} = \frac{7}{10}$;

б) $\frac{4}{11} : x = \frac{16}{33}$.

460. а) $x : 3\frac{2}{3} = 1\frac{4}{11}$;

б) $8\frac{1}{6} : x = \frac{49}{54}$.



461. Заповніть таблицю.

| | | | | | | |
|---------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|-----------------|
| a | 1 | 2 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{7}{8}$ | $\frac{2}{11}$ | $9\frac{1}{9}$ |
| b | $\frac{2}{3}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{7}{16}$ | 4 | $\frac{41}{45}$ |
| $a : b$ | | | | | | |

462. Чи правильно, що число збільшиться, якщо поділити його на правильний дріб? Наведіть приклади.

463. Який вираз має більше значення:

а) $\frac{3}{5} : \frac{1}{2}$ чи $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$;

б) $\frac{6}{7} : \frac{3}{2}$ чи $\frac{6}{7} \cdot \frac{3}{2}$;

в) $19 : \frac{38}{45}$ чи $16 : \frac{24}{31}$;

г) $2\frac{3}{5} : 1,3$ чи $3,2 : 1\frac{3}{5}$?

464. Поділіть $\frac{12}{13}$ м на 2, 3, 4, 5 і 6 рівних частин.465. Поділіть $1\frac{5}{12}$ год на 2, 3, 4, 5 і 6 рівних частин.466. Дріт завдовжки $14\frac{1}{2}$ м розрізали на 3 рівні частини.

Знайдіть довжину однієї частини.

467. Торт, маса якого дорівнює 0,8 кг, розрізали на 6 рівних частин. Знайдіть масу однієї частини торта.

468. Знайдіть довжину сторони квадрата, периметр якого дорівнює $\frac{6}{11}$ м.

Рівень Б

Виконайте дії (469–471).

469. а) $3 - \frac{7}{8} : 2$;

б) $1\frac{1}{4} - \frac{3}{7} : \frac{1}{2}$.

470. а) $\frac{5}{12} : 5 + \frac{1}{6} : 2$;

б) $\frac{8}{13} : 4 - \frac{3}{13} : 2$.

471. а) $2\frac{2}{3} : \frac{4}{9} + 1\frac{17}{18} : \frac{7}{9}$;

б) $4\frac{2}{3} : \frac{14}{15} - 2\frac{8}{21} : \frac{4}{7}$.

472. Знайдіть число, обернене:

а) до суми чисел $\frac{2}{3}$ і $\frac{1}{4}$; б) до їх різниці;

в) до їх добутку; г) до їх частки.

473. Знайдіть частку від ділення суми чисел $\frac{5}{12}$ і $\frac{3}{8}$ на їх різницю.

474. Знайдіть частку від ділення добутку чисел $\frac{1}{7}$ і $\frac{7}{8}$ на їх суму.

475. Обчисліть значення виразу:

а) $2x - 0,4$, якщо $x = \frac{5}{6}$; б) $\frac{4}{5}a + \frac{1}{3}$, якщо $a = \frac{3}{2}$;

в) $x^2 + 0,3$, якщо $x = \frac{1}{3}$; г) $2c^2 - c$, якщо $c = \frac{2}{3}$.

476. Виконайте дії:

а) $1\frac{1}{6} - \frac{5}{18} : 5 + 4,5 : \frac{1}{2}$; б) $1 : 1,2 + \frac{5}{3} \cdot \left(3,7 - 1\frac{4}{5}\right)$;

в) $\left(1,75 - 1\frac{1}{8} + \frac{1}{2}\right) : \frac{9}{16} + \frac{2}{3}$; г) $\left(2\frac{4}{5} + 2,5\right) : \left(1,35 - \frac{8}{15}\right)$.

477. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{1}{4}x = 1\frac{3}{4} - 0,5$; б) $x : \frac{3}{14} = \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{3}$;

в) $\frac{3}{7} : x = 3\frac{3}{4} : 0,5 - 6\frac{1}{2}$; г) $\left(\frac{1}{4}x - 1\frac{1}{4}\right) : \frac{2}{3} = 9$.

478. Обчисліть значення виразу:

а) $\frac{3}{5} : \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 1,6$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{5}{6} + 0,6$;

в) $0,5 : \frac{1}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \frac{4}{9}$; г) $\frac{1}{5} : \left(\frac{2}{5}\right)^3 - \frac{1}{4} : 0,25$.

479. Знайдіть довжину сторони квадрата, якщо вона менша від периметра цього квадрата на $1\frac{1}{5}$ м.

480. Периметр шестикутника, всі сторони якого рівні, дорівнює $4\frac{1}{2}$ м. Знайдіть довжину його сторони.

481. Площа прямокутника дорівнює $\frac{8}{15}$ дм², а одна з його сторін — $\frac{2}{3}$ дм. Знайдіть довжину другої сторони.

482. Периметр прямокутника дорівнює 10 м. Знайдіть довжини його сторін, якщо одна з них на $\frac{1}{3}$ м довша за іншу.

483. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 1 дм³, а довжини його двох ребер — $\frac{7}{8}$ дм і $\frac{4}{5}$ дм. Знайдіть довжину третього його ребра.

484. Заповніть вільні клітинки квадрата, зображеного на малюнку 31, так, щоб добутки чисел кожного рядка, кожного стовпчика і діагоналей дорівнювали один одному.

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| $\frac{1}{32}$ | | |
| | $\frac{1}{16}$ | |
| $\frac{1}{2}$ | | $\frac{1}{8}$ |

а

| | | |
|---------------|---|---------------|
| $\frac{1}{8}$ | | $\frac{1}{2}$ |
| | 1 | |
| | | |

б

Мал. 31

485. Задача-жарт. Якщо о $23\frac{1}{2}$ год йде дощ, то чи можна сподіватися, що через $23\frac{1}{2}$ год буде сонячна погода?



Вправи для повторення

486. Поїзд рухається зі швидкістю 65 км/год. Яку відстань він пройде за 3,4 год? За скільки годин він пройде 195 км?

487. Автомобіль за 2,5 год проходить 175 км. За скільки годин він пройде 315 км?

488. Знайдіть сторони трикутника, якщо одна з них більша від другої на 4 м і менша від третьої на 4 м, а від периметра менша на 36 м.

489. Знайдіть кути трикутника, якщо один із них більший від другого на 10° і менший від третього на 40° .

490. На скільки довжина прямокутника більша від його ширини, якщо ширина дорівнює 45 см, а площа його – 27 дм^2 ?

491*. Скільки років Максимові, якщо 3 роки тому він був старшим від сестрички у 7 разів, а в минулому році – лише в 3 рази?

492*. У класі – 30 учнів. Із них 18 тренуються в секції легкої атлетики, 10 – у секції плавання, 3 – в обох секціях.

Скільки учнів класу не відвідують жодної із цих секцій?

§14.

Задачі на множення і ділення дробів

Множенням на дріб найчастіше розв'язують задачі на знаходження частини числа (дробу від числа або відсотків від числа). Обернені їм задачі (на знаходження числа за відомою його частиною або за відсотками) розв'язують діленням. Усі ці види задач розглядалися у 5-му класі для випадку десяткових дробів. Так само можна розв'язувати подібні задачі і стосовно звичайних дробів.

Задача. У книжці 200 сторінок. Учень прочитав $\frac{2}{5}$ книжки. Скільки сторінок прочитав учень?

Розв'язання. $200 \cdot \frac{2}{5} = 80$.

Відповідь. Учень прочитав 80 сторінок.

У цій задачі 200 – дане число, 80 – його частина, яка відповідає дробу $\frac{2}{5}$.

Дріб від числа знаходять множенням.

$$\frac{m}{n} \text{ від } a \text{ дорівнює } a \cdot \frac{m}{n}.$$



Обернена задача. Учень прочитав 80 сторінок, які становлять $\frac{2}{5}$ усієї книжки. Скільки всього сторінок у книжці?

Розв'язання. Нехай у книжці x сторінок. Тоді

$$x \cdot \frac{2}{5} = 80, \quad x = 80 : \frac{2}{5}, \quad x = 200.$$

Відповідь. У книжці 200 сторінок.



**Число за відомим дробом
знаходять діленням.**

Якщо $\frac{m}{n}$ від x дорівнює c , то $x = c : \frac{m}{n}$.

Розглянуті задачі найпростіші. Їх можна розв'язати однією дією. Деяко складнішою є, наприклад, така задача.

Задача. У книжці 200 сторінок. Учень прочитав $\frac{2}{5}$ книжки. Скільки сторінок йому ще залишилося прочитати?

Розв'язання. Розглянемо два способи.

Перший спосіб.

1) Скільки сторінок учень прочитав?

$$200 \cdot \frac{2}{5} = 80.$$

2) Скільки сторінок залишилося прочитати?

$$200 - 80 = 120.$$

Другий спосіб.

1) Яку частину книжки залишилося прочитати?

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

2) Скільки сторінок залишилося прочитати?

$$200 \cdot \frac{3}{5} = 120.$$

Відповідь. Залишилося прочитати 120 сторінок.



Дізнайтеся більше

Подібні до розглянутих і задачі на відсотки. Розв'язуючи такі задачі, відсотки слід замінити дробами.

Задача. Площа поля становить 300 га. За перший день комбайнери скошили 28 % цієї площі. Скільки гектарів їм залишилося скошити?

Розв'язання. Розглянемо два способи.

Перший спосіб.

$$300 \cdot \frac{28}{100} = 84 \text{ (га)}, \quad 300 - 84 = 216 \text{ (га)}.$$

Другий спосіб.

$$100\% - 28\% = 72\%, \quad 300 \cdot \frac{72}{100} = 216 \text{ (га)}.$$

Відповідь. 216 га.



Перевірте себе

1. Як знайти половину числа? А третину числа?
2. Як знайти дріб від числа?
3. Як знайти число, знаючи його половину?
4. Як знайти число за відомим значенням його дробу?



Виконуємо разом

① Із двох міст назустріч один одному одночасно виїхали два автомобілі. Вони рухалися зі швидкостями 60 км/год і 75 км/год і зустрілися через $1\frac{1}{3}$ год. Знайдіть відстань між містами.

◆ *Перший спосіб.* За $1\frac{1}{3}$ год один автомобіль проїде

$$60 \cdot 1\frac{1}{3} = 80 \text{ (км)}, \quad \text{а другий} - 75 \cdot 1\frac{1}{3} = 100 \text{ (км)},$$

$$80 \text{ км} + 100 \text{ км} = 180 \text{ км}.$$

Другий спосіб. За 1 год автомобілі зближалися на

$$60 \text{ км} + 75 \text{ км} = 135 \text{ км}. \quad 135 \cdot 1\frac{1}{3} = 180 \text{ (км)}.$$

Відповідь. 180 км.

② Один трактор може зорати поле за 20 год, другий – за 30 год. За скільки годин вони можуть зорати це поле, працюючи разом?

● Перший трактор за 1 год може зорати $\frac{1}{20}$ частину поля,

другий $-\frac{1}{30}$ частину поля, а разом $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ частини. Все поле вони можуть зорати разом за 12 год, оскільки $1 : \frac{1}{12} = 12$ (год).

Задачі такого типу називають *задачами на спільну роботу*.

③ На лінію вийшло 35 автобусів, що становить 70 % усіх автобусів у парку. Скільки в автопарку автобусів?

• $70\% = 0,7$. Якщо всього автобусів x , то $0,7x = 35$, $x = 35 : 0,7 = 50$.

Відповідь. 50 автобусів.



Усні вправи

493. Скільки копійок становлять $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}$ гривні?

494. Скільки кілограмів становлять $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}$ тонни?

495. Скільком метрам дорівнюють $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{4}{5}$ кілометра?

496. Скільки хвилин становлять $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$ години?



Рівень А

497. Знайдіть:

а) $\frac{3}{7}$ від 350 кг; б) $\frac{3}{5}$ від 15 м; в) $\frac{5}{12}$ від 24 год.

498. У селі 120 будинків, $\frac{2}{3}$ із них – цегляні. Скільки цегляних будинків у селі?

499. Діти зібрали 130 грибів, із них $\frac{3}{13}$ – білі. Скільки білих грибів зібрали діти?

500. У шкільній бібліотеці всього 2500 книг, $\frac{2}{5}$ із них – підручники. Скільки підручників у шкільній бібліотеці?
501. Чебурашка подарував крокодилу Гені 18 порцій морозива, $\frac{2}{9}$ із них – ескімо. Скільки ескімо подарував Чебурашка?
502. Учні посадили біля школи 140 кущів, із них $\frac{2}{7}$ – кущі троянди. Скільки кущів троянди посадили учні?
503. Периметр трикутника дорівнює 240 см. Знайдіть його основу, якщо вона становить $\frac{5}{12}$ периметра.
504. Діти мали 30 грн., $\frac{1}{5}$ цих грошей вони витратили на цукерки. Скільки грошей залишилося?
505. Робітник мав виготовити 200 деталей, а виготовив $\frac{3}{4}$ запланованої кількості. Скільки деталей йому залишилося зробити?
506. Від стометрового мотка дроту відрізали $\frac{2}{5}$ його. Скільки метрів дроту залишилося в мотку?
507. Автомобіль за годину проходить 72 км. Скільки кілометрів він проходить за $\frac{1}{3}$ год; за $\frac{5}{6}$ год; за 1 хв; за 15 хв?
508. Площа одного поля становить 27 га, а другого – у $2\frac{1}{3}$ раз більше. Знайдіть площу другого поля.
509. Обчисліть висоту гори Ай-Петрі, знаючи, що вона становить $\frac{3}{5}$ висоти Говерли, а висота Говерли дорівнює 2060 м.
510. Вартість однієї книжки становить $\frac{3}{2}$ вартості другої. Скільки коштують ці дві книжки, якщо дешевша з них коштує 3,2 грн.?

511. Одна бригада може заасфальтувати дорогу за 6 тижнів, друга – за 3 тижні. За скільки тижнів заасфальтують цю дорогу обидві бригади, працюючи разом?

512. Майстер може виконати певну роботу за півгодини, а учень – за 70 хв. За який час вони зможуть виконати її, працюючи разом?

513. Скільки градусів становлять $\frac{3}{5}$ прямого кута (мал. 32)?

514. На скільки градусів $\frac{5}{9}$ розгорнутого кута більші за $\frac{5}{9}$ прямого?

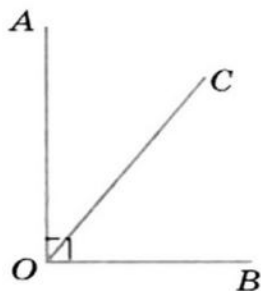
515. $\frac{2}{5}$ сплаву становить мідь. Скільки міді в 35 кг такого сплаву?

516. $\frac{3}{25}$ маси розчину становить сіль. Скільки солі міститься в 5 кг такого розчину?

517. Телевізор коштує 1080 грн., а відеомагнітофон – $\frac{1}{4}$ ціни телевізора. У скільки разів відеомагнітофон дешевший від телевізора?

518. Комп'ютер коштує 3000 грн., принтер – $\frac{2}{15}$ його ціни, а сканер – $\frac{4}{5}$ ціни принтера. Скільки коштують усі ці речі разом?

519. На скільки третина числа 120 менша від його половини?



Мал. 32



Рівень Б

520. На скільки $\frac{3}{5}$ числа $\frac{2}{3}$ більші від $\frac{3}{20}$?

521. На скільки $\frac{3}{5}$ числа $\frac{2}{3}$ більші від $\frac{3}{20}$ його?

522. З одного села одночасно і в одному напрямі виїхали два велосипедисти зі швидкостями 12 км/год і 14 км/год. Яка відстань між ними буде через $\frac{1}{4}$ год? А через $1\frac{3}{4}$ год?

523. Два поїзди рухаються назустріч один одному зі швидкостями 60 км/год і 56 км/год. Відстань між ними дорівнює 85 км. Якою буде відстань між поїздами через $\frac{1}{4}$ год?

А через $\frac{3}{8}$ год?

524. Мотоцикліст наздоганяє велосипедиста. Вони їдуть зі швидкостями 36 км/год і 14 км/год. Відстань між ними – 25 км. Якою буде відстань між ними через $\frac{10}{11}$ год?

525. Швидкість катера у стоячій воді 18 км/год, а швидкість течії річки $1\frac{2}{3}$ км/год. Скільки кілометрів за півтори години проходить цей катер проти течії?

526. Катер ішов $\frac{3}{5}$ год за течією і $1\frac{1}{2}$ год проти течії річки.

Яку відстань він пройшов за весь цей час, якщо швидкість катера в стоячій воді 24 км/год, а швидкість течії $2\frac{1}{2}$ км/год?

527. Знайдіть число:

а) $\frac{2}{3}$ якого становлять 35 % від 60;

б) $\frac{3}{5}$ якого становлять 12 % від 0,5.

528. Однією сівалкою можна засіяти поле за 26 год, другою – за 39, третьою – за 52 год. За скільки годин засіють це поле всі три сівалки, працюючи разом?

529. Дві бригади, працюючи разом, виконують певне завдання за 20 робочих днів, перша бригада – за 36 робочих днів. За який час це завдання могла б виконати друга бригада?

530. Периметр прямокутника дорівнює $1\frac{1}{2}$ м. Знайдіть довжину його основи, яка у 2 рази довша за висоту прямокутника.

531. На скільки $6\frac{1}{2}$ % числа 3000 більші за $2\frac{1}{6}$ % цього числа?

532. В учня було 6 грн. $20\frac{2}{3}\%$ грошей він заплатив за обід. Скільки грошей залишилося в учня?

533. Морська вода містить $3\frac{2}{5}\%$ солі. Скільки розчинено солі в 10 кг морської води?

534. Сторона квадрата дорівнює 5 дм. Як зміниться його площа, якщо кожен його сторону збільшити на $\frac{1}{5}\%$?

535. Товар коштує 350 грн. Скільки він коштуватиме після того, як його вартість:

- а) збільшиться на $3\frac{1}{2}\%$; б) зменшиться на $5\frac{1}{5}\%$?

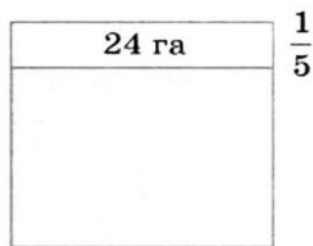
536. Ширина прямокутника дорівнює 36 см, що становить $\frac{4}{7}$ його довжини. Знайдіть площу прямокутника.

537. Довжина прямокутника дорівнює 49 см, що становить $\frac{7}{5}$ його ширини. Знайдіть периметр прямокутника.

538. За перший день комбайнер скосив 24 га пшениці, що становить $\frac{1}{5}$

частину пшеничного поля (мал. 33). Скільки на цьому полі залишилося ще нескошеної пшениці?

539. Магазин продав 870 кг картоплі, що становить 60% від усієї завезеної картоплі. Скільки непроданої картоплі залишилося в магазині?



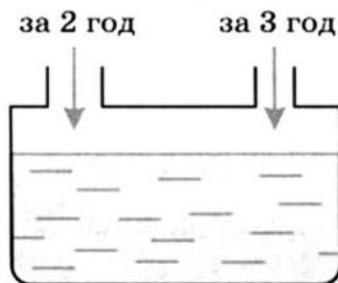
Мал. 33

540. Після того як учень витратив $\frac{2}{9}$ усіх своїх грошей, у нього залишилося 2,1 грн. Скільки грошей було в учня спочатку?

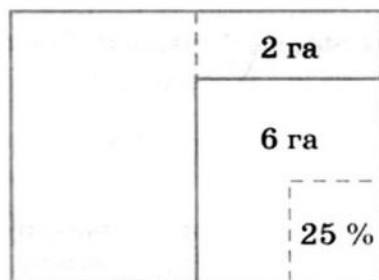
541. Проїхавши $\frac{2}{5}$ відстані від пункту А до В, водій підрахував, що їхати йому до В залишилося на 52 км більше, ніж він уже проїхав. Знайдіть відстань між пунктами А і В.

542. Один кухар може зліпити 100 вареників за 40 хв, а другий – за 1 год. За який час можуть зліпити 100 вареників обидва кухарі, працюючи разом?

543. Через одну трубу резервуар може наповнитися за 2 год, а через другу – за 3 год (мал. 34). За скільки годин наповниться резервуар, якщо відкрити обидві труби?
544. Після того як тракторист зорав 12 % усього поля, незораним залишилося 110 га. Знайдіть площу всього поля.
545. Під час варіння м'ясо втрачає приблизно 36 % своєї маси. Скільки треба взяти сирого м'яса, щоб мати 1 кг вареного?
546. Під час сушіння сливи втрачають 88 % своєї маси. Скільки треба взяти свіжих слив, щоб отримати 30 кг сушених?
547. Ощадний банк сплачує своїм вкладникам 12 % річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік отримати 162 грн. прибутку?
548. Автобуси становлять 30 % усіх машин автопарку, вантажні машини – 40 % решти. Інші 42 машини – легкові. Скільки всього машин в автопарку?
549. Один тракторист зорав 40 % поля, другий – 35 % поля, третій – решту 90 га. Знайдіть площу всього поля.
550. Після того як ціну на телевізор знизили на 15 %, він став коштувати 850 грн. Скільки коштував цей телевізор до зниження ціни?
551. Спочатку товар коштував 180 грн. Через деякий час його ціну підвищили на 20 %, а потім знизили на 10 %. Якою стала ціна товару після цих двох переоцінок?
552. Бригада косарів за перший день скосила половину луки і ще 2 га, а за другий – 25 % частини, що залишилася, і решту 6 га. Знайдіть площу луки. Skorиставшись малюнком 35, розв'яжіть задачу усно.



Мал. 34



Мал. 35

553. Один комбайнер скошив 30 % пшеничного поля, другий – 40 % решти, а третій – на 28 га більше, ніж другий. Знайдіть площу всього поля.



Вправи для повторення

554. Порівняйте числа:

а) $0,3$ і $\frac{1}{3}$; б) $0,35$ і $\frac{3}{5}$; в) $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{4}$.

555. Обчисліть:

а) $\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$; б) $\frac{1}{3} + 0,35$; в) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$.

556. Розв'яжіть рівняння:

а) $2,4x + 1,8 = 7,8$; б) $35,7 - 4x = 0,1$.

557. Запишіть у вигляді десяткового дробу: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{20}$.

558. На скільки сума чисел $3,89$ і $2,98$ більша за їх різницю?

559. На скільки сума чисел $0,2$ і $0,3$ більша за суму їх квадратів?

560. На скільки квадрат суми чисел $1,5$ і $0,6$ більший за суму їх квадратів?

561. У скільки разів площа квадрата зі стороною $1,5$ см менша за площу квадрата зі стороною 15 см?

§15.

Перетворення звичайних дробів у десяткові

Як перетворювати десяткові дробу у звичайні, ви вже знаєте. А як перетворювати звичайні дробу у десяткові?

З того, що дріб $\frac{a}{b}$ – це частка $a : b$, впливає таке правило перетворення звичайного дробу в десятковий.

Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, досить його чисельник поділити на знаменник.



Перетворимо, наприклад, у десятковий дріб $\frac{7}{25}$. Поді-

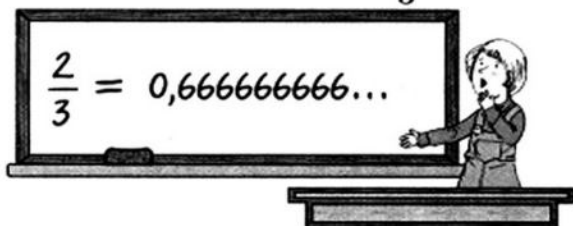
ливши 7 на 25 , дістанемо $0,28$. Отже, $\frac{7}{25} = 0,28$.

Можна діяти інакше: домножити чисельник і знаменник даного дроби на таке число, щоб знаменник став числом, записаним одиницею з нулями. Наприклад,

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15.$$

Інший приклад: $\frac{1}{40} = \frac{1 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{25}{1000} = 0,025.$

Не кожний звичайний дріб можна перетворити в десятковий. Спробуємо, наприклад, перетворити в десятковий дріб $\frac{2}{3}$. Ділити 2 на 3 можна без кінця, бо остача 2 періодично повторюється. У результаті отримуємо *нескінченний періодичний десятковий дріб*. $\frac{2}{3} = 0,666666666\dots$ (мал. 36).



Мал. 36

Нескінченний періодичний десятковий дріб 0,6666... коротше записують так: 0,(6). Читають: «0 цілих 6 у періоді». А нескінченний періодичний десятковий дріб 1,23333... записують 1,2(3) і читають: «1 ціла 2 десятих до періоду 3 в періоді». Цифру або групу цифр, які повторюються, називають *періодом* періодичного десяткового дроби.

Виконувати дії над нескінченними десятковими дробами незручно, тому їх округлюють, відкидаючи «хвости цифр». Докладніше про це – у наступному параграфі.

Як дізнатися, чи перетворюється даний звичайний дріб у десятковий чи в нескінченний десятковий дріб? Якщо він скоротний, то спочатку його слід скоротити. Якщо розклад знаменника нескоротного дроби містить лише прості множники 2 і 5, то такий звичайний дріб перетвориться у скінченний десятковий дріб. Бо члени цього дроби можна помножити на таке число, що знаменником стане число, записане одиницею з нулями. Наприклад,

$$\frac{3}{50} = \frac{3}{2 \cdot 5^2} = \frac{3 \cdot 2}{2^2 \cdot 5^2} = \frac{6}{100} = 0,06.$$

Якщо в розкладі на прості множники знаменника нескоротного дробу є прості множники, відмінні від 2 і 5, то такий дріб перетвориться на нескінченний періодичний десятковий дріб.



Дізнайтеся більше

Нескінченні періодичні десяткові дроби бувають двох видів: чисті і мішані. Чисті – ті, в яких період починається відразу після коми, наприклад $0,3333\dots$ або $21,424242\dots$.

Дробова частина чистого нескінченного періодичного десяткового дробу дорівнює звичайному дробу, в якому чисельник дорівнює періоду, а знаменник – числу, записаному стількома дев'ятками, скільки цифр у періоді. Наприклад,

$$0,3333\dots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}; \quad 21,45454545\dots = 21\frac{45}{99} = 21\frac{5}{11}.$$

Докладніше нескінченні періодичні десяткові дроби вивчають у старших класах.



Перевірте себе

1. Як перетворити десятковий дріб у звичайний?
2. Як перетворити звичайний дріб у десятковий?
3. Чи кожний звичайний дріб можна перетворити у скінченний десятковий дріб?
4. Які звичайні дроби перетворюються у скінченні десяткові дроби?
5. Чи кожний звичайний дріб перетворюється у скінченний десятковий або в нескінченний періодичний десятковий дріб?
6. Що таке період нескінченного періодичного десяткового дробу?



Виконуємо разом

- ① Перетворіть у десятковий дріб $\frac{13}{50}$.

• Перший спосіб. $13 : 50 = 0,26$.

Другий спосіб. $\frac{13}{50} = \frac{13 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{26}{100} = 0,26.$

② Запишіть у вигляді десяткового дробу число $3\frac{7}{40}.$

• Перший спосіб. Поділимо 7 на 40. $7 : 40 = 0,175.$

Тому $3\frac{7}{40} = 3,175.$

Другий спосіб. $\frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 25}{8 \cdot 5 \cdot 25} = \frac{175}{1000} = 0,175.$

Тому $3\frac{7}{40} = 3,175.$



Усні вправи

562. Прочитайте числа: 0,7; 2,(3); 0,(21); 4,2(6); 3,45(61).

563. Які зі звичайних дробів $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{26}{25}, \frac{3}{16}$ перетворюються у скінченні десяткові дроби, а які – у нескінченні періодичні?

564. Які з мішаних чисел $3\frac{1}{2}, 2\frac{3}{5}, 12\frac{1}{4}, 4\frac{1}{3}, 2\frac{5}{6}, 1\frac{1}{7}$ перетворюються у скінченні десяткові дроби, а які – у нескінченні періодичні?



Рівень А

565. Запишіть звичайним дробом число:

0,5; 0,13; 0,39; 1,2; 2,75; 12,3; 3,08; 11,11.

Перетворіть у десяткові дроби (566–569).

566. $\frac{3}{10}; \frac{17}{10}; \frac{9}{100}; \frac{103}{100}; \frac{5}{1000}; \frac{7}{20}; \frac{3}{50}; \frac{17}{50}.$

567. $\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{3}{5}; \frac{3}{2}; \frac{7}{2}; \frac{2}{4}; \frac{15}{25}; \frac{18}{12}; \frac{10}{25}; \frac{4}{8}.$

568. $1\frac{1}{2}; 2\frac{1}{5}; 3\frac{2}{5}; 1\frac{3}{4}; 4\frac{1}{25}; 1\frac{3}{55}; 5\frac{1}{8}; 7\frac{3}{8}.$

569. $\frac{3}{6}; \frac{6}{15}; \frac{9}{12}; \frac{9}{18}; \frac{9}{6}; \frac{18}{15}; \frac{45}{36}; \frac{14}{35}; 2\frac{3}{6}.$



Виконайте дії в десяткових дробах (570–572).

570. а) $\frac{1}{4} + 0,75$; б) $\frac{3}{5} + 0,4$; в) $\frac{1}{5} + 0,8$.

571. а) $3\frac{1}{2} - 0,5$; б) $4\frac{2}{5} - 0,2$; в) $5,3 - 2\frac{1}{5}$.

572. а) $\frac{7}{20} + 1,05$; б) $2,4 - \frac{3}{25}$; в) $4,125 - 2\frac{1}{8}$.

573. Довжина прямокутника становить $2\frac{1}{4}$ м, а ширина –

на 1,5 м менша. Знайдіть периметр прямокутника.

574. Швидкість катера у стоячій воді дорівнює 27,5 км/год, швидкість течії річки – $2\frac{3}{5}$ км/год. Знайдіть швидкість

катера за течією річки і проти течії.

575. Знайдіть півсуму чисел:

а) $3,4$ і $\frac{3}{5}$; б) $0,02$ і $\frac{9}{50}$.



Рівень Б

576. Запишіть десятковим дробом число:

а) $3\frac{7}{25}$; б) $12\frac{1}{16}$; в) $\frac{126}{125}$; г) $\frac{17}{32}$.

577. Запишіть у вигляді нескінченного десяткового дробу:

а) $\frac{4}{15}$; б) $\frac{11}{12}$; в) $\frac{25}{24}$; г) $1\frac{1}{18}$.

578. Знайдіть півсуму чисел:

а) $1\frac{3}{4}$ і $2,25$; б) $2\frac{1}{8}$, $3\frac{3}{4}$ і $5,125$.

579. Знайдіть середнє арифметичне чисел:

а) $4,25$ і $2\frac{1}{4}$; б) $3\frac{2}{5}$, $2\frac{3}{20}$ і $1,15$.

580. На скільки сума чисел $3\frac{7}{8}$ і $2,25$ більша за їх піврізницю?

581. Шнур завдовжки $3\frac{5}{6}$ м розрізали на дві частини так, що одна виявилася на півметра довшою за другу. Знайдіть довжину довшої частини.

582. З пунктів А і В, відстань між якими $9\frac{3}{4}$ км, одночас-

но назустріч один одному вийшли два пішоходи і зустрілися через 40 хв. Знайдіть швидкість одного з них, якщо швидкість другого дорівнює 5,1 км/год.

583*. Перетворіть у звичайний дріб нескінченний періодичний десятковий дріб:

- а) 0,(4); б) 3,(8); в) 0,(21); г) 8,0(3).



Вправи для повторення

584. Порівняйте значення виразів $(3,7 - 1,5) : 4,4$ і $16 - 1,3^2$.

585. Розв'яжіть рівняння:

- а) $2,5x = 4,8$; б) $43 - 2,4x = 13$; в) $x : 2,5 = 1,4$.

586. Знайдіть значення виразу $a + 1 : a$, якщо $a = 4$; $a = 0,25$.

587. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 63 см. Знайдіть його основу, якщо вона на 3 см довша за бічну сторону.

588. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 40 см. Знайдіть його бічну сторону, якщо вона на 5 см довша за основу.

589. Знайдіть міри кутів трикутника, якщо один із них дорівнює сумі двох інших і на 30° більший від третього.

590. Комп'ютер коштує 1500 грн. Скільки він коштуватиме, якщо ціна знизиться на 10 %?

591*. Жоден із трьох годинників, зображених на малюнку 37, не йде точно. Один відстає на півгодини, другий спішить на 40 хв, а третій давно не працює. Котра тепер година?



Мал. 37

Наближені значення та дії над ними

Скільки людей живе в Києві? Назвати точну кількість мешканців Києва не можна, бо кожного дня сотні людей приїзять, сотні від'їжджають, хтось народжується, а хтось помирає. Нині в Києві мешкає приблизно 2,6 млн людей. І коли вимірюють довжини, площі, об'єми, температуру, час, швидкості та інші величини, то їх значення теж наближені. І коли округлюють нескінченні десяткові дробі, також отримують їх *наближені значення*.

Наприклад, знаючи, що $\frac{2}{3} = 0,6666 \dots$, пишуть $\frac{2}{3} \approx 0,667$.

Тут 0,667 – *десятькове наближення* числа $\frac{2}{3}$ до тисячних.

Подібні наближені значення величин (наближені числа) доводиться додавати, віднімати, множити, ділити. Зрозуміло, що й результати таких дій наближені.

Виконуючи дії над наближеними числами, бажано дотримуватися певних правил. Найпростіші з них – правила підрахунку цифр. У них ітиметься про десяткові знаки і значущі цифри.

Десятковими знаками числа називають усі його цифри, що стоять праворуч від десяткової коми. *Значущі цифри* числа – усі його цифри, крім нулів зліва, а також крім нулів справа, які поставлено замість цифр, відкинутих при округленні. Наприклад, у числі 0,00476 – п'ять десяткових знаків і три значущі цифри. Коли пишуть, що діаметр планети Венера дорівнює 12 400 км, то в цьому числі десяткових знаків немає, а значущих цифр три: 1, 2 і 4. Два останні нулі стоять замість цифр, відкинутих при округленні.

Як виконувати дії над наближеними числами? Нехай, наприклад, треба знайти суму наближених чисел 3,24 і 2,5. Коли б ці значення були точні, то їх сума дорівнювала б 5,74. А оскільки вони наближені, то їх отримано в результаті відкидання наступних невідомих цифр, які позначатимемо знаками питання. Отже, йдеться про числа 3,24? і 2,5?. Знайдемо суму і різницю цих чисел:

$$\begin{array}{r} + 3,24? \\ 2,5? \\ \hline 5,7?? \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 3,24? \\ 2,5? \\ \hline 0,7?? \end{array}$$



При додаванні і відніманні наближених чисел у результаті слід зберігати стільки десяткових знаків, скільки їх має компонент дії з найменшою кількістю десяткових знаків.

У розглянутих прикладах найменше десяткових знаків має число 2,5. У ньому всього один десятковий знак. Тому отримані суму і різницю треба записувати з одним десятковим знаком: $3,24 + 2,5 \approx 5,7$; $3,24 - 2,5 \approx 0,7$.

Перемножимо ці самі наближені числа 3,24? і 2,5? :

$$\begin{array}{r}
 \times 3,24? \\
 \underline{2,5?} \\
 ???? \\
 1620? \\
 \underline{648?} \\
 8,1????
 \end{array}$$

При множенні наближених чисел у результаті слід зберігати стільки значущих цифр, скільки їх має множник з найменшою кількістю значущих цифр.



Подібним правилом користуються також під час ділення наближених чисел.

Отже, якщо числа 3,24 і 2,5 – наближені, то $3,24 \cdot 2,5 \approx 8,1$; $3,24 : 2,5 \approx 1,3$.

Наведені вище правила називають *правилами підрахунку цифр*. Вони не забезпечують високої точності обчислень, але для більшості практичних застосувань цієї точності цілком достатньо.



Перевірте себе

1. Що таке десяткові знаки числа?
2. Які цифри називають значущими?
3. Назвіть десяткові знаки і значущі цифри числа 0,0308.

4. Сформулюйте правила додавання і віднімання наближених чисел.

5. Сформулюйте правила множення і ділення наближених чисел.



Виконуємо разом

① Знайдіть наближене значення числа $\frac{5}{12}$ до тисячних.

• Поділивши 5 на 12, маємо нескінченний періодичний десятковий дріб 0,41666...

Отже, $\frac{5}{12} \approx 0,42$ – округлено до сотих; $\frac{5}{12} \approx 0,417$ – округлено до тисячних.

② Знайдіть периметр і площу прямокутника зі сторонами a і b , якщо $a \approx 8,52$ см, $b \approx 12,2$ см.

• $P = (a + b) \cdot 2$; $S = a \cdot b$.

$$P = (8,52 + 12,2) \cdot 2 = 20,72 \cdot 2 = 41,44 \approx 41,4 \text{ (см)}.$$

$$S = 8,52 \cdot 12,2 = 103,944 \approx 104 \text{ (см}^2\text{)}.$$



Усні вправи

592. Округліть до десятків, сотень, тисяч число:

а) 28 532; б) 63 082,7.

593. Округліть до десятих, сотих, тисячних число:

а) 0,2222...; б) 3,7777...; в) 5,(3); г) 4,0(38).



Рівень А

594. Дріб $\frac{9}{11}$ перетворіть у десятковий та округліть його до сотих, тисячних.

595. Знайдіть десяткове наближення до сотих:

а) $\frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{11}$; в) $1\frac{5}{9}$; г) $8\frac{1}{12}$.

596. Обчисліть, округливши до сотих, значення виразу:

а) $3,5 + \frac{2}{3}$; б) $\frac{12}{15} - 0,235$; в) $3,7 + \frac{4}{9}$.

597. Обчисліть, округливши до тисячних:

а) $6,7569 + \frac{5}{6}$; б) $2\frac{1}{3} - 0,3747$; в) $3,1807 - 1\frac{3}{17}$.

598. Знайдіть суму наближених чисел:

а) 32,5 і 9,437; б) 0,234 і 1,72.

599. Знайдіть різницю наближених чисел 34,256 і 21,8.



Рівень Б

600. Знайдіть суму, добуток і частку наближених чисел:

а) 2,31 і 1,407; б) 5,321 і 0,04; в) 127,5 і 0,012.

601. Знайдіть периметр і площу прямокутника, довжини сторін якого мають такі наближені значення:

а) 3,41 м і 2,85 м; б) 5,8 дм і 4,25 дм.

602*. Знайдіть периметр і площу прямокутника, сторони якого дорівнюють x і y , якщо $2,8 < x < 2,9$ і $4,3 < y < 4,4$ (усі розміри – у сантиметрах).

603. Знайдіть корінь рівняння, округливши його до сотих:

а) $6x = 19$; б) $11y = 5$; в) $12c = 7$; г) $0,6x = 1,3$.

604. Практичне завдання. Виконавши потрібні вимірювання, обчисліть площу обкладинки підручника математики. Зі скількома значущими цифрами слід записати відповідь?



Вправи для повторення

605. Знайдіть значення виразу:

а) $8,3a - 4$, якщо $a = 2,83$;
б) $0,28c + 0,3$, якщо $c = 1,04$;
в) $15,7x - 2,1$, якщо $x = 3,24$.

606. Які натуральні значення x задовольняють нерівності:

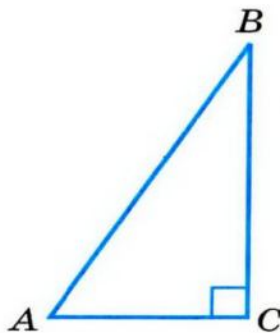
а) $0,8 < x < 17,8$;
б) $3,78 < x < 12,3$;
в) $4 < 2x < 15$?

607. Знайдіть 35 % від:

а) 34 км; б) 86 кг;
в) 320 га; г) 83,4 грн.

608. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника (мал. 38), якщо один із них:

а) удвічі більший за другий;
б) на 50 % більший за другий.



Мал. 38

609. Скільки квадратів має поле прямокутної форми, якщо його периметр дорівнює 0,6 км, а одна його сторона удвічі довша за другу?



Самостійна робота 3

Варіант 1

1°. Обчисліть:

а) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$; б) $1\frac{2}{5} : \frac{7}{15}$; в) $3,2 - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$.

2°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{2}{3}x = 46$; б) $1 - \frac{x}{5} = 0,5$.

3°. На скільки $\frac{2}{3}$ числа 450 більші за 15 % від числа 480?

4°. Знайдіть число, 80 % якого становлять $\frac{3}{5}$.

5°. Сторона квадрата менша від його периметра на $2\frac{2}{5}$ м.

Знайдіть площу квадрата.

Варіант 2

1°. Обчисліть:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$; б) $2\frac{1}{3} : \frac{7}{9}$; в) $2,4 - \frac{3}{5} : \frac{2}{5}$.

2°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{3}{4}x = 18$; б) $1,3 - \frac{x}{5} = 1$.

3°. На скільки 45 % від числа 120 більші за $\frac{1}{7}$ числа 210?

4°. Знайдіть число, 75 % якого становлять $\frac{1}{2}$.

5°. Периметр квадрата більший за його сторону на $2\frac{1}{4}$ м.

Знайдіть площу квадрата.

Варіант 3

1°. Обчисліть:

а) $1,2 \cdot \frac{5}{8}$; б) $2,1 : 1\frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} : \frac{7}{15}$.

2°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{3}{8}x + \frac{1}{3} = 2$; б) $\frac{1}{3}(x-2) = 0,5$.

3°. На скільки $\frac{3}{400}$ числа 260 менші за 120 % від числа 2,4?

4°. Знайдіть число, $3\frac{1}{3}\%$ якого становлять $\frac{1}{2}$.

5°. Ширина прямокутника дорівнює $2\frac{5}{6}$ м, що становить $\frac{2}{3}$ його довжини. Знайдіть площу прямокутника.

Варіант 4

1°. Обчисліть:

а) $2\frac{6}{7} \cdot 1,4$; б) $5\frac{1}{2} : 2,2$; в) $\frac{5}{12} - \frac{3}{7} : 1\frac{13}{14}$.

2°. Розв'яжіть рівняння:

а) $1,25x - 3 = \frac{1}{8}$; б) $\frac{3}{4}(x+2) = 2,4$.

3°. На скільки 3,5 % числа 32 менші за $\frac{3}{5}$ числа $3\frac{1}{3}$?

4°. Знайдіть число, $2\frac{2}{3}\%$ якого становлять $\frac{6}{25}$.

5°. Довжина прямокутника дорівнює $3\frac{1}{3}$ м, що становить $\frac{5}{4}$ його ширини. Знайдіть площу прямокутника.



Готуємося
до тематичного контролю



Запитання для самоперевірки

1. Чому дорівнює добуток кількох звичайних дробів?
2. Як множити мішані числа?
3. Які числа називаються взаємно оберненими?

4. Сформулюйте правило ділення звичайних дробів.
5. Як поділити дріб на натуральне число? Натуральне число на дріб?
6. Як знайти дріб від числа?
7. Як знайти число за відомим його дробом?
8. Як знайти кілька відсотків числа?
9. Як знайти число, знаючи кілька його відсотків?
10. Наведіть приклад нескінченного періодичного десяткового дробу.
11. Як можна отримати 0,6666...?
12. Як звичайні дроби перетворити у десяткові дроби?
13. Сформулюйте правила додавання і віднімання наближених значень.

Завдання в тестовій формі

1. Обчисліть добуток $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$

а) $4\frac{1}{5}$; б) $2\frac{1}{10}$; в) $\frac{14}{15}$; г) $1\frac{1}{14}$.
2. Чому дорівнює квадрат числа $\frac{3}{4}$?

а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{9}{16}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{6}{8}$.
3. Обчисліть об'єм куба, ребро якого дорівнює $1\frac{1}{2}$ см.

а) $\frac{27}{8}$ см; б) $1\frac{1}{8}$ см³; в) $1\frac{1}{4}$ см; г) $3\frac{3}{8}$ см³.
4. Назвіть число, обернене до $\frac{6}{8}$.

а) $\frac{3}{2}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{8}{6}$; г) $\frac{5}{7}$.
5. Знайдіть частку $\frac{3}{8} : \frac{1}{12}$.

а) $4\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $4\frac{1}{4}$; г) $\frac{1}{32}$.
6. Який знак треба поставити замість зірочки у записі $\left(\frac{1}{2}\right)^3 * \left(\frac{1}{2}\right)^2$?

а) «>»; б) «=>»; в) «<>»; г) «>>».

7. Чому дорівнює $\frac{1}{12}$ розгорнутого кута?

- а) 17° ; б) 15° ; в) 20° ; г) 14° .

8. Запишіть десятковим дробом число $4\frac{1}{4}$.

- а) 4,4; б) 4,14; в) 4,25; г) 0,425.

9. Знайдіть десяткове наближення до сотих числа $\frac{7}{9}$.

- а) 0,77; б) 0,88; в) 0,78; г) 0,8.

Типові задачі

01°. Обчисліть:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$; б) $\frac{3}{4} : \frac{7}{9}$.

02°. Перетворіть у десятковий дріб:

а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{21}{5}$.

03°. Знайдіть $\frac{3}{4}$ числа 120.

04°. Розв'яжіть рівняння:

а) $3x = \frac{3}{4}$; б) $\frac{3}{5}x = 15$.

5°. Спідниця коштує 50 грн. і складає $\frac{2}{5}$ вартості всього костюма. Скільки коштує костюм?

06°. Виконайте дії:

а) $4\frac{1}{4} : 6\frac{3}{8}$; б) $3\frac{3}{8} \cdot 64$.

7°. Знайдіть значення виразу:

а) $12\frac{8}{9} : 3\frac{2}{9} - 3\frac{2}{9}$; б) $\left(1\frac{3}{4} - 0,6\right) \cdot 1\frac{7}{23}$.

8°. По лижній трасі в одному напрямі йдуть два лижники. Зараз відстань між ними 3,4 км. Швидкість лижника, який іде попереду, дорівнює $9\frac{1}{3}$ км/год, що складає 70% швидкості того, що йде позаду. Через який час другий лижник наздожене першого?

Дробові числа в Єгипті були відомі ще 4000 років тому. Записували їх тоді тільки одиничними дробами (такими, чисельники яких дорівнюють 1) або сумами одиничних дробів. Наприклад, замість сучасних $\frac{2}{5}$ і $\frac{2}{13}$ єгиптяни писали:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} \text{ і } \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}.$$

Ось одна задача з папірусу Ахмеса (XVI ст. до н. е.): «Треба порівну розділити 7 хлібин між 8 людьми». Тепер ми записали б, що кожній людині слід дати $\frac{7}{8}$ хлібини. А в папірусі дано іншу

відповідь: « $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ хлібини».

Єгиптяни позначали дроби, як показано на малюнку 39.



Мал. 39

У Вавилоні 4000 років тому користувалися одиничними дробами із знаменниками 60 , 60^2 , 60^3 . Згодом такі дроби використовували астрономи, тому їх називали астрономічними дробами.

Давньогрецькі математики розглядали числа, які тепер записують у вигляді дробів $\frac{m}{n}$, але називали їх відношеннями. І читали їх не так, як тепер. Наприклад, Ератосфен

(III ст. до н. е.) писав не « $\frac{11}{83}$ меридіана», а «11 таких частин, яких весь меридіан містить 83».

Римляни користувалися дробами із знаменниками 12, які називали *унціями*. Коли казали «5 унцій» або «13 унцій», вони мали на увазі $\frac{5}{12}$ або $\frac{13}{12}$.

Індійські математики звичайні дроби виду $\frac{m}{n}$, наприклад $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{8}$ та інші, розглядали ще в IV ст. до н. е. У VII ст. во-

ни чітко формулювали правила дій: «Добуток дробів є добуток їх чисельників, поділений на добуток знаменників» та ін. А ось арабам звичайні дроби не подобалися.

Вони писали, що дроби виду $\frac{m}{n}$ негарні, тому «ділові люди не люблять таких дробів і виражають їх сумами долей (одиничних дробів)».

У Київській Русі найвідомішим обчислювачем був монах Кирик. Він обчислював, використовуючи одиничні дроби із знаменниками 12, 60, 300, 1500, 7500, 37 500, 187 500, 937 500. Писав, що «более сего не бывает».

Дроби, відмінні від одиничних, у європейських підручниках з'явилися лише у XVIII ст. Їх вивчення вважали дуже неприємною справою. Був навіть такий вислів: «Трапив у дроби» (тобто потрапив у халепу). Звичайні дроби тоді називали «ламаними числами».

Слова «чисельник» і «знаменник» уперше з'явилися у XIII ст., «скорочення дробів» і «зведення дробів до спільного знаменника» – у XV ст., а «правильні» і «неправильні» дроби – у XVIII ст. Щоб поділити дріб на дріб, раніше обов'язково зводили їх до спільного знаменника, а потім чисельник одного дробу ділили на чисельник другого.

В Україні також спочатку користувалися лише одиничними дробами. Ще й тепер дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ називають

«половиною», «третиною», «четвертиною», а на початку XX ст. українці говорили «п'ятіна», «восьміна», «дев'я-

тіна», «десятіна». Числа $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, $8\frac{1}{2}$ називали

відповідно: «півторá», «півтрéтя», «півп'ята», «півшоста», «півсьома», «півдев'ята». Говорили також «півкопи», «півполукіпок». Так називали числа 30 і 15, а число 60 – копою.

Індійські автори, зображаючи звичайні дроби, знаменник писали під чисельником, але без дробової риски. Дробову риску запроваджено лише у XVI ст. Із середини XIX ст. деякі автори пропонували записувати звичайні дроби в один рядок m/n . Така форма запису зручна особливо для друкарських апаратів і обчислювальних машин. Але поки що вона не стала загальноприйнятною.



Звичайний дріб $\frac{a}{b}$ – це частка від ділення натуральних чисел

a і b . Чисельник a і знаменник b разом називають членами дробу. Далі замість звичайний дріб писатимемо коротше: *дріб*.

Дріб називають **правильним**, якщо його чисельник менший від знаменника. Всі інші дроби – **неправильні**. Значення кожного правильного дробу менше від 1, а неправильного – більше або дорівнює 1. З неправильного дробу можна виділити цілу частину і записати його у вигляді мішаного або натурального числа.

Наприклад, $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$; $\frac{21}{7} = 3$.

Основна властивість дробу. Значення дробу не зміниться, якщо його чисельник і знаменник помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля. Користуючись цією властивістю, дроби можна скорочувати або зводити до спільного знаменника.

Дріб називається **нескоротним**, якщо його чисельник і знаменник – взаємно прості числа.

Дроби з рівними знаменниками додають і віднімають за формулами:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}, \quad \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

Щоб знайти суму або різницю дробів із різними знаменниками, їх спочатку зводять до спільного знаменника.

Щоб помножити дріб на дріб, треба окремо перемножити їхні чисельники та їхні знаменники і перший добуток записати чисельником, а другий – знаменником добутку даних дробів.

Два дроби називають **взаємно оберненими**, якщо їх добуток дорівнює 1.

Щоб поділити один дріб на другий, треба перший дріб помножити на дріб, обернений до другого.

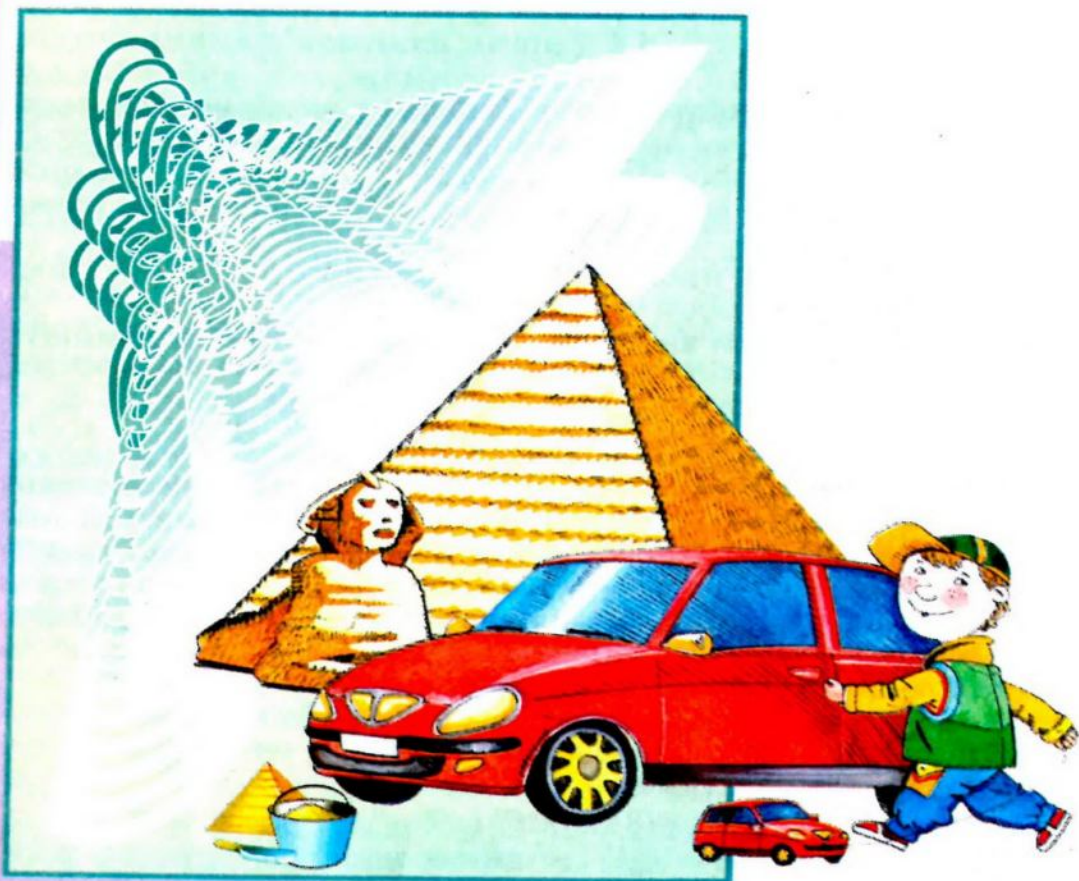
Завжди правильні рівності:

$$\frac{a}{c} \cdot \frac{m}{n} = \frac{am}{cn}, \quad \frac{a}{c} : \frac{m}{n} = \frac{a}{c} \cdot \frac{n}{m} = \frac{an}{cm}.$$

Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, треба його чисельник поділити на знаменник. При цьому може утворитися або десятковий дріб, або нескінченний періодичний десятковий дріб. Наприклад,

$\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{5}{3} = 1,66666\dots = 1,(6)$.

Відношення і пропорції



Математика – наука молодих.
Н. Вінер

У цьому розділі йдеться про речі, уже відомі вам. Відношення – це частка, пропорція – рівність двох відношень. Наприклад, $a : c$ – відношення, $a : c = m : n$ – пропорція. Але тепер звернемо увагу на такі властивості частки і рівності двох часток, яких раніше ви не розглядали. А ще введемо нові терміни: *відношення, пропорція, ймовірність* та ін.

Основний зміст розділу такий.

- Основна властивість відношення.
- Ймовірність випадкової події.
- Пропорції.
- Відсоткове відношення.
- Пропорційні величини.
- Коло, круг, діаграми.

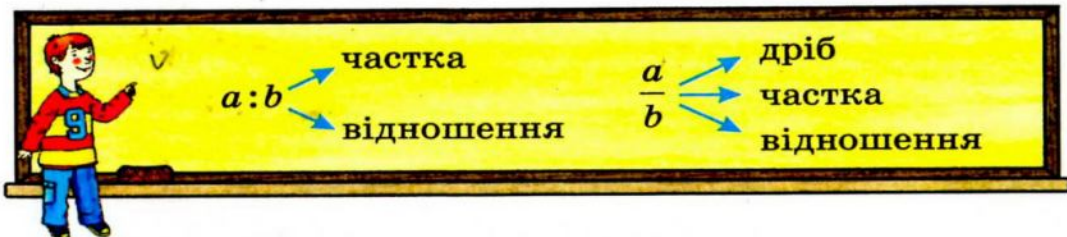
Ці теми важливі не тільки для математики та інших наук, але й часто використовуються в практичній діяльності мільйонів людей.

§17.

Відношення

Частку від ділення одного числа на друге називають також *відношенням* цих чисел. Записують відношення за допомогою двокрапки або дробової риски. Приклади

відношень: $3 : 5$; $\frac{43}{54}$; $2,7 : 0,4$; $\frac{3}{7} : \frac{4}{8}$.



$\frac{3}{4}$ – це і дріб «три четвертих», і «частка від ділення 3 на 4»,

і «відношення чисел 3 і 4». Оскільки відношення $m : n$ – те

саме, що й дріб $\frac{m}{n}$, а до кожного дробу можна застосувати основну властивість дробу, то така властивість правильна і для кожної частки, і для відношення.

Основна властивість відношення

Відношення двох чисел не зміниться, якщо кожне з них помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля.



Користуючись цією властивістю, відношення можна спрощувати.

Обидва члени відношення можна поділити на їх спільний дільник. Наприклад, відношення $3000 : 5000$ можна замінити рівним йому відношенням $3 : 5$.

Відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.

Для цього дані дробу слід звести до спільного знаменника і відкинути його. Наприклад, $\frac{8}{9} : \frac{5}{6} = \frac{16}{18} : \frac{15}{18} = 16 : 15$.

Один із прикладів використання відношень – *масштаб*. Якщо, наприклад, на географічній карті вказано масштаб $1 : 5\,500\,000$, то це означає, що всі відстані на карті в $5\,500\,000$ разів менші, ніж відповідні відстані на земній поверхні. Тобто 1 см на карті відповідає $5\,500\,000$ см (або 55 км) на місцевості.

Можна говорити не лише про відношення чисел, а й про відношення значень величин. Якщо два значення якоїсь величини виражені в однакових одиницях вимірювання, то відношенням цих значень називають відношення відповідних чисел. Наприклад, вважається, що $3\text{ м} : 5\text{ м} = 3 : 5$; $18\text{ кг} : 9\text{ кг} = 18 : 9$.

Але $2\text{ м} : 37\text{ см} = 200\text{ см} : 37\text{ см} = 200 : 37$.



Дізнайтеся більше

Іноді розглядають і відношення значень різнойменних величин. Наприклад, якщо висота, площа основи й об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнюють відповідно 2 м,

8 м^2 , 16 м^3 , то відношення $16 \text{ м}^3 : 8 \text{ м}^2$ дорівнює висоті паралелепіпеда, а відношення $16 \text{ м}^3 : 2 \text{ м}$ – площі основи даного паралелепіпеда.

А якщо літак пролітає відстань 1400 км за 2 год , то його швидкість дорівнює відношенню відстані до часу: $1400 \text{ км} : 2 \text{ год} = 700 \text{ км/год}$.

Взагалі, якщо якесь тіло рухається рівномірно, то його швидкість – це відношення пройденної відстані до часу.

Згодом у фізиці ви розглядатимете *густина речовини* – відношення маси до об'єму, *тиск* – відношення сили до площі й т. д.



Перевірте себе

1. Що таке частка?
2. Що таке відношення?
3. Чи правильно, що звичайний дріб – це відношення його чисельника до знаменника?
4. Сформулюйте основну властивість відношення.
5. Сформулюйте наслідки, які впливають з основної властивості відношення.



Виконуємо разом

✓ ① Спростіть відношення $400 : 600$.

• НСД $(400, 600) = 200$. Поділимо кожен член даного відношення на 200 . Отже, $400 : 600 = 2 : 3$.

✓ ② Замініть відношення $\frac{8}{15} : \frac{7}{10}$ відношенням натураль-

них чисел.

• Зведемо задані дроби до спільного знаменника 30 .

$$\frac{8}{15} : \frac{7}{10} = \frac{8 \cdot 2}{15 \cdot 2} : \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{16}{30} : \frac{21}{30} = 16 : 21.$$

✓ ③ Спростіть відношення $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2}$.

• $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2} = \frac{7}{3} : \frac{7}{2} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3} = 2 : 3$.



Усні вправи

610. Знайдіть відношення:

- а) 20 до 4; б) 15 до 30; в) 0,5 до 2; г) 0,1 до 1.

611. Вкажіть кілька пар чисел, відношення яких дорівнює:

- а) 2; б) 12; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{11}{12}$.

612. На ковзанці хлопців удвічі більше, ніж дівчат. Знайдіть відношення числа хлопців до числа всіх ковзанярів.

613. Знайдіть відношення:

- а) 20 см до 40 см; б) 300 кг до 30 кг;
в) 15 год до 5 год; г) 100 км до 2 год.



Рівень А

614. Запишіть за допомогою двокрапки відношення чисел:

- а) 3 і 5; б) 12 і 7; в) 0,5 і 2,5; г) $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{5}$.

615. Запишіть за допомогою дробової риски відношення чисел:

- а) 2 і 7; б) 13 і 9; в) 0,6 і 0,7; г) $1\frac{3}{7}$.

616. Чому дорівнює відношення:

- а) 204 до 60; б) 260 до 104; в) 2002 до 77?

617. Обчисліть відношення:

- а) 0,5 до 0,4; б) 0,7 до 3,5; в) 4,5 до 0,15.

618. Знайдіть значення відношення:

- а) $\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{5}$; б) $\frac{5}{6}$ до $\frac{1}{3}$; в) $2\frac{1}{6}$ до 1,3.

619. Знайдіть відношення значень величин:

- а) 3 км до 4 км; б) 15 кг до 45 кг; в) 7 г до 140 г.

620. Спростіть відношення чисел:

- а) 34 : 102; б) 130 : 225; в) 224 : 48; г) 101 : 505.

Замініть відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел (**621 – 623**).

621. а) 0,2 : 0,9; б) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; в) 3,2 : $\frac{1}{2}$; г) $2\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$.

622. а) 0,05 : 0,25; б) $\frac{3}{5} : \frac{4}{15}$; в) 0,3 : $\frac{1}{3}$; г) $1 : 1\frac{1}{3}$.

623. а) $1,2:24$; б) $\frac{7}{8}:\frac{8}{7}$; в) $\frac{2}{5}:0,2$; г) $3\frac{2}{5}:5\frac{2}{3}$.

624. Яке відношення більше:

а) $4:5$ чи $5:6$;

б) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ чи $\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$?



Рівень Б

625. Обчисліть відношення значень величин:

а) $3\text{ м}:2\text{ м}$;

б) $1\text{ м}:4\text{ дм}$;

в) $700\text{ г}:3,5\text{ кг}$;

г) $10\text{ м}^2:5\text{ м}$;

г) $3\text{ см}^3:0,6\text{ см}^2$;

д) $5\text{ км}:0,5\text{ год}$.

626. Точка C ділить відрізок AB у відношенні $AC:CB=2:3$.

Знайдіть відношення:

а) $AC:AB$;

б) $CB:AB$.

627. Знайдіть два числа, сума яких дорівнює 120, а відношення:

а) 2;

б) 0,5;

в) $\frac{2}{3}$;

г) $3\frac{4}{5}$.

628. У класі 12 дівчат і 18 хлопців. Яку частину складають:

а) дівчата від учнів усього класу;

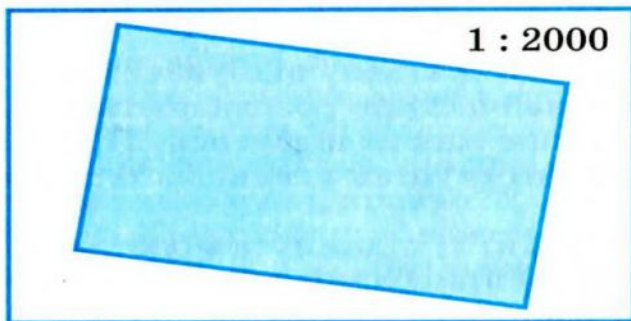
б) хлопці від учнів усього класу;

в) дівчата по відношенню до хлопців?

629. Скільки кілометрів від Києва до Одеси, якщо на карті з масштабом $1:4\,000\,000$ цій відстані відповідає 11 см?

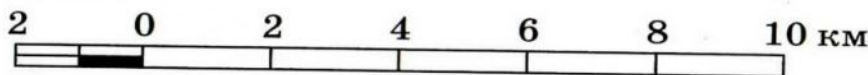
630. Відстань від Києва до Полтави приблизно дорівнює 300 км. На карті цій відстані відповідає 6 см. Який масштаб карти?

631. На плані, масштаб якого $1:2000$, поле зображено у вигляді прямокутника (мал. 40). Зробивши потрібні виміри, обчисліть площу поля.



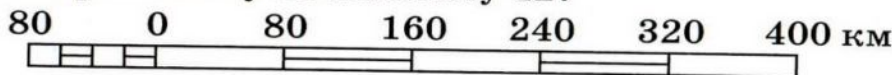
Мал. 40

632. Числовий масштаб 1 : 200 000 відповідає зображеному на малюнку 41 лінійному масштабу. Накресліть лінійний масштаб, який відповідає числовому масштабу 1 : 500 000.



Мал. 41

633. Який числовий масштаб відповідає лінійному масштабу, зображеному на малюнку 42?



Мал. 42



Вправи для повторення

634. Знайдіть 2, 5, 10, 40 і 120 відсотків від числа 2400.

635. Обчисліть зручним способом значення виразу:

а) $3,27 \cdot 12,5 - 3,27 \cdot 2,5 - 32,7$;

б) $(56,2 \cdot 35,4 + 43,8 \cdot 35,4) : 354$.

636. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{2}{3}x + 4,5 = 6\frac{1}{2}$; б) $12,7 - 3x = \frac{1}{5}$.

637. Мотоцикліст, рухаючись зі швидкістю 40 км/год, долає відстань між двома містами за 3 год. За який час цю відстань проїде автомобіль, швидкість якого дорівнює 60 км/год?

§ 18.

Ймовірність випадкової події

Відношення часто застосовують для визначення ймовірностей випадкових подій.

Подія – те, що діється, відбувається, трапляється. У математиці найчастіше розглядають події, які ще не відбулися, а лише мають відбутися. При цьому намагаються встановити ступінь упевненості в тому, що подія відбудеться.

Приклади подій: 1) підкинута монета впаде гербом догори (мал. 43); 2) придбаний лотерейний квиток виграє; 3) після ночі настане ранок; 4) гральний кубик упаде догори сімкою.



Мал. 43



Мал. 44

Остання подія *неможлива*, бо на гранях грального кубика немає сімки. Подія 3) *достовірна*, бо після ночі завжди настає ранок. Події 1) і 2) – *випадкові*. Подія називається *випадковою*, якщо вона може відбутися або не відбутися.

Ступінь упевненості в тому, що випадкова подія відбудеться, можна характеризувати числом. Розглянемо приклад. При падінні підкинутого грального кубика (мал. 44) може трапитися 6 різних подій:

подія А: випаде 1 очко, подія В: випаде 2 очки,
 подія В: випаде 3 очки, подія Г: випаде 4 очки,
 подія Г: випаде 5 очок, подія Д: випаде 6 очок.

Усі ці 6 подій мають однакові шанси відбутися (якщо кубик правильної форми і зроблений з одного матеріалу). Такі події називають *рівноймовірними*. Далі йтиметься тільки про *рівноймовірні* події.

Ймовірністю події називають відношення кількості сприятливих для цієї події результатів до кількості всіх можливих результатів.

Ймовірність події А позначають так: $P(A)$. В розглянутому вище випадку 6 однаково ймовірних подій, тому ймовірність кожної з них дорівнює $\frac{1}{6}$. Отже,

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(B) = \frac{1}{6}, \quad P(\Gamma) = \frac{1}{6}, \quad P(\Gamma) = \frac{1}{6}, \quad P(D) = \frac{1}{6}.$$

Ймовірність достовірної події приймається за 1, а неможливої – за 0. Ймовірність можна виражати звичайним або десятковим дробом чи відсотками.

Задача. Яка ймовірність того, що при падінні грального кубика випаде число очок, кратне 3?

Розв'язання. Кількість усіх можливих подій дорівнює 6. Серед чисел 1, 2, 3, 4, 5 і 6 тільки два (3 і 6) діляться на 3. Тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{2}{6}$, або $\frac{1}{3}$.

Задача. Знайдіть ймовірність того, що ваш товариш народився в неділю.

Розв'язання. Усього в тижні 7 днів. Нас цікавить подія: «Мій товариш народився в неділю» (подія A). Оскільки неділя тільки 1 раз на тиждень, то $P(A) = \frac{1}{7}$.



Дізнайтеся більше

Наведене вище трактування поняття ймовірності правильне тільки для рівноймовірних подій. Таке розуміння ймовірності називають *класичним*. Його найчастіше застосовують для розв'язування задач про азартні ігри.

Набагато важливіше поняття *статистичної ймовірності*.

Для прикладу розглянемо дві схожі події: підкинута монета впаде догори гербом (A), підкинута гудзик впаде догори петелькою (B). Монета майже однакова з обох боків, тому дві події (монета впаде гербом догори чи донизу) рівноймовірні. Ймовірність кож-

ної з цих подій дорівнює $\frac{1}{2}$. Гудзик з

одного боку не такий, як з іншого (мал. 45). Тому дві події (гудзик упаде петелькою догори чи донизу) не рівноймовірні. Ймовірність кожної з них можна визначити тільки експериментально. Такі ймовірності (статистичні) будемо вивчати у старших класах.



Мал. 45

Перевірте себе



1. Що таке подія? Наведіть приклади.
2. Які події називають достовірними, неможливими, випадковими?
3. Що таке ймовірність випадкової події?
4. Як позначають ймовірність події A ?
5. Чому дорівнює ймовірність достовірної події? А неможливої?



Виконуємо разом

① Набираючи номер телефону, учень забув останню цифру і вирішив набрати її навмання. Яка ймовірність того, що він набере потрібний номер відразу?

• Оскільки цифр усього 10, то і можливих випробувань 10, сприятливих із них лише 1. Отже, шукана ймовірність дорівнює 0,1.

② У торбині є 5 блакитних і 7 жовтих куль. Яка ймовірність того, що, беручи навмання, ви виймете:

а) блакитну кулю; б) жовту кулю?

• Всього у торбині $5 + 7 = 12$ куль. Вийняти блакитну кулю є 5 шансів із 12, а жовту – 7 із 12. Отже, шукані ймовірності:

а) $\frac{5}{12}$; б) $\frac{7}{12}$.



Усні вправи

638. Яка ймовірність того, що при падінні грального кубика випаде 5 очок?

639. Яка ймовірність того, що підкинута монета впаде гербом донизу?

640. У торбині є 8 цукерок, із них 5 у червоних обгортках. Яка ймовірність того, що взята навмання цукерка виявиться не в червоній обгортці?

641. Яка ймовірність того, що Баба Яга народилася в п'ятницю?

642. Яка ймовірність того, що назване навмання двоцифрове число виявиться меншим від 100?

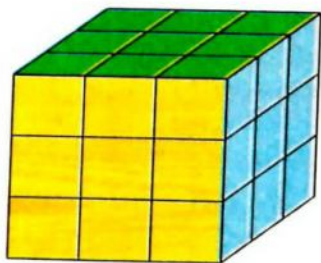
643. Яка ймовірність того, що, переставивши місцями букви в слові ІСТОРІЯ, ви отримаєте слово ТЕОРІЯ?



Рівень А

644. На чотирьох картках написано по одній букві, і з них викладено слово ТАТО. Яка ймовірність того, що, перевернувши і перемішавши ці картки, ви відразу візьмете:

а) букву А; б) букву Т?



Мал. 46

645. Пофарбований з усіх боків дерев'яний куб розрізали на 27 рівних кубиків (мал. 46) і поклали їх у торбину. Яка ймовірність того, що в узятотої навмання з торбини кубика буде пофарбованою тільки:

- а) 1 грань; б) 2 грані;
в) 3 грані; г) 4 грані;
г) 0 граней; д) 5 граней?

646. На екзамені всього 28 білетів. Борис не знає відповідей на питання двох білетів. Яка ймовірність того, що він витягне нещасливий білет?

647. У лотереї розігрується 250 білетів, із яких виграних лише 10. Яка ймовірність виграти в цій лотереї, купивши тільки один білет?

648. У кишені є 5 монет (мал. 47). Яка ймовірність взяти з них навмання монету:



Мал. 47

- а) меншу за 50 к.;
б) більшу за 10 к.;
в) з парним числом копійок?



Рівень Б

649. Яка ймовірність того, що взята навмання перевернута кісточка доміно матиме:

- а) 2 очки; б) 5 очок; в) 11 очок; г) 15 очок?

650. Усі грані кубика пофарбовані в два кольори: червоний або синій. Ймовірність падіння кубика на червону грань дорівнює $\frac{1}{3}$. Скільки кубик має синіх граней?

651. У папці є картки з номерами від 1 до 20. Яка ймовірність того, що взята навмання картка міститиме число, яке не ділиться на 3?

652. У коробці половина всіх цукерок у червоних обгортках, третина – в жовтих, решта – в синіх. Ви берете навмання одну цукерку. Яка ймовірність того, що вона в синій обгортці?

653. Їдальня приготувала на обід 2 перші страви, 3 другі і 2 треті. Яка ймовірність того, що, замовивши обід для товариша, ви вгадаєте його бажання?

654. Практичне завдання. Підкиньте 20 разів монету і запишіть, скільки разів вона впаде гербом догори. Підкиньте 20 разів гудзик і запишіть, скільки разів він упаде догори петелькою або випуклістю. Повторіть дослід і визначте закономірність.



Вправи для повторення

655. Розкладіть на прості множники числа: 2006, 2007 і 2008. Знайдіть їхній найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне.

656. Скільки існує різних двоцифрових чисел? Знайдіть їх суму.

657. Уявіть добуток усіх натуральних чисел від 1 до 99. Запишіть 20 останніх цифр цього добутку.

658. «Яке число ділиться без остачі на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 і 9?» – запитали одного араба-мудреця. Він відповів: «Помнож число місяців у році на число днів у місяці (30) і на число днів у тижні, і ти отримаєш відповідь». Чи справді це так?

659. Тенісисти Андрій, Борис і Віктор приїхали з трьох міст України. Першу партію грали Андрій і тенісист із Гайсина, другу – Борис і тенісист із Донецька. Тенісист із Вінниці спостерігав за їх грою. Хто з якого міста приїхав?

§19.

Пропорції

Відношення $\frac{1}{2}$ і $\frac{3}{6}$ дорівнюють одне одному. Тому їх можна сполучити знаком рівності: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$, або $1 : 2 = 3 : 6$. Такі рівності називають *пропорціями*.

Пропорція – це рівність двох відношень.

$$a : b = c : d, \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ при } b \neq 0 \text{ і } d \neq 0$$



У пропорції $a : b = c : d$ числа a і d називають *крайніми членами*, а b і c – *середніми членами* пропорції.

Добуток крайніх членів кожної пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

$$\text{Якщо } a : b = c : d, \text{ то } a \cdot d = b \cdot c.$$
$$4 : 2 = 8 : 4 \qquad 4 \cdot 4 = 2 \cdot 8$$



Це – основна властивість пропорції. Її можна проілюструвати на прикладах. Якщо $1 : 2 = 3 : 6$, то $1 \cdot 6 = 2 \cdot 3$; якщо $0,3 : 1 = 2,1 : 7$, то $0,3 \cdot 7 = 1 \cdot 2,1$. А можна й довести.

Нехай дано довільну пропорцію $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Помноживши обидві частини цієї рівності на добуток $b \cdot d$, матимемо $\frac{abd}{b} = \frac{cbd}{d}$. Скоротивши перший дріб на b , а другий – на d , дістанемо рівність $a \cdot d = c \cdot b$. Отже, якщо $a : b = c : d$, то $a \cdot d = b \cdot c$.

Оскільки ділити на 0 не можна, то в пропорції $a : b = c : d$ b і d відмінні від 0. Надалі вважатимемо, що всі члени пропорції відмінні від нуля.

Будь-який член пропорції можна визначити, знаючи три інші її члени. Наприклад, якщо $x : 2 = 10 : 5$, то $x \cdot 5 = 2 \cdot 10$. Звідси $x = (2 \cdot 10) : 5$, або $x = 4$.

Щоб знайти невідомий крайній член пропорції, досить добуток її середніх членів поділити на відомий крайній. Щоб знайти невідомий середній член пропорції, досить добуток її крайніх членів поділити на відомий середній.



Основну властивість пропорції використовують для розв'язування рівнянь, які мають вигляд пропорції. Наведемо приклади розв'язування таких рівнянь:

а) $\frac{x}{21} = \frac{5}{7}$;

б) $\frac{3}{2} = \frac{x}{6}$;

в) $8 : x = 4 : 0,5$.

Розв'язання.

а) $x \cdot 7 = 21 \cdot 5$,

$$x = \frac{21 \cdot 5}{7},$$

$$x = 15;$$

б) $2 \cdot x = 3 \cdot 6$,

$$x = \frac{3 \cdot 6}{2},$$

$$x = 9;$$

в) $4 \cdot x = 8 \cdot 0,5$,

$$x = \frac{0,5 \cdot 8}{4},$$

$$x = 1.$$

Подібним способом можна розв'язати, наприклад, і рів-

няння $\frac{3,5}{x} = 7$, якщо замінити його (усно) таким: $\frac{3,5}{x} = \frac{7}{1}$.

Отже, $x = \frac{3,5 \cdot 1}{7}$, $x = 0,5$.



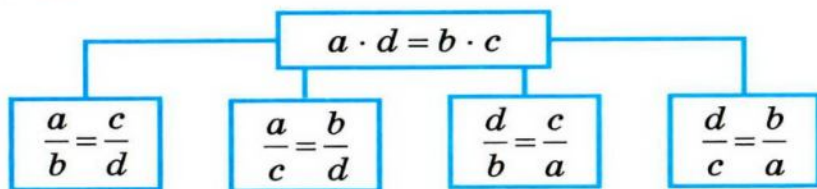
Дізнайтеся більше

Якщо пропорція $a : b = c : d$ правильна, то правильна і рівність $ad = bc$. Поділивши обидві її частини на cd , матимемо $\frac{ad}{cd} = \frac{bc}{cd}$, звідси $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, або $a : c = b : d$.

Отже, середні члени пропорції можна міняти місцями. Так само можна показати, що міняти місцями можна і крайні члени пропорції.

Наприклад, оскільки $0,2 : 0,3 = 2 : 3$, то правильні також пропорції $0,2 : 2 = 0,3 : 3$ і $3 : 0,3 = 2 : 0,2$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} : \frac{4}{2} = \frac{16}{8}, \quad \frac{4}{16} = \frac{2}{8}, \quad \frac{8}{2} = \frac{16}{4}, \quad \frac{8}{16} = \frac{2}{4}.$$



Перевірте себе

1. Сформулюйте означення пропорції.
2. Які в пропорції $a : b = c : d$ члени середні, а які крайні?
3. Сформулюйте основну властивість пропорції.
4. Наведіть приклад рівняння, яке має вигляд пропорції. Як розв'язувати такого виду рівняння?



Виконуємо разом

① Складіть пропорцію з чисел 3, 4, 8 і 6.

• Оскільки $3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$, то числа 3 і 8 можуть бути середніми членами, а інші – крайніми. Або навпаки. Тому правильні пропорції:

$$4 : 3 = 8 : 6, \quad 4 : 8 = 3 : 6, \quad 8 : 4 = 6 : 3, \quad 3 : 4 = 6 : 8.$$

② Розв'яжіть рівняння $\frac{3}{x} = \frac{5}{2}$.

• Оскільки добуток середніх членів пропорції дорівнює добутку крайніх, то $5x = 6$. Звідси $x = 6 : 5$, або $x = 1,2$.



Усні вправи

660. Чи рівні відношення:

а) $10 : 2$ і $15 : 3$; б) $30 : 3$ і $45 : 5$; в) $1 : 3$ і $0,5 : 1,5$?

661. Чи є пропорцією рівність:

а) $60 : 3 = 40 : 2$; б) $4 : 20 = 3 : 15$; в) $0,5 : 10 = 1 : 20$?

662. Назвіть середні і крайні члени пропорції:

а) $3 : 21 = 5 : 35$; б) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$; в) $2,4 : 6 = 3 : x$.



Рівень А

663. Чи рівні відношення:

а) $3 : 5$ і $6 : 20$; б) $7 : 6$ і $3,5 : 3$?

664. Чи є рівність $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$ пропорцією? Запишіть її крайні члени.

665. Чому рівність $2 : 3 = 4 : 5$ не є пропорцією?

666. Перевірте, чи правильна пропорція:

а) $7 : 3 = 21 : 9$; б) $12 : 4 = 15 : 5$; в) $1 : 6 = 2 : 3$;

г) $\frac{8}{6} = \frac{12}{9}$; р) $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$; д) $\frac{7}{3} = \frac{13}{7}$.

667. Запишіть кілька пропорцій, помінявши місцями члени пропорції $\frac{7}{8} = \frac{x}{9}$.

668. З даних відношень: 7 : 3, 8 : 4, 5 : 6, 6 : 3, 28 : 12, 20 : 24 складіть три пропорції.

669. Складіть 6 пропорцій, використавши рівність
 $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$.

670. Допишіть відсутній член пропорції:

а) $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{10}$; б) $\frac{7}{4} = \frac{21}{\quad}$.

671. Складіть пропорцію з чисел:

а) 2, 6, 3 і 4; б) 6, 6, 4 і 9.

Користуючись основною властивістю пропорції, розв'яжіть рівняння (**672–674**).

672. а) $\frac{x}{7} = \frac{20}{35}$; б) $\frac{3}{x} = \frac{5}{15}$; в) $\frac{9}{2} = \frac{18}{x}$; г) $\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$.

673. а) $\frac{x}{5} = \frac{1}{8}$; б) $\frac{3}{x} = \frac{2}{7}$; в) $\frac{5}{8} = \frac{x}{3}$; г) $\frac{7}{3} = \frac{5}{x}$.

674. а) $\frac{x}{3} = 7$; б) $\frac{15}{x} = 3$; в) $9 = \frac{4}{x}$; г) $8 = \frac{x}{5}$.

675. Знайдіть число, яке відноситься до 6 так, як 2 до 3.

676. Знайдіть число, яке більше за 18 у стільки разів, у скільки 15 більше за 9.



Рівень Б

Розв'яжіть рівняння (**677–678**).

677. а) $\frac{2x}{3} = \frac{7}{5}$; б) $\frac{5}{3x} = \frac{1}{6}$; в) $\frac{3}{4} = \frac{6}{5x}$; г) $\frac{1}{2} = \frac{2x}{3}$.

678. а) $\frac{4x}{3} = 8$; б) $\frac{1}{2x} = 5$; в) $\frac{x-1}{2} = \frac{5}{6}$; г) $\frac{1}{x+3} = 0,1$.

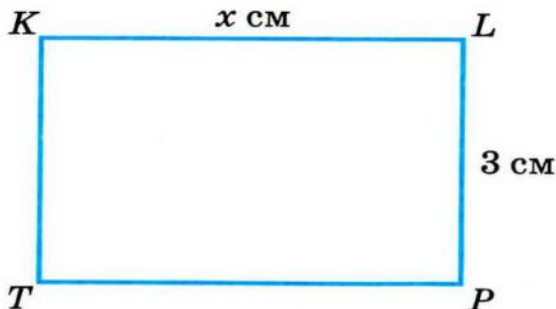
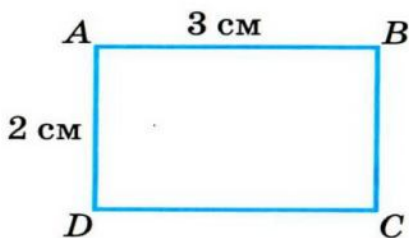
679. Чи залишиться правильною пропорція $32 : 27 = 64 : 57$, якщо поділити обидва члени першого її відношення на 3, а другого – на 4?

680. Чи залишиться правильною пропорція $4 : 6 = 10 : 15$, якщо один з її крайніх членів і один із середніх членів помножити на 7?

681. Сторони двох квадратів відносяться як 5 : 6. Як відносяться їх периметри? А площі?

682. Знайдіть відстань між містами А і В, якщо від В до С 60 км і $AB : BC = 5 : 3$.

683. Прямокутники $ABCD$ і $KLPT$ такі, що $AB : BC = KL : LP$ (мал. 48). Знайдіть KL , якщо $AB = 3$ см, $AD = 2$ см, $LP = 3$ см. Чи правильна пропорція $AB : KL = AD : KT$?



Мал. 48

684. Чи для кожного натурального числа m правильне твердження:

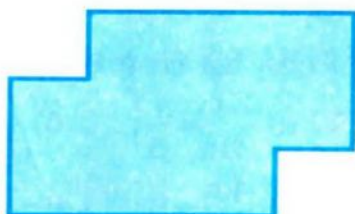
а) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{am}{b} = \frac{cm}{d}$; б) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a}{bm} = \frac{c}{dm}$?

685. На малюнку 49 зображено план поля, ширина якого дорівнює 85 м. Зробивши необхідні вимірювання, обчисліть довжину поля.

686. На малюнку 50 зображено план деталі в масштабі 1 : 5. Зробивши необхідні вимірювання, обчисліть периметр і площу цієї деталі.



Мал. 49



Мал. 50

687. Покажіть на прикладах, що завжди:

а) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$;

б) якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+d}$.

Спробуйте довести ці твердження для будь-яких натуральних чисел a, b, c, d .

688*. Доведіть, що коли $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$, то $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.



Вправи для повторення

689. Виконайте дії:

а) $45,3 \cdot 99 + 453 : 10$; б) $2002 : (3,7 - 3) - 110 \cdot 1,3$.

690. Порівняйте значення виразу $a + \frac{1}{a}$ при $a = 5$ і $a = 0,2$.

691. Знайдіть значення виразу $35,2x + 64,8y$, якщо $x = y = 1,4$.

692. Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника, одна сторона якого дорівнює 2,5 см, а друга – втричі довша.

693. Накресліть прямокутник, одна сторона якого дорівнює 3,5 см, а периметр – 15 см. Знайдіть його площу.

694. Двоє покупців хотіли купити будинок. Один мав $\frac{3}{8}$ су-ми, яку просив продавець, а другий – $\frac{3}{5}$. Коли ж вони склали разом усі свої гроші, то виявилось, що не вистачає 2250 грн. Скільки коштував будинок?

§ 20.

Відсоткове відношення

Один відсоток – це одна сота частина.

$$1\% = 0,01;$$

$$50\% = 0,5;$$

$$100\% = 1;$$

$$200\% = 2.$$



Якщо відношення двох чисел виражають у відсотках, то його називають *відсотковим відношенням*.

Наприклад, відношення 2 до 5 дорівнює $\frac{2}{5}$, або 0,4, або

40%; відношення 32 до 25 дорівнює $\frac{32}{25}$, або 1,28, або 128%.

Є багато задач, у яких вимагається знайти, скільки відсотків становить одне число відносно другого, або одне значення величини до другого. Їх називають задачами на знаходження відсоткового відношення.

Задача. Біля школи росте 20 дерев, з них 8 – липи. Скільки відсотків цих дерев становлять липи?

Розв'язання. Відношення лип до всіх дерев біля школи дорівнює $\frac{8}{20}$, або 0,4, або 40 %. Отже, липи становлять

40 % усіх дерев, що ростуть біля школи.

Враховуючи щойно сказане і два відомі вам види задач на відсотки з 5-го класу, можна підбити підсумок.

Існує три основні види задач на відсотки:

- 1 знаходження відсотків від числа;
- 2 знаходження числа за відсотками;
- 3 знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Розглянемо приклади таких задач.

1 Потрібно зорати поле, площа якого дорівнює 300 га. За перший день трактористи виконали 40 % завдання. Скільки гектарів зорали вони за перший день?

2 За перший день трактористи зорали 120 га, що становить 40 % поля. Знайдіть площу всього поля.

3 Потрібно зорати поле, площа якого дорівнює 300 га. За перший день трактористи зорали 120 га. Скільки відсотків усього поля вони зорали за перший день?

Спробуйте розв'язати кожна з цих задач кількома способами, замінивши 40 % дробом 0,4 чи $\frac{2}{5}$. Співставте ці задачі з основними задачами на дроби (див. § 14).

Такі задачі зручно розв'язувати *способом пропорції*. Оформляти розв'язання сформульованих задач можна так.

1 300 га – 100 %, $\frac{300}{x} = \frac{100}{40}$, $x = \frac{300 \cdot 40}{100} = 120$ (га).
x га – 40 %.

2 120 га – 40 %, $\frac{120}{x} = \frac{40}{100}$, $x = \frac{120 \cdot 100}{40} = 300$ (га).
x га – 100 %.

3 300 га – 100 %, $\frac{300}{120} = \frac{100}{x}$, $x = \frac{120 \cdot 100}{300} = 40$ (%).
120 га – x %.



Крім трьох основних видів задач, існують також складніші задачі на відсотки. Насамперед, це задачі, в яких йдеться про збільшення чи зменшення чого-небудь на кілька відсотків, і обернені до них. Розв'язуючи такі задачі, уточнюйте насамперед про відсотки від чого саме йдеться. Про це в задачі прямо не говориться, але існують домовленості про розуміння тих чи інших висловлювань.

Для прикладу розглянемо задачу.

Задача. Спочатку ціну на товар підвищили на 10 %, а потім знизили на 10 %. Як змінилася ціна на цей товар у результаті двох переоцінок?

Зверніть увагу на те, що перший раз йдеться про 10 % від початкової ціни, а другий раз – про 10 % від підвищеної ціни. А вони не рівні.

Розв'язання. Нехай спочатку товар коштував a грн.

Після підвищення ціни на 10 % він став коштувати a грн. + $0,1a$ грн., або $1,1a$ грн.

10 % від підвищеної ціни становлять $(1,1a \cdot 0,1)$ грн., або $0,11a$ грн. Після зниження вартості товар став коштувати $(1,1a - 0,11a)$ грн., або $0,99a$ грн.

Отже, спочатку товар коштував a грн., а після двох переоцінок став коштувати $0,99a$ грн., тобто на $0,01a$ грн. менше. Це становить $0,01a : a = 0,01$, або 1 %.

Відповідь. Після двох переоцінок початкова ціна товару знизилася на 1 %.

Примітка. Відсотки часто називають процентами, а замість «скільки відсотків» іноді кажуть «який відсоток» (див. задачі 700, 701).



Перевірте себе

1. Що таке відсоток? А відсоток числа?
2. Що таке відсоткове відношення двох чисел?
3. Назвіть три основні види задач на відсотки.
4. Як знайти кілька відсотків від числа?
5. Як знайти число за відсотками?
6. Як знайти відсоткове відношення двох чисел?
7. Яким способом зручно розв'язувати задачі на відсотки?



Виконуємо разом

① У класі всього 27 учнів, двоє з них відсутні. Скільки відсотків становлять відсутні? Скільки відсотків становлять присутні?

$$\bullet \quad 2 : 27 \approx 0,074, \quad 0,074 = 7,4 \% ;$$

$$25 : 27 \approx 0,926, \quad 0,926 = 92,6 \% .$$

Відповідь. $\approx 7,4 \% ; \approx 92,6 \% .$

Примітка. Другу частину задачі можна виконати простіше: $100 \% - 7,4 \% = 92,6 \% .$

② Робітник за зміну виготовляв 250 деталей, а тепер виготовляє 270 таких деталей. На скільки відсотків зроста його продуктивність праці?

• *Перший спосіб.*

$$270 : 250 = 1,08 = 108 \% ; \quad 108 \% - 100 \% = 8 \% .$$

Другий спосіб.

$$270 - 250 = 20 \text{ (деталей)} ; \quad 20 : 250 = 0,08 = 8 \% .$$

Відповідь. На 8 %.



Усні вправи

695. Знайдіть 10 % від числа: 120; 6000; 40; 8; 0,7.

696. Знайдіть число, 50 % якого дорівнюють 8; 10; 3000; 1.

697. Виразіть у відсотках відношення:

$$3 : 100; \quad 5 : 10; \quad 7 : 20; \quad 13 : 10; \quad \frac{7}{100}; \quad \frac{3}{50}; \quad \frac{61}{10}.$$



Рівень А

698. Скільки відсотків становлять:

а) 7 відносно 20;

б) $\frac{2}{3}$ відносно $\frac{8}{15}$;

в) $\frac{2}{13}$ відносно $\frac{5}{26}$;

г) $1\frac{1}{2}$ відносно $1\frac{1}{5}$?

699. Скільки відсотків становлять:

а) 3 см відносно 5 см;

б) 2 см відносно 1 дм;

в) 35 г відносно 1 кг;

г) 15 хв відносно 1 год;

г) 0,1 м відносно 1 м;

д) 0,5 г відносно 1 кг;

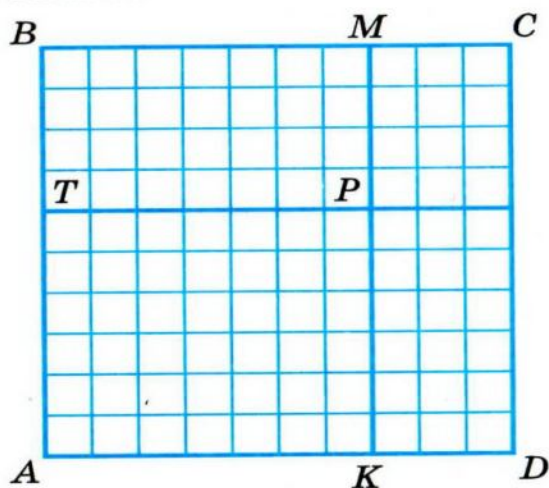
е) 9 с відносно 1 год;

е) 9 ц відносно 1 т?

700. З посіяних 50 горошин зійшло 46. Який відсоток становлять горошини, що зійшли? *86%*

701. Посадовий оклад службовця – 590 грн. Він отримав 240 грн. авансу. Який відсоток від окладу складає аванс?

702. Скільки відсотків площі квадрата $ABCD$ становить площа прямокутника $ATPK$ (мал. 51)? А площа прямокутника $TBMP$?



Мал. 51



703. Знайдіть відсоток солі в розчині, якщо в 250 г розчину міститься 20 г солі.

704. Змішали 4 кг води і 1 кг оцтової кислоти. Знайдіть відсоток кислоти в розчині.

705. Ціну 1 кг печива збільшили з 10 грн. 80 к. до 11 грн. 34 к. На скільки відсотків зросла ціна?

706. Результати контрольної роботи шестикласників записали в таблицю.

| Кількість балів | 1 – 3 | 4 – 6 | 7 – 9 | 10 – 12 | Разом |
|-----------------|-------|-------|-------|---------|-------|
| Кількість учнів | 2 | 7 | 12 | 4 | |
| Відношення (%) | | | | | |

Заповніть порожні клітинки таблиці.

707. Після закінчення зимового сезону ціна на взуття знизилася на 18 % і дитячі чобітки стали коштувати 98 грн. 40 к. Яка була початкова ціна чобітків?

708. Сім'я для придбання пральної машини взяла в банку позику 1800 грн. терміном на два роки під 12 % річних. Який прибуток отримає банк через два роки?



Рівень Б

709. На скільки відсотків: а) число 25 більше від числа 20; б) число 20 менше від числа 25? Чому відповідь до задачі б) не така, як до задачі а)?

710. На скільки відсотків збільшиться число від збільшення його:

- а) у 2 рази; б) у 1,6 раза; в) у 10 разів?

711. На скільки відсотків зменшиться число від зменшення його:

- а) у 2 рази; б) у 1,6 раза; в) у 10 разів?

712. Перше число становить 40 % від другого. Скільки відсотків становить друге число від першого?

713. Кіт у чоботях за першу хвилину пробіг 250 м, за другу – на 60 % більше. Який відсоток відстані він пробіг за третю хвилину, якщо весь його шлях становить 1 км?

714. На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо одну з його сторін збільшити на 10 %, а другу – на 20 %? Розгляньте випадки, коли сторони прямокутника дорівнюють:

- а) 2 см і 5 см; б) 12 м і 25 м; в) x м і y м.

Чи залежить відповідь від заданих довжин сторін?

715. Ціну на товар спочатку знизили на 10 %, а через деякий час ще на 10 %. Чи такою самою стала б ціна цього товару, коли б її відразу знизили на 20 %?

716. Газета підвищила плату за рекламу на 20 %, а потім нову ціну знизила на 10 %. На скільки відсотків зросла початкова ціна реклами?

717. Ціну на товар знизили на 25 %. На скільки відсотків треба підвищити нову ціну, щоб отримати її попереднє значення?

718. Щомісячний прибуток сім'ї становить 1300 грн. У березні витрати на харчування склали 715 грн., а на оплату комунальних послуг – 390 грн. На скільки відсотків більше було витрачено грошей на харчування?

719*. Вкладник поклав у банк 6000 грн. під 8 % річних. Яку суму він матиме на рахунок через рік; через 2 роки, якщо банк нараховує відсотки на відсотки?

720. В одному місті мешканці розмовляють українською або російською мовою. 85 % з них знають українську мову, а 75 % – російську. Скільки відсотків мешканців знають обидві мови?



Вправи для повторення

721. На двох складах разом міститься 1400 т вугілля. Скільки вугілля на другому складі, якщо на першому його в 2,5 раза більше, ніж на другому?

722. На двох токах знаходиться 564 т зерна, на першому току – $\frac{2}{3}$ від тієї маси, що є на другому. Скільки тонн зерна знаходиться на другому току?

723. Знайдіть середнє арифметичне чисел:

а) 3,7, 12,6 і $8\frac{3}{5}$; б) 0,12, $\frac{4}{7}$ і 1,88.

724. У скільки разів середнє арифметичне чисел a , x і y менше за суму цих чисел?

725. Знайдіть два числа, середнє арифметичне яких менше від першого числа на 2 і менше від суми цих чисел на 3.

§ 21.

Пропорційні величини

Нехай 1 кг яблук коштує 3 грн. Скільки коштують 2 кг, 3 кг, 4 кг, 5 кг, 6 кг таких яблук? Відповідь можна записати у вигляді таблиці.

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|----|----|----|
| Маса яблук (кг) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Вартість (грн.) | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |

Тут дві величини: маса і вартість. Візьмемо будь-які два значення маси, наприклад 3 кг і 5 кг. Відповідні їм значення вартості: 9 грн. і 15 грн. Із цих чотирьох чисел можна скласти пропорцію $3 : 5 = 9 : 15$, або $3 : 9 = 5 : 15$. Такі величини називають *пропорційними*. Вартість яблук пропорційна їхній масі. Чим більше купують яблук, тим більше за них платять. У стільки само разів!



Дві величини називають пропорційними, якщо зі збільшенням значень однієї з них у кілька разів значення другої збільшується у стільки само разів.

Інші приклади пропорційних величин: об'єм бензину і його маса, тривалість руху літака і пройдена ним відстань, довжина сторони квадрата і його периметр. А ось площа квадрата не пропорційна довжині його сторони. Чому? Бо якщо кожну сторону квадрата збільшити, наприклад, у 3 рази, то його площа збільшиться не в 3 рази, а в 9 разів.

Якщо величини x і y пропорційні, то їх відповідні значення задовольняють рівність

$$y = kx,$$

де k – деяке число (коефіцієнт пропорційності).

Багато задач про пропорційні величини можна розв'язувати за допомогою пропорцій.

Задача. Маса 5 л олії дорівнює 4 кг. Яка маса 12 л олії? Розв'язання.

Перший спосіб (зведення до одиниці). Якщо маса 5 л олії дорівнює 4 кг, то маса 1 л – у 5 разів менша, тобто 0,8 кг. Маса 12 л олії в 12 разів більша, тобто дорівнює $0,8 \text{ кг} \cdot 12 = 9,6 \text{ кг}$.

Другий спосіб (спосіб пропорції).

$$5 \text{ л} - 4 \text{ кг},$$

$$12 \text{ л} - x \text{ кг}.$$

Маємо пропорцію $\frac{5}{12} = \frac{4}{x}$. Звідси $x = \frac{12 \cdot 4}{5} = 9,6$ (кг).



Дізнайтеся більше

Крім пропорційних величин, часто розглядають обернено пропорційні величини. Дві величини називають обернено пропорційними, якщо зі збільшенням у кілька разів значень однієї величини значення другої зменшуються у стільки само разів. Такими, наприклад, є швидкість і час (при сталій відстані). Бо якщо швидкість руху збільшити в кілька разів, то ту саму відстань можна пройти за час,

менший у стільки само разів. Якщо величини x і y обернено пропорційні, то їх відповідні значення задовольняють рівність

$$y = \frac{k}{x},$$

де k – деяке число (k і x – відмінні від нуля).

Обернено пропорційні величини вивчають у курсі алгебри. Щоб розрізняти пропорційні величини і обернено пропорційні, перші називають також *прямо пропорційними величинами*. Отже, пропорційні величини і прямо пропорційні величини – одне й те саме поняття.



Перевірте себе

1. Наведіть приклади величин, пропорційних величин.
2. Які дві величини називають пропорційними?
3. Якою рівністю пов'язані значення пропорційних величин x і y ?
4. Якими способами розв'язують задачі з пропорційними величинами?
5. Наведіть приклад розв'язування задачі способом зведення до одиниці.
6. Наведіть приклад розв'язування задачі способом пропорції.
7. Наведіть приклади обернено пропорційних величин.



Виконуємо разом

① Насос за 8 год відкачує 160 м^3 води. Скільки води він може відкачати за 10 год?

● *Перший спосіб.* За 1 год насос відкачує $160 : 8 = 20 \text{ (м}^3\text{)}$.

За 10 год – у 10 разів більше: $20 \cdot 10 = 200 \text{ (м}^3\text{)}$.

Другий спосіб.

8 год – 160 м^3 ,

10 год – $x \text{ м}^3$.

Отже, $\frac{8}{10} = \frac{160}{x}$. Звідси $x = \frac{10 \cdot 160}{8} = 200 \text{ (м}^3\text{)}$.



726. Чи пропорційні величини, вказані в таблиці?

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|------|
| Об'єм виробу з бетону (м^3) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Маса (т) | 2,1 | 4,2 | 6,3 | 8,4 | 10,5 |

727. Чи пропорційні величини, вказані в таблиці?

| | | | | | | |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| Вік сина (р.) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Вік батька (р.) | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |

728. Які з величин пропорційні одна одній:

- а) маса товару і його вартість;
- б) довжина дроту і його маса;
- в) маса тіла і його об'єм;
- г) периметр квадрата і довжина його сторони;
- г) площа квадрата і довжина його сторони;
- д) довжина ребра куба і його об'єм?

729. Одна величина пропорційна другій. Чи пропорційна друга величина першій? Наведіть приклад.

730. Автомобіль за 2 год проїхав 120 км. Скільки кілометрів він проїде з такою самою швидкістю за 1 год; 3 год; 4 год; 5 год; 6 год; 0,5 год; 0,1 год?

731. 20 зошитів коштують 10 грн. Скільки коштують 2, 3, 4, 5, 7, 10, 30, 50 таких самих зошитів?



Рівень А

732. Маса 1 л олії дорівнює 0,8 кг. Знайдіть масу 2 л, 3 л, 4 л, 5 л, 6 л, 7 л олії. Складіть таблицю і запишіть значення величин.

733. З 0,5 т руди можна виплавити 0,3 т чавуну. Скільки тонн чавуну можна виплавити з 1 т, 2 т, 3 т, 100 т такої руди?

734. Маса 2 м^3 дров дорівнює 1600 кг. Знайдіть масу 112 кубометрів таких дров.

735. З 10 кг жита виходить 9 кг борошна. Скільки треба змолотити жита, щоб отримати 900 кг борошна?

736. Велосипедист за 0,3 год проїхав 4,2 км. Скільки кілометрів він проїде за 2 год, рухаючись з такою самою швидкістю?

737. Із 100 кг свіжих яблук можна отримати 5,8 кг сушених. Скільки сушених яблук вийде із 750 кг свіжих?

738. За 8 м тканини заплатили 96 грн. Скільки коштують 15 м такої тканини?

739. На пошиття 12 костюмів пішло 28,8 м тканини. Скільки таких костюмів можна пошити з 146,4 м тканини?

740. Відстань на карті між двома містами дорівнює 15 см. Яка відстань між цими містами, якщо масштаб 1 : 200 000?

741. Маса 3 м^3 льоду дорівнює 2,7 т. Знайдіть масу 20 м^3 льоду.



Рівень Б

742. Маса $0,25 \text{ дм}^3$ бронзи дорівнює 2,2 кг. Знайдіть: а) масу 2 м^3 бронзи; б) об'єм бронзової деталі, якщо її маса – 4,4 кг.

743. З 20 кг морської води можна добути 0,5 кг солі. Скільки потрібно взяти морської води, щоб отримати 45 кг солі?

744. За 24 хв насос викачує 144 м^3 води. За який час він викачає 4260 м^3 води?

745. Для фарбування $7,5 \text{ м}^2$ підлоги потрібно 0,75 кг фарби. Скільки фарби потрібно, щоб пофарбувати підлогу, розміри якої 3,15 м і 4,2 м?

746. На пошиття 7 костюмів витратили 21,7 м тканини. Скільки потрібно тканини для пошиття 17 таких костюмів? Скільки костюмів можна пошити з 16 м тканини?

747. За 3 год турист пройшов 16 км. За який час він пройде 30 км, рухаючись із такою самою швидкістю?

748. Скільки треба взяти картоплі, щоб отримати 100 кг крохмалю, якщо з 30 кг картоплі виходить 5,4 кг крохмалю?

749. Щоб отримати 60 кг мельхіору, треба сплавити 9 кг нікелю, 12 кг цинку, решту – міді. Скільки кілограмів кожного з цих металів треба взяти, щоб отримати 100 кг мельхіору?



Вправи для повторення

750. Розв'яжіть рівняння:

а) $5,2x - 3,8 = 17$; б) $3,9 - 1,2x = 0,3$.

751. При яких натуральних значеннях n правильні нерівності:

а) $n < 4,7$; б) $2,6 < n < 8,4$; в) $0 < n < 67,8$?

752. Сума кутів трикутника більша від одного з них на 150° і від другого – на 75° . Знайдіть міру третього кута цього трикутника.

753. Знайдіть периметр трикутника, якщо він більший від однієї сторони на 35 см, від другої – на 45 см, від третьої – на 50 см.

754. Скільки обертів зробить колесо за 1 хв, обертаючись рівномірно зі швидкістю 20° за секунду?

755. Коля йде зі школи додому 30 хв, а його брат Вітя – 40 хв. Одного разу Вітя пішов додому на 5 хв раніше. Через скільки хвилин наздожене його брат?

756. Джек вищий за Райда і нижчий за Барбі, з якою сидить поруч, а Альма вища від Барбі, але нижча від Тома (мал. 52). Кого як звати?



Мал. 52

§ 22.

Задачі на пропорційний поділ

Існує багато задач, у яких вимагається поділити яке-небудь число або значення величини на частини, які були б пропорційні кільком даним числам. Розглянемо одну з таких задач.

Задача. Дріт завдовжки 60 м розрізали на 3 частини, довжини яких пропорційні числам 2, 3 і 5. Знайдіть довжини цих частин дроту.

Розв'язання. Якщо шукані довжини пропорційні числам 2, 3 і 5, то вони дорівнюють $2n$, $3n$ і $5n$, де n – якесь число (мал. 53). Отже, $2n + 3n + 5n = 60$, $10n = 60$, $n = 6$. Шукані довжини дорівнюють 12 м, 18 м і 30 м.



Мал. 53

Щоб зрозуміти загальне правило розв'язування задач на пропорційний поділ, рівняння $2n + 3n + 5n = 60$ перетворимо так:

$$(2+3+5)n = 60, \quad n = \frac{60}{2+3+5}.$$

Тоді шукані значення $2n$, $3n$, $5n$ відповідно дорівнюють:

$$\frac{60 \cdot 2}{2+3+5}, \quad \frac{60 \cdot 3}{2+3+5}, \quad \frac{60 \cdot 5}{2+3+5}.$$

Щоб поділити число на частини, пропорційні даним числам, треба поділити його на суму даних чисел і знайдену частку помножити на кожне з них.



Окремим видом задач на пропорційний поділ є задачі на знаходження двох чисел за їх сумою і відношенням. Порівняйте такі дві задачі.

Задача 1. Поле площею 100 га поділили на дві частини, площі яких пропорційні числам 2 і 3. Знайдіть площі цих частин.

Задача 2. Поле площею 100 га поділили на дві частини, площі яких відносяться як 2 : 3. Знайдіть площі цих частин.

Розв'язувати такі задачі можна двома способами.

Розв'язання.

Перший спосіб. Якщо площі ділянок пропорційні числам 2 і 3 (або відносяться як 2 : 3), то вони дорівнюють $2x$ і $3x$, де x – деяке число. Загальна площа поля дорівнює 100 га, тому

$$2x + 3x = 100, \quad 5x = 100.$$

Звідси $x = 20$. Отже,

$$2x = 40, \quad 3x = 60.$$

Відповідь. 40 га і 60 га.

Другий спосіб. За правилом поділу числа на частини, пропорційні даним числам, відразу визначаємо площі частин поля:

$$\frac{100 \cdot 2}{2+3} = 40, \quad \frac{100 \cdot 3}{2+3} = 60.$$

Відповідь. 40 га і 60 га.



Дізнайтеся більше

Іноді кажуть про поділ числа на частини, *обернено пропорційні* даним числам. Поділити число на частини, обернено пропорційні даним числам, – це означає поділити дане число на частини пропорційно числам, які обернені даним. Наприклад, поділимо число 190 на три частини, обернено пропорційні числам 2, 4 і 5. Обернені їм числа – $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. Якщо звести ці дроби до спільного знаменника і відкинути його, то матимемо 10, 5 і 4. Тепер треба число 190 поділити на частини, пропорційні числам 10, 5 і 4. Маємо:

$$190 : (10 + 5 + 4) = 10;$$

$$10 \cdot 10 = 100; 10 \cdot 5 = 50; 10 \cdot 4 = 40.$$

Відповідь. 100, 50 і 40.



Перевірте себе

1. Які величини називають пропорційними?
2. Наведіть приклад задачі на пропорційний поділ.
3. Що означає поділити число 100 на частини, пропорційні числам 3 і 7? Як це зробити?
4. Як знайти два числа за їх сумою і відношенням?



Виконуємо разом

① Різниця двох чисел дорівнює 13, а відносяться вони як 7 : 5 (мал. 54). Знайдіть ці числа.

● За умовою шукані числа дорівнюють $7a$ і $5a$, де a – деяке число. Крім того, $7a - 5a = 13$, $2a = 13$. Звідси $a = 6,5$. Тому $7a = 45,5$, $5a = 32,5$.

Відповідь. 45,5 і 32,5.



Мал. 54

② Кабель завдовжки 92 м розрізали на три частини так, що перша і друга частини відносяться як 2 : 3, а друга і третя – як 5 : 7. Знайдіть довжини цих частин кабеля.

● Помножимо обидва члени першого відношення на 5, а другого на 3. Отримаємо відношення 10 : 15 і 15 : 21. Отже, довжини частин кабеля пропорційні числам 10, 15 і 21, тобто дорівнюють $10x$, $15x$ і $21x$, де x – деяке число. Оскільки сума цих довжин дорівнює 92 м, то маємо рівняння $10x + 15x + 21x = 92$, $46x = 92$. Звідси $x = 2$. Тоді $10x = 20$, $15x = 30$, $21x = 42$.

Відповідь. 20 м, 30 м і 42 м.



Усні вправи

757. Поділіть число 30 на частини, пропорційні числам 1 і 2.

758. Поділіть число 50 на частини, пропорційні числам 2 і 3.

759. Поділіть число 60 на частини, пропорційні числам:

а) 1 і 2; б) 2 і 3; в) 1 і 9; г) 3 і 7; г) 5 і 7.

760. Поділіть число 100 на частини, які відносилися б як:

а) 2 : 8; б) 3 : 7; в) 1 : 4; г) 2 : 3; г) 7 : 13.

761. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо вони пропорційні числам 2 і 7.

762. Градусні міри суміжних кутів пропорційні числам 1 і 8. Знайдіть їх градусні міри.

763. Знайдіть кути трикутника, знаючи, що вони пропорційні числам 1, 2 і 3.



Рівень А

764. Мотузку завдовжки 12 м розрізали на дві частини, довжини яких відносяться як 2 до 3. Знайдіть довжини одержаних частин мотузки.

765. Рейку завдовжки 18 м розрізали на дві частини, довжини яких пропорційні числам 4 і 5. Знайдіть довжини частин рейки.

766. Поділіть число 3000 на дві частини, пропорційні числам 2 і 3.

767. Поділіть число 1001 на три частини, пропорційні числам 1, 2 і 4.

768. Знайдіть три числа, пропорційні числам 3, 5 і 8, якщо найбільше з них дорівнює 224.

769. Число 9600 поділили на чотири частини, пропорційні числам 2, 3, 8 і 11. Знайдіть ці числа.

770. Для виготовлення порцеляни беруть 25 частин білої глини, 2 частини піску і 1 частину гіпсу. Скільки кожного з цих матеріалів треба взяти, щоб отримати 280 кг суміші, з якої виготовляють порцеляну?

771. Знайдіть довжини сторін трикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3 і 4, а периметр трикутника дорівнює 36 см.

772. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 4 і 5, а периметр чотирикутника дорівнює 105 см.



Рівень Б

773. Щоб виготовити замазку, беруть вапно, житнє борошно й олійний лак у відношеннях, показаних на діаграмі (мал. 55). Скільки потрібно взяти кожного матеріалу, щоб мати 4,2 кг замазки?

774. Число 200 поділіть на три частини, пропорційні числам:

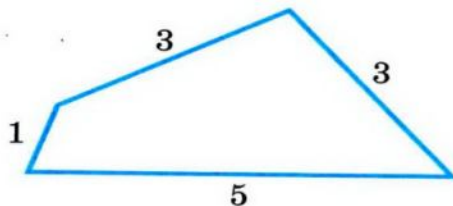
а) $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}$ і $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$.

775. Сума двох чисел дорівнює 360, а відносяться вони як $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$. Знайдіть ці числа.

776. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 3, 3 і 5, а найдовша сторона більша за найкоротшу на 12 см (мал. 56).



Мал. 55



Мал. 56

777. Знайдіть міри кутів трикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 3 і 5.

778. Знайдіть міри кутів трикутника, якщо один із них у 2 рази більший, ніж другий, і в 3 рази менший, ніж третій.

779. Сума трьох чисел дорівнює 24,8. Знайдіть ці числа, якщо перше з них відноситься до другого як 3 : 5, а друге до третього як 2 : 3.

780. Для 10 коней на 30 днів потрібно 9 ц вівса. Скільки вівса потрібно для 24 коней на 36 днів?

781. Знайдіть три числа, пропорційні числам 2, 4 і 7, середнє арифметичне яких дорівнює 52.

782. Карта, накреслена в масштабі 1 : 25 000, перероблена на карту в масштабі 1 : 10 000. Знайдіть довжину залізниці на новій карті, якщо на старій вона зображена відрізком завдовжки 15 см.



Вправи для повторення

783. Округліть числа 2,3094 і 8,7088 до тисячних, сотих, десятих.

784. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку наближених чисел 0,912 і 1,07.

785. Провідмініайте словосполучення *дев'ять відсотків*.

786. На скільки відсотків сума чисел 3,5 і 2,5 більша за їхню різницю?

787. Знайдіть площу поверхні й об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 26 см, 3 дм і 0,4 м.

788. Учора в класі присутніх було у 8 разів більше, ніж відсутніх. Сьогодні не прийшли ще два учні, тому відсутні становлять уже 20 % від присутніх. Скільки всього учнів у цьому класі?

§ 23.

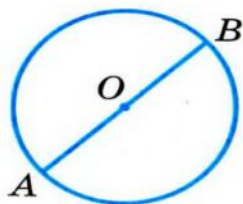
Коло і круг

Коло можна накреслити циркулем (мал. 57). Якщо вістря циркуля, яким накреслене коло, знаходилося в точці O , то ця точка – *центр* даного кола. Відрізок, який сполучає будь-яку точку кола з його центром, називається *радіусом кола*. А відрізок, який сполучає дві точки кола і проходить через його центр, – *діаметр*. На малюнку 58 точка O – центр кола, AB – діаметр, OA і OB – радіуси. У колі можна провести безліч радіусів і безліч діаметрів. **Кожний діаметр кола у 2 рази довший за радіус, тобто $d = 2r$.**



Мал. 57

Форму кола має обруч, обідок склянки, екватор і паралелі на глобусі тощо. Щоб виміряти довжину кола, можна вздовж нього покласти нитку і потім виміряти її довжину. А можна довжину кола не вимірювати, а обчислювати. Вчені ще в давні часи виявили, що відношення довжини кожного кола до довжини його діаметра дорівнює одному й тому самому числу, наближене значення якого дорівнює 3,14. Це число в усьому світі позначають буквою π (пі) (див. с. 168).



Мал. 58

Отже, якщо довжина кола l , а його діаметр d , то $l : d = \pi$. Звідси $l = \pi d$. Оскільки $d = 2r$, то

$$l = 2\pi r.$$

Це – формула довжини кола.

Довжина кола

$l = 2\pi r$

$l = 2\pi \cdot 1 \text{ м} \approx$
 $\approx 2 \cdot 3,14 \cdot 1 \text{ м} \approx 6,28 \text{ м}$

Наприклад, якщо радіус кола дорівнює 5 см, то його довжина

$$l \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \approx 31,4 \text{ (см)}.$$


Відповідь наближена, бо $\pi \approx 3,14$.

Коло на площині розбиває її на дві області: внутрішню і зовнішню. Об'єднання кола та його внутрішньої області називають *кругом* (мал. 59). *Центр, радіус, діаметр круга* – це відповідно центр, радіус, діаметр кола, що обмежує даний круг. Площа круга, як і довжина кола, залежить від довжини його радіуса. Доведено, що площа кожного круга з радіусом OA в π разів більша за площу квадрата зі стороною OA (мал. 60). Тобто якщо радіус круга дорівнює r , то його площа

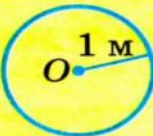
$$S = \pi r^2.$$

Це – *формула площі круга*. Наприклад, якщо радіус круга дорівнює 10 см, то площа цього круга $S \approx 3,14 \cdot 10^2$; $S \approx 314 \text{ (см}^2\text{)}$.


Площа круга



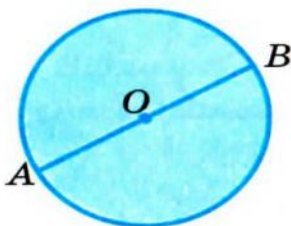
$S = \pi r^2$



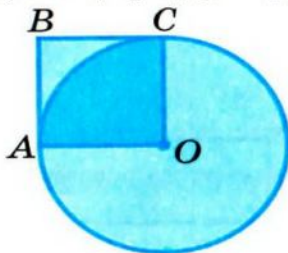
$S = \pi \cdot 1 \text{ м}^2 \approx$
 $\approx 3,14 \cdot 1 \text{ м}^2 \approx 3,14 \text{ м}^2$



Частина круга, обмежена двома його радіусами, називається *круговим сектором*. На малюнку 61 зображено круг, поділений на 3 рівні сектори. Подумайте, як можна знайти площу кожного з них, якщо радіус круга дорівнює 2 см.



Мал. 59



Мал. 60



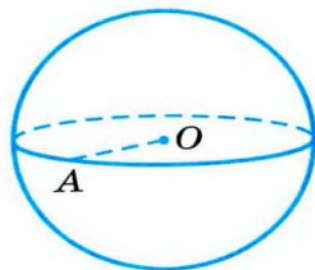
Мал. 61



Дізнайтеся більше

Якщо круг обернути навколо його діаметра, то утвориться *куля*.

Усі точки поверхні кулі однаково віддалені від *центра кулі*. Відрізок, який сполучає центр кулі з якою-небудь точкою її поверхні, називається *радіусом кулі*. Відрізок, який сполучає дві точки поверхні кулі і проходить через її центр, – *діаметр кулі*. Діаметр кулі дорівнює двом її радіусам. На малюнку 62 зображено кулю з центром O і радіусом OA .

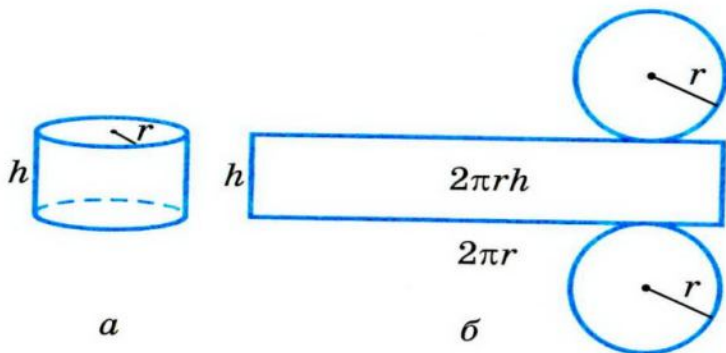


Мал. 62

Якщо через центр кулі провести площину, то вона перетне кулю по колу, а поверхню кулі – по колу. На географічному глобусі такими колами є *екватор* і *лінії меридіанів*. Оскільки довжина кола радіуса r дорівнює $2\pi r$, то довжина екватора кулі радіуса r дорівнює $2\pi r$.

Кругами є також основи циліндра (мал. 63, а).

Розрізавши поверхню циліндра по деяких лініях (яких?), її можна розгорнути. В результаті утвориться розгортка поверхні циліндра (мал. 63, б). Бічна поверхня циліндра розгортається в прямокутник. Основа цього прямокутника дорівнює довжині кола основи циліндра. Якщо радіус основи циліндра дорівнює r , то довжина кола основи циліндра – $2\pi r$. Тому основа прямокутника, в який розгортається бічна поверхня циліндра, також дорівнює $2\pi r$. Висота h цього прямокутника – це висота даного циліндра. Площа розгортки бічної поверхні циліндра дорівнює $2\pi rh$. Така сама і площа бічної поверхні циліндра: $S_6 = 2\pi rh$.



Мал. 63

Щоб знайти площу всієї поверхні циліндра, треба до площі її бічної поверхні додати площу двох його основ. Оскільки площа круга радіуса r дорівнює πr^2 , то площа поверхні циліндра $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$.



Перевірте себе

1. За допомогою якого інструмента можна накреслити коло?
2. Що таке радіус кола? Діаметр?
3. Чому дорівнює відношення довжини кола до його діаметра? А до радіуса?
4. Запишіть формулу довжини кола.
5. Чому наближено дорівнює число π ?
6. Що таке круг?
7. Що таке центр, радіус, діаметр круга?
8. Запишіть формулу площі круга.
9. Що називають круговим сектором?



Виконуємо разом

① Який шлях проходить за 1 год кінець годинної стрілки, довжина якої дорівнює 30 см (мал. 64)?

• Довжина кола, описаного кінцем стрілки, дорівнює $2\pi \cdot 30 \text{ см} \approx 188,4 \text{ см}$.

За годину стрілка опише $\frac{1}{12}$ частину ко-

ла. Отже, $\frac{1}{12} \cdot 188,4 \text{ см} = 15,7 \text{ см}$.

Відповідь. $\approx 15,7 \text{ см}$.



Мал. 64



Усні вправи

789. Чому дорівнює довжина кола радіуса 1 см? А радіуса 1 м?

790. Що більше: довжина відрізка 6 дм чи довжина кола радіуса 1 дм?

791. Чому дорівнює довжина півкола (мал. 65) радіуса 1 м?

792. Що більше: площа квадрата зі стороною 1 м чи площа круга радіуса 2 м?

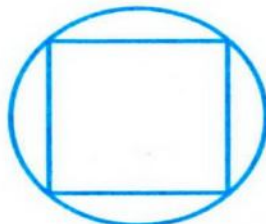
793. У скільки разів довжина кола радіуса 4 см довша за довжину кола радіуса 1 см?

794. Кожна вершина квадрата лежить на колі (мал. 66). Що більше:

- периметр квадрата чи довжина кола;
- площа квадрата чи площа круга, обмеженого цим колом?



Мал. 65



Мал. 66

795. Розгадайте ребуси.

○ с ○ да ○ на ○ нія е○г ○ в ○ да



Рівень А

796. Накресліть коло, радіус якого дорівнює 3 см. Позначте буквою його центр, проведіть радіус, діаметр.

797. Знайдіть діаметр кола, якщо його радіус дорівнює:

- а) 2,5 м; б) 3,4 см.

798. Знайдіть радіус кола, діаметр якого дорівнює:

- а) 7 м; б) 0,35 дм.

799. Накресліть коло. Проведіть у ньому два взаємно перпендикулярні діаметри.

800. Накресліть коло. Проведіть у ньому три радіуси так, щоб вони утворили три рівні кути.

801. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює:

- а) 10 см; б) 4 м; в) 0,5 дм; г) с км.

802. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює:

- а) 15 мм; б) 12 м; в) 2,5 дм; г) $\frac{3}{4}$ км.

803. Знайдіть діаметр кола, довжина якого дорівнює:

- а) 314 см; б) 62,8 дм; в) 0,314 км.

804. Знайдіть радіус кола, довжина якого дорівнює:

- а) 31,4 м; б) 0,942 м; в) 0,628 км.

805. Обчисліть площу круга, радіус якого дорівнює:

- а) 20 см; б) 0,4 м; в) 0,5а дм.

806. Обчисліть площу круга, діаметр якого дорівнює:

- а) 8 дм; б) 15 см; в) 0,2 м; г) 0,02 км.

807. Площа круга дорівнює 314 см^2 . Знайдіть довжину його радіуса.



Рівень Б

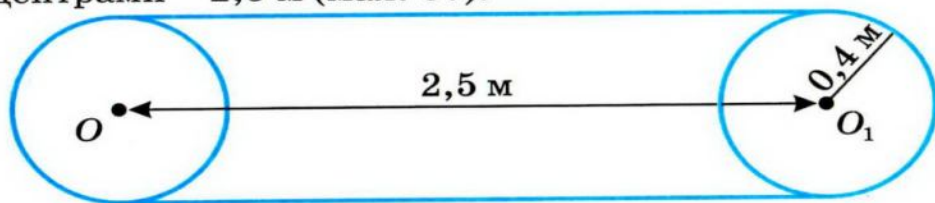
808. Знайдіть діаметр круга, площа якого дорівнює $78,5 \text{ м}^2$.

809. Знайдіть площу круга, обмеженого колом завдовжки 6,28 см.

810. Накресліть круг радіуса 2 см і поділіть його на 4 рівні сектори. Знайдіть площу одного сектора.

811. Який шлях проходить за 2 год кінець хвилиної стрілки, довжина якої дорівнює 1,5 см?

812. Знайдіть довжину паса, натягнутого на два шківви, якщо радіус кожного з них дорівнює $0,4$ м, а відстань між їх центрами – $2,5$ м (мал. 67).



Мал. 67

813. Щоб витягти відро води, треба ручку коловорота криниці повернути 15 разів. Знайдіть глибину криниці, якщо діаметр барабана дорівнює 26 см.

814. На котушку, діаметр якої дорівнює 5 см, намотано 20 витків дроту. Знайдіть довжину цього дроту.

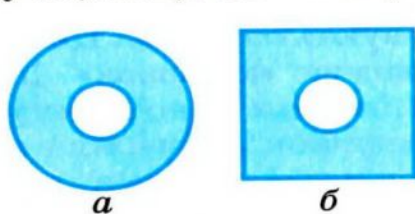
815. Діаметр велосипедного колеса дорівнює 8 дм. Скільки обертів зробить це колесо, якщо велосипед проїде 1 км?

816. Модель літака літає по колу радіуса 30 м. Який шлях пролетить модель літака за 40 обертів?

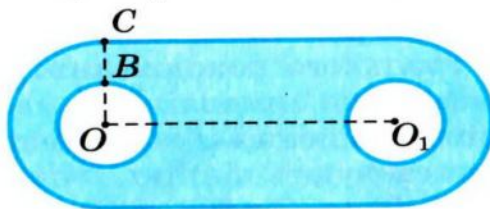
817. Радіус одного круга дорівнює діаметру другого. Знайдіть відношення площ цих кругів.

818. Виконавши потрібні вимірювання, обчисліть площу фігур, зображених на малюнку 68.

819. Обчисліть площу прокладки, зображеної на малюнку 69, якщо $OB = 1$ см, $OC = 2$ см, $OO_1 = 6$ см.



Мал. 68



Мал. 69

820. Практичне завдання. За допомогою нитки й лінійки або сантиметрової стрічки виміряйте діаметр і довжину обідка: а) склянки; б) блюдця; в) банки; г) тарілки. Знайдіть їх відношення. Результати запишіть у формі таблиці.



Вправи для повторення

821. У трьох ящиках усього 58 кг яблук. Скільки кілограмів яблук у першому ящику, якщо в ньому стільки само яблук, як і в другому, і на 2 кг більше, ніж у третьому?

822. Тракторист першого дня зорав 12 га поля, другого – на 10 % більше, а третього – на 2 га менше, ніж другого дня. Скільки всього він зорав за три дні?

823. Розв'яжіть рівняння:

а) $3,2x + 2,5 = 17,5$; б) $1,3^2 - 1,3x = 0$.

824. Надійка взяла в подружки книжку на 3 дні. Першого дня вона прочитала половину книжки, другого – третину решти сторінок, а третього – половину того, що прочитала протягом двох перших днів. Чи встигла вона прочитати книжку?

825. Коли куплені на свята цукерки сестрички розклали парами, трійками і четвірками, то кожного разу залишалася одна, а коли розкладали по п'ять, остачі не було. Скільки всього було цукерок?

826. Задача-жарт. Селянка продавала яйця. Перший покупець купив у неї половину всіх яєць і ще пів'яйця, другий – половину решти і ще пів'яйця. Після цього залишилося одне надбите яйце. Скільки яєць продано?

§ 24.

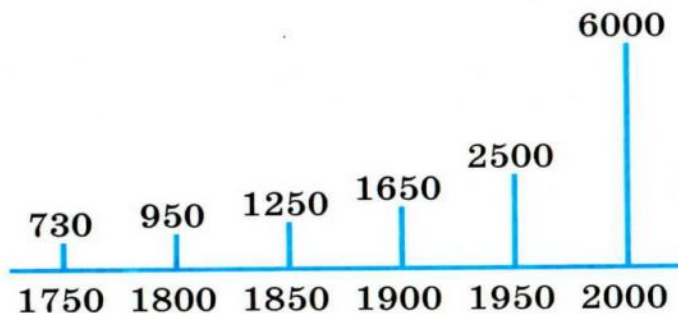
Діаграми

Малюнки сприймаються і запам'ятовуються краще, ніж слова і цифри. Для наочного зображення числових значень різних величин використовують *діаграми*. Це слово грецького походження, воно означає «малюнок». Діаграма – це символічний малюнок, який наочно ілюструє співвідношення між значеннями величин. Найчастіше використовують лінійні, стовпчасті і кругові діаграми.

Лінійна діаграма звичайно складається з кількох відрізків. Наприклад, зображена на малюнку 70 діаграма дає змогу наочно порівняти довжини найбільших річок Європи. Більшому значенню довжини річки відповідає

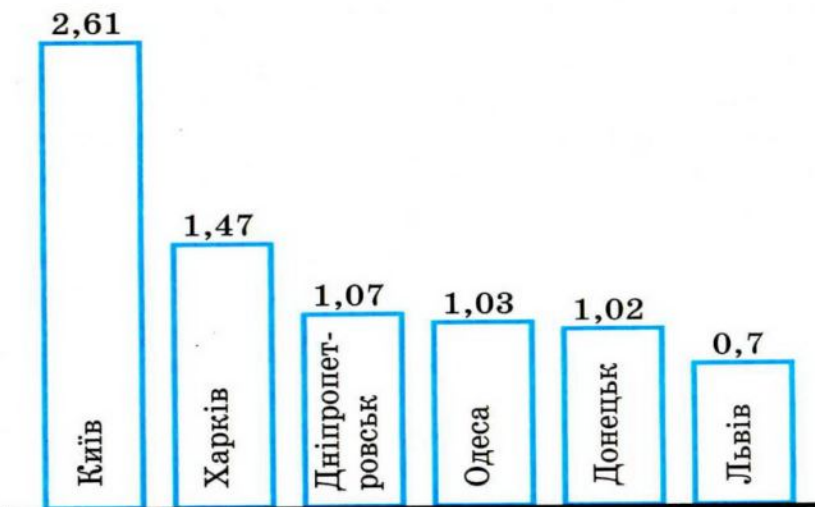
| | |
|---------|---------|
| Волга | 3530 км |
| Дунай | 2857 км |
| Урал | 2428 км |
| Дніпро | 2291 км |
| Дон | 1870 км |
| Дністер | 1362 км |

довший відрізок. На цій діаграмі відрізки розміщені горизонтально. На інших діаграмах їх зображують вертикально. Лінійна діаграма на малюнку 71 ілюструє, як з роками зростало населення Землі. У 1750 р. всього людей було приблизно 730 мільйонів, у 1800 р. – 950 мільйонів і т. д. У 2000 р. на нашій планеті було приблизно 6 мільярдів людей.



Мал. 71

Стовпчаста діаграма відрізняється від лінійної тим, що в ній відрізки замінено прямокутниками. Такою є діаграма, зображена на малюнку 72. На ній порівнюється



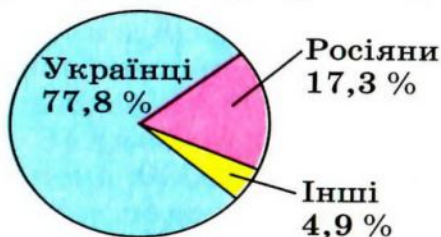
Мал. 72

чисельність мешканців найбільших міст України (у мільйонах; дані за Всеукраїнським переписом 2001 р.).

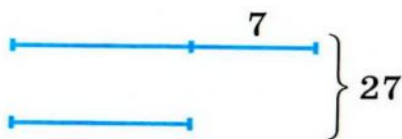
Кругова діаграма має вигляд круга, поділеного радіусами на частини (сектори). Тому такі діаграми назива-

ють також *секторними*. На малюнку 73 наведено діаграму, яка показує, скільки відсотків живе в Україні українців, росіян і людей інших національностей (дані за 2001 р.). Увесь круг відповідає 100 відсоткам.

Іноді діаграма допомагає розв'язати задачу. Нехай, наприклад, треба знайти два числа, сума яких дорівнює 27, а різниця – 7. Цій задачі відповідає діаграма, зображена на малюнку 74. Перше число більше від другого на 7. Якщо від 27 відняти 7, то отримаємо 20 – подвоєне друге число. Отже, друге число дорівнює 10, а перше – 17. Так, користуючись діаграмою, задачу можна розв'язати усно.



Мал. 73

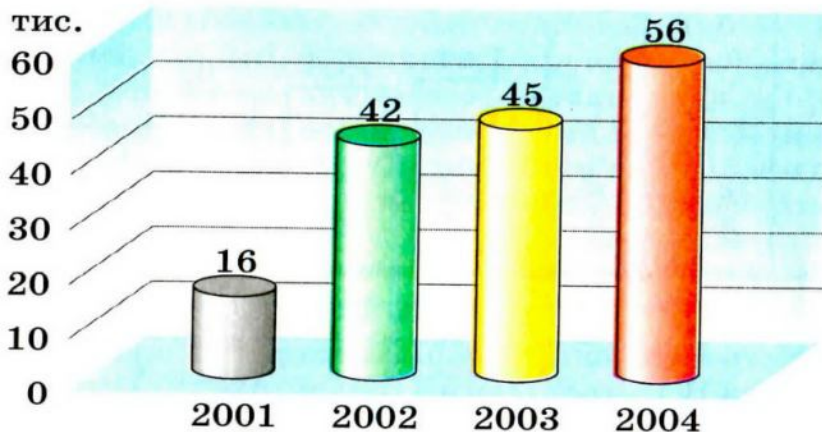


Мал. 74



Дізнайтеся більше

Іноді в діаграмах замість стовпчиків зображають прямокутні паралелепіпеди або циліндри (мал. 75). При цьому дотримуються таких вимог: основи таких фігур мають бути рівні, а висоти – пропорційні відповідним значенням величин.



Мал. 75

Коли хочуть зобразити наочно співвідношення між спорідненими об'єктами, користуються кругами, овалами тощо. Наприклад, співвідношення між чотирикутниками, прямокутниками і квадратами можна зобразити, як показано на малюнку 76. Такі схематичні зображення називають *діаграмами Ейлера* – на честь відомого швейцарського математика Леонарда Ейлера (1707 – 1783).



Мал. 76



Перевірте себе

1. Що таке діаграма?
2. Які бувають діаграми?
3. Наведіть приклад лінійної діаграми.
4. Наведіть приклад секторної діаграми.

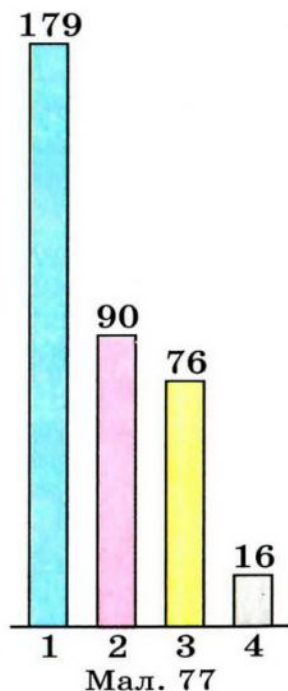


Виконуємо разом

① Побудуйте стовпчасту діаграму, яка відображає площі океанів за даними таблиці.

| Назва океану | | Площа, млн кв. км |
|--------------|----------------------|----------------------|
| 1 | Тихий | 179 |
| 2 | Атлантичний | 90 |
| 3 | Індійський | 76 |
| 4 | Північний Льодовитий | 16 |

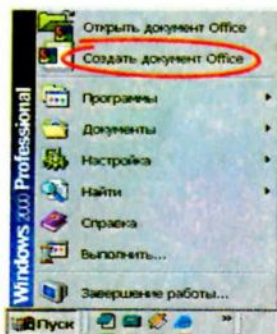
• Розмістимо на одній прямій рівні основи чотирьох прямокутників. Нехай площі 10 млн кв. км відповідає прямокутник, висота якого дорівнює 1 клітинці зошита (0,5 см). Висоту стовпчика, що відповідає площі Тихого океану, знайдемо з пропорції $10 : 0,5 = 179 : x$, звідси $x \approx 9$ см. Висоти інших стовпчиків: 4,5 см, 3,8 см і 0,8 см. Будуємо діаграму (мал. 77).



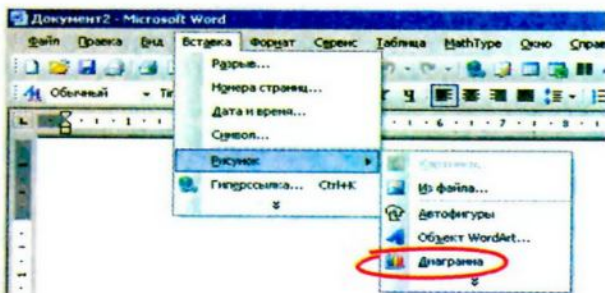
② Побудуйте за допомогою комп'ютера секторну діаграму, яка відображає склад вінегрету (картопля – 40 г, буряк – 40 г, морква – 24 г, цибуля – 10 г, огірок кислий – 20 г, олія – 4 г).

• 1. Увімкніть комп'ютер, за допомогою кнопки «Пуск» створіть новий документ (мал. 78, а).

2. У відкритому вікні послідовно натисніть на кнопки «Вставка» → «Рисунок» → «Діаграма» (мал. 78, б).



а

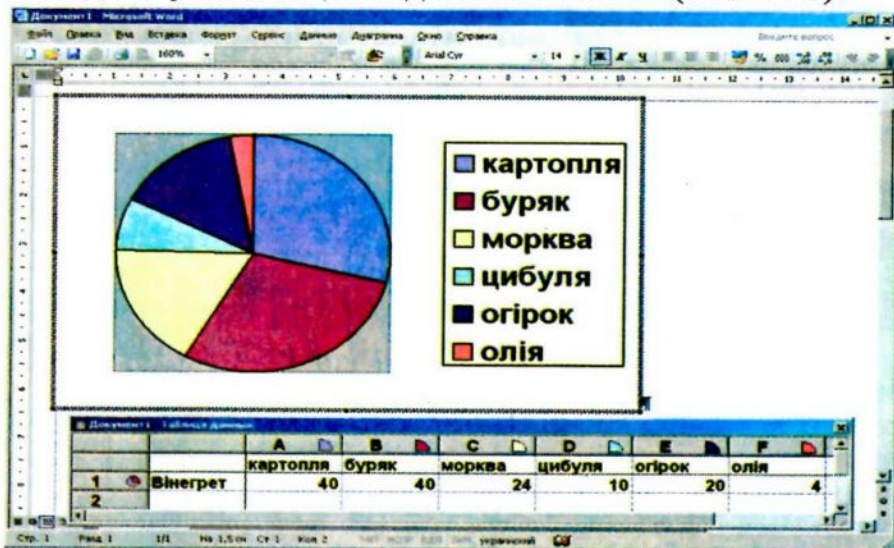


б

Мал. 78

3. У новому вікні натисніть послідовно на кнопки «Діаграма» → «Тип діаграми» і виберіть у меню «Кругова».

4. Введіть у таблицю задані значення (мал. 79).



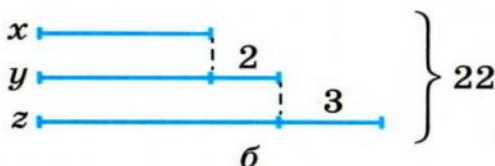
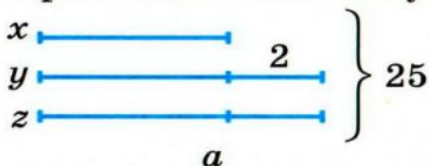
Мал. 79

5. Збережіть і надрукуйте отримане зображення. Воно може бути таким, як на малюнку 79.



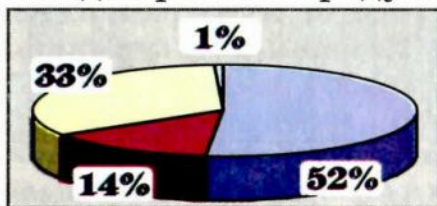
827. На малюнку 75 зображено діаграму, яка відображає кількість футбольних м'ячів, надісланих до загальноосвітніх шкіл України за останні роки. Проаналізуйте її.

828. Знайдіть значення x , y і z , які відповідають діаграмі, зображеній на малюнку 80.

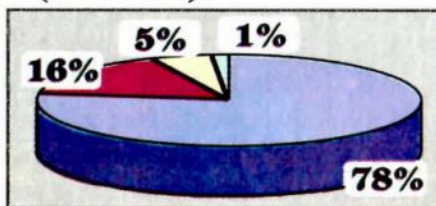


Мал. 80

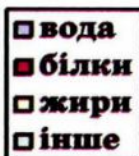
829. Проаналізуйте діаграму, яка демонструє хімічний склад харчових продуктів (мал. 81).



а – свинина



б – короп



Мал. 81



Рівень А

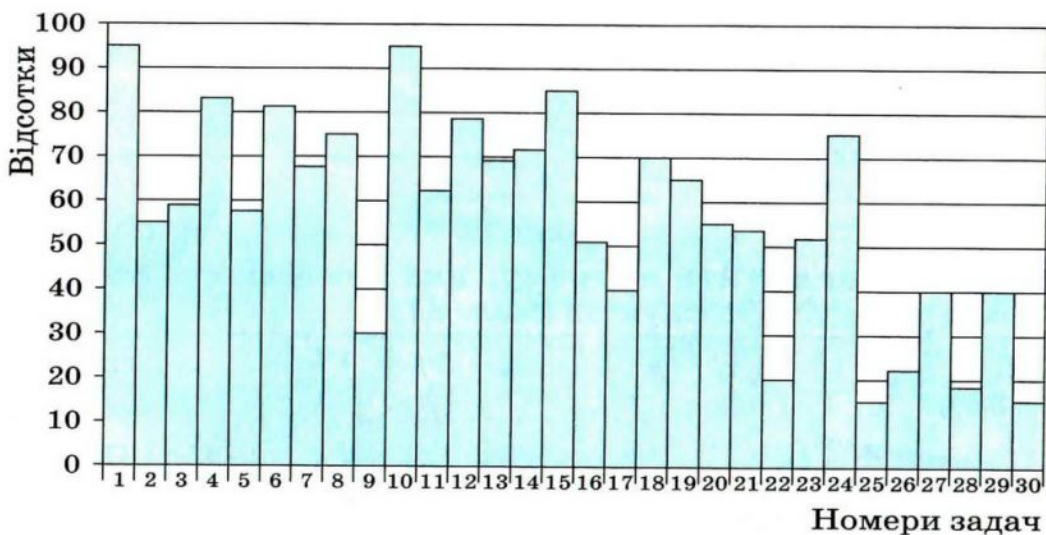
830. Побудуйте стовпчасту діаграму найбільших за чисельністю міст світу за такими даними: населення Токіо – 26,8 млн, Сан-Паулу – 16,4 млн, Нью-Йорка – 16,3 млн.

831. Побудуйте лінійну діаграму найбільших лиманів і озер України за такими даними: Дністровський лиман має площу 360 км^2 , озеро Сасик (Кундук) – 210 км^2 , Молочний лиман – 170 км^2 , Тилігульський лиман – 160 км^2 , озеро Ялпуг – 149 км^2 .

832. У математичному конкурсі взяло участь 2720 учнів 5–6 класів. На діаграмі (мал. 82) зображено залежність кількості учасників ($y\%$), які правильно розв'язали задачу, від номера задачі. За допомогою цієї діаграми встановіть:

- яка задача виявилась найважчою;
- чи були задачі, які не розв'язав жоден учасник;
- яку задачу правильно розв'язали майже всі учасники;

- г) які задачі розв'язали менше 20 % учасників;
 г) які задачі розв'язали більше 80 % учасників;
 д) який відсоток становлять учні, що розв'язали задачі № 2 і 13;
 е) скільки учнів розв'язали задачі № 9, 22, 27?



Мал. 82

833. Виміряйте зріст усіх членів своєї родини і побудуйте відповідну лінійну діаграму.

834. Побудуйте стовпчасту діаграму за числом років усіх членів вашої родини.

835. У класі навчаються 32 учні. З них шестеро вчать на «10–12», дванадцятьоро – на «9–11», четверо – на «3–5», решта – на «6–8». Побудуйте відповідну:

а) стовпчасту діаграму; б) кругову діаграму.

836. Одне число більше за друге на 5 і менше за третє на 6, а їх сума дорівнює 52. Знайдіть ці числа. За умовою задачі побудуйте діаграму. Розв'яжіть задачу, користуючись діаграмою.



Рівень Б

837. Денну норму їжі лікарі рекомендують розподіляти так: перший сніданок – 25 %, другий – 15 %, обід – 45 % і вечеря – 15 %. Зобразіть це за допомогою кругової діаграми.

838. Побудуйте секторну або стовпчасту діаграму розподілу посівних площ в Україні, якщо в середньому вони такі:

- 1) озима пшениця – 23,3 %;
- 2) інші зернові – 21,8 %;
- 3) технічні культури – 11,5 %;
- 4) кормові культури – 37,1 %;
- 5) картопля й овочі – 6,3 %.

839. Китайською мовою розмовляють 701 млн людей, англійською – 386 млн, російською – 265 млн, іспанською – 245 млн, хінді – 237 млн, арабською – 147 млн, німецькою – 119 млн, французькою – 103 млн. Побудуйте за цими даними стовпчасту діаграму.

840. Користуючись географічною картою, визначте відстань від Києва до обласних центрів України і за знайденими числовими значеннями побудуйте лінійну діаграму.

841. Зобразіть за допомогою діаграми Ейлера співвідношення між такими об'єктами:

- а) тварини, собаки, кішки, бульдоги;
- б) трикутники, прямокутні трикутники, рівносторонні трикутники, рівнобедрені трикутники.

842. Практичне завдання. Полічіть, скільки годин на добу ви спите, скільки перебуваєте в школі, скільки виконуєте домашні завдання, скільки займаєтесь іншими справами, і побудуйте відповідну кругову діаграму.



Вправи для повторення

843. Розмістіть числа 3,4; 3,39; $\frac{7}{2}$; $3\frac{1}{9}$ в порядку зростання.

844. Весною молода тополя була заввишки 3,5 м, а за півроку виросла на 25 см. На скільки відсотків вона виросла за півроку?

845. З двох міст, відстань між якими 400 км, одночасно вирушили назустріч одна одній дві вантажівки і зустрілися через 4 год. Швидкість однієї з них 52 км/год. Знайдіть швидкість другої.

846. Площа квадрата дорівнює 81 см^2 . Знайдіть його периметр.

847. Учень запевняє: «Ще позавчора мені було 12 років, а в наступному році мені буде 15». За якої умови це може бути?



Варіант 1

1°. Замініть відношенням натуральних чисел відношення:

а) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$; б) $0,7 : \frac{3}{4}$; в) $1\frac{1}{2} : 2,3$.

2°. На скільки відсотків:

а) число 63 більше за 50; б) число 80 менше за 200?

3°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{x}{12} = \frac{17}{30}$; б) $\frac{5}{x} = 1,3$.

4°. Маса 25 м дроту дорівнює 12 кг. Чому дорівнює маса 40 м такого дроту?

5°. Знайдіть довжини сторін трикутника, якщо вони пропорційні числам 3, 5 і 6, а периметр трикутника дорівнює 2,8 дм.

Варіант 2

1°. Замініть відношенням натуральних чисел відношення:

а) $\frac{3}{5} : \frac{2}{7}$; б) $0,6 : \frac{3}{4}$; в) $2\frac{1}{3} : 3,5$.

2°. На скільки відсотків:

а) число 53 більше за 40; б) число 75 менше за 125?

3°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{12}{x} = \frac{15}{16}$; б) $2,5 = \frac{5}{x}$.

4°. Маса 5 м³ крейди дорівнює 12 т. Чому дорівнює маса 24 м³ крейди?

5°. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 3 і 4, а периметр чотирикутника дорівнює 75 см.

Варіант 3

1°. Замініть відношенням натуральних чисел відношення:

а) $\frac{5}{8} : \frac{3}{14}$; б) $1,2 : \frac{3}{4}$; в) $2\frac{1}{2} : 3\frac{2}{3}$.

2°. На скільки відсотків:

а) число 2,3 більше за 1,6; б) число $\frac{1}{2}$ менше за $\frac{2}{3}$?

3°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{12}{7} = \frac{x}{3,5}$; б) $\frac{6}{x} = 1\frac{1}{7}$.

4°. Маса 8 см³ срібла дорівнює 84 г. Чому дорівнює маса 0,5 дм³ срібла?

5°. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 3, 4, 5 і 7, а периметр чотирикутника дорівнює 3,8 см.

Варіант 4

1°. Замініть відношенням натуральних чисел відношення:

а) $\frac{4}{5} : \frac{7}{8}$; б) $\frac{2}{3} : 2,5$; в) $3\frac{1}{2} : 2\frac{2}{3}$.

2°. На скільки відсотків сума чисел $\frac{7}{5}$ і $\frac{1}{5}$:

а) більша за їх різницю; б) менша за їх частку?

3°. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{1,2}{x} = \frac{7}{5}$; б) $\frac{1,2}{x} = 2\frac{1}{2}$.

4°. Маса 4 м³ антрациту дорівнює 6 т. Чому дорівнює об'єм 16,5 т антрациту?

5°. Знайдіть довжини сторін чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 2, 3, 5 і 7, а найдовша сторона на 85 см довша за найкоротшу.



Готуємося
до тематичного контролю



Запитання для самоперевірки

1. Що таке відношення двох чисел?
2. Сформулюйте основну властивість відношення.
3. Що таке відсоткове відношення?
4. Як знайти відсоткове відношення?
5. Сформулюйте означення пропорції.
6. Сформулюйте основну властивість пропорції.
7. Які величини називають пропорційними?
8. Наведіть приклади пропорційних величин.
9. Якими способами розв'язують задачі на пропорційний поділ?

Завдання в тестовій формі

- Спростіть відношення $0,12 : 0,3$.
а) $12 : 3$; б) 4 ; в) $2 : 5$; г) $5 : 2$.
- Обчисліть відношення значень величин $3 \text{ м} : 20 \text{ см}$.
а) $1,5$; б) 15 ; в) $3,2$; г) 32 .
- Яка ймовірність того, що Червона Шапочка народилася у січні?
а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{12}$; в) $\frac{1}{30}$; г) $\frac{1}{7}$.
- На кожній грані куба написана одна буква зі слова «МОЛОКО». Яка ймовірність того, що куб упаде на грань з буквою «О»?
а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{5}{6}$.
- Яке число відноситься до 14 так, як 5 до 7?
а) 10; б) 140; в) 7; г) 50.
- Знайдіть невідомий член пропорції $4 : 1,5 = 6 : x$.
а) 4,5; б) 1; в) 22,5; г) 2,25.
- Який відсоток схожості жита, якщо з 200 посіяних зернин зійшло 188?
а) 98 %; б) 96 %; в) 94 %; г) 92 %.
- На скільки відсотків число 45 менше від числа 50?
а) на 5 %; б) на 10 %; в) на 15 %; г) на 20 %.
- Поділіть число 120 на частини, пропорційні числам 3 і 5.
а) 40 і 80; б) 45 і 75; в) 35 і 85; г) 30 і 50.
- Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює 2 см.
а) $\approx 1,256$; б) $\approx 6,28$; в) $\approx 12,56$; г) $\approx 62,8$.

Типові задачі

- Складіть пропорцію з чисел 3, 5, 6 і 10.
- Розв'яжіть рівняння, користуючись основною властивістю пропорції:
а) $x : 3 = 8 : 5$;
б) $1,2 : x = 0,3 : 2,5$;
в) $3,2 : 0,6 = 40x : 5$.
- Обчисліть площу круга, радіус якого дорівнює 5 см.
- У торбинці 8 білих і 7 червоних кульок. Яка ймовірність того, що взята навмання кулька виявиться червоною?
- Знайдіть діаметр кола, довжина якого дорівнює 62,8 см.
- За 5 год трактор виоре 4 га поля. Скільки гектарів поля він виоре за 7 год?

7°. Сплавляли 1,2 кг цинку і 3,8 кг міді. Який відсоток сплаву складає цинк?

8°. У класі 36 учнів. У першому семестрі з математики четверо з них отримали 12 балів, троє – 10 балів, десятеро – 9 балів, дев'ятеро – 8 балів, п'ятеро – 7 балів, а решта – 5 балів. Побудуйте відповідну секторну або стовпчасту діаграму.

9°. Родина отримала нове житло у 80-квартирному будинку. Яка ймовірність того, що номер нової квартири буде містити цифру 5?

10°. Для святкового розпродажу ціну на товар знизили спочатку на 10 %, а потім ще на 20 %. На скільки відсотків знизилась ціна після двох переоцінок?



Історичні відомості

Відношення чисел цікавили вчених єгиптян і вавилонян ще 4 тис. років тому. Математики Стародавньої Греції досліджували переважно відношення відрізків. А оскільки довжини відрізків виражаються числами, то всі їхні знання про відношення відрізків правильні і для відношень чисел.

Пропорції були також добре відомі єгиптянам, вавилонянам і грекам. У славетній праці «Основи» Евкліда (IV ст. до н. е.) їм присвячена вся п'ята книга. Зокрема, в ній обґрунтовано і багато «похідних пропорцій», які впливають з якоїсь даної.

Найпрекраснішою пропорцією стародавні греки вважали «золоту пропорцію», коли відрізок завдовжки $m + n$ ділять на дві частини m і n так, що $(m + n) : m = m : n$ (мал. 83). При цьому $m : n \approx 1,618$. Таку пропорцію називали також «божественною пропорцією»; вважали, що їй відповідають найдосконаліші творіння природи та шедеври митців.



Мал. 83

Коло і круг людям були відомі ще за давніх часів. Раніше люди не розрізняли коло і круг. Наприклад, співали «Ой зійди, зійди, ясен місяцю, як млинове коло». Хоч пов-

ний місяць і млиновий камінь – мають форму круга, а не кола. Походження слова *коло* українське і дуже давнє.

У наших краях ще кілька тисячоліть тому жінки носили прикраси, які мали деталі у вигляді кіл (мал. 84). І колеса до різних колісниць та возів майстрові люди вміли робити за кілька тисячоліть до нової ери.

Винайдення колеса – це велике відкриття. Спочатку люди користувалися котками, потім, щоб котки не переносити, додумалися вставляти їх у прорізи, мов у підшипники. Потім колеса робили окремо від осі, але з суцільного дерева. Тільки згодом навчилися робити колеса зі спицями – більші, легші й міцніші. Схематично історію створення колеса показано на малюнку 85.



Мал. 84



Мал. 85

Цікава історія числа π – відношення довжини кола до його діаметра. Вчені Вавилону вважали, що $\pi = 3$. Стародавні єгиптяни знали точніше значення $\pi \approx 3,16$. Давньогрецький учений Архімед знайшов, що $\pi \approx \frac{22}{7}$ тому це число називають архімедовим. Приблизно воно дорівнює 3,14. Для розв'язування більшості практичних задач такої точності досить. Але згодом китайські, європейські та інші математики знаходили все більше і більше десяткових знаків числа π . Тепер доведено, що число π виражається нескінченним неперіодичним десятковим дробом.

$$\pi = 3,1415926536\dots$$



Частку від ділення двох чисел називають також їх **відношенням**. Відношення чисел a і b – це $a : b$, або $\frac{a}{b}$. Кожний звичайний дріб є відношенням його чисельника до знаменника.

Основна властивість відношення. Значення відношення не зміниться, якщо обидва члени помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля. Наприклад, $300 : 500 = 3 : 5$.

Відношення дробових чисел завжди можна замінити відношенням натуральних чисел. Наприклад,

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{14}{21} : \frac{12}{21} = 14 : 12 = 7 : 6.$$

Відсотковим відношенням називають відношення, виражене у відсотках. Наприклад, $3 : 15 = 0,2 = 20\%$.

Ймовірністю події називають відношення кількості сприятливих для неї результатів до кількості всіх можливих результатів. Наприклад, ймовірність того, що підкинута монета впаде догори гербом, дорівнює $0,5$.

Відношення довжини кожного кола до його діаметра дорівнює числу π , яке наближено дорівнює $3,14$. Довжину l кола і площу S круга знаходять за формулами $l = 2\pi r$, $S = \pi r^2$, де r – радіус.

Рівність двох відношень називають **пропорцією**. Приклади пропорцій: $6 : 8 = 3 : 4$; $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$; $\frac{1}{x} = \frac{4}{15}$; $12 : (a - 2) = 4 : 7$.

Основна властивість пропорції. Якщо пропорція правильна, то добуток її крайніх членів дорівнює добутку середніх членів. Тобто, якщо

$$a : b = c : d, \text{ то } ad = bc.$$

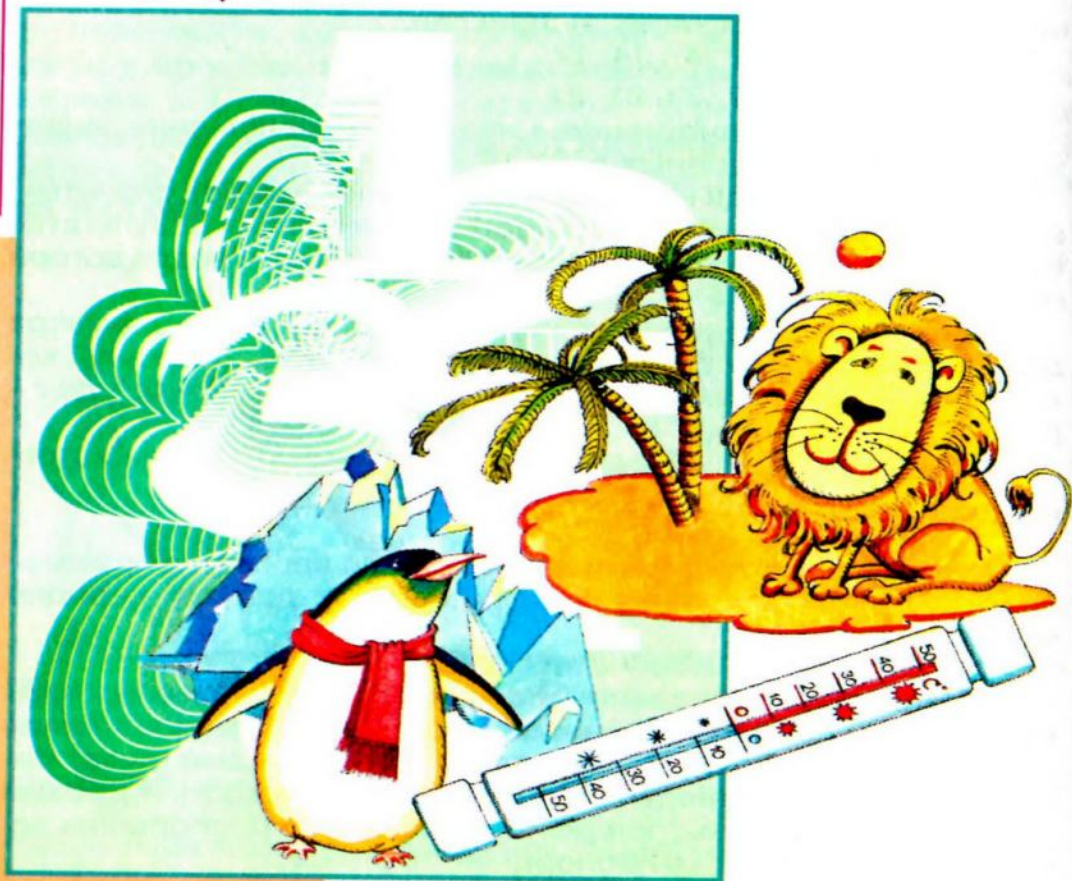
Дві величини називають **пропорційними** (прямо пропорційними), якщо зі збільшенням значень однієї з них у кілька разів значення другої збільшуються у стільки само разів. Наприклад, вартість товару пропорційна його кількості, пройдена автомобілем відстань (при рівномірному русі) пропорційна часу. Якщо величини x і y пропорційні, то $y = kx$.

Щоб поділити число на частини, пропорційні даним числам, треба поділити його на суму даних чисел і помножити на кожне з них. Поділимо, наприклад, число 540 на три частини, пропорційні числам $2, 3$ і 5 .

$$2 + 3 + 5 = 10, 540 : 10 = 54.$$

Помноживши 54 на 2 , на 3 і на 5 , маємо: $108, 162$ і 270 .

Раціональні числа



**Число висвітлює глибину
світобудови.**

Г. Лейбніц

Цей розділ містить дуже важливий і потрібний матеріал. Натуральні й дробові числа, з якими ви мали справу досі, були відомі освіченим людям ще понад 4 тисячоліття тому. А від'ємні числа ввійшли в математику набагато пізніше – кілька століть тому. Основний зміст цього розділу такий.

- Додатні й від'ємні числа.
- Дії з додатними і від'ємними числами.
- Перетворення простіших виразів.
- Розв'язування рівнянь.
- Перпендикулярні й паралельні прямі.
- Координатна площина і графіки.

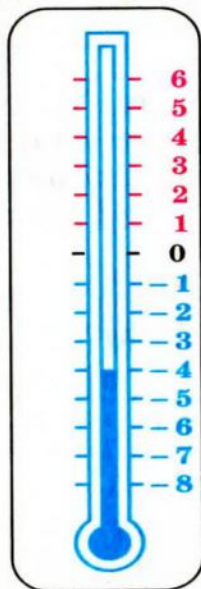
Весь цей матеріал є фундаментом математики, фізики та інших наук, які ви вивчатимете в наступних класах.

§ 25.

Додатні й від'ємні числа

Досі ми розглядали числа, більші за 0. А існують також числа, які менші за 0. Їх називають *від'ємними числами*. Наприклад, від'ємними числами позначають значення температури.

Температура, при якій починає замерзати вода – 0 градусів за Цельсієм ($^{\circ}\text{C}$). А буває ще холодніше. Тоді стовпчик рідини в термометрі опускається нижче від позначки 0 $^{\circ}\text{C}$. Якщо він розміщений, як показано на малюнку 86, то кажуть, що термометр показує «4 градуси морозу», або «4 градуси нижче нуля», або «мінус 4 градуси». Пишуть: -4°C . Іноді передають таке зведення погоди: «У Ялті 5 градусів, в Одесі – 0 градусів, у Харкові – мінус 2 градуси, у Києві – мінус 3 градуси». Ці значення температури можна записати так: 5, 0, -2 , -3 градуси. Числа 5 і 0 вам уже відомі. А -2 і -3 – приклади



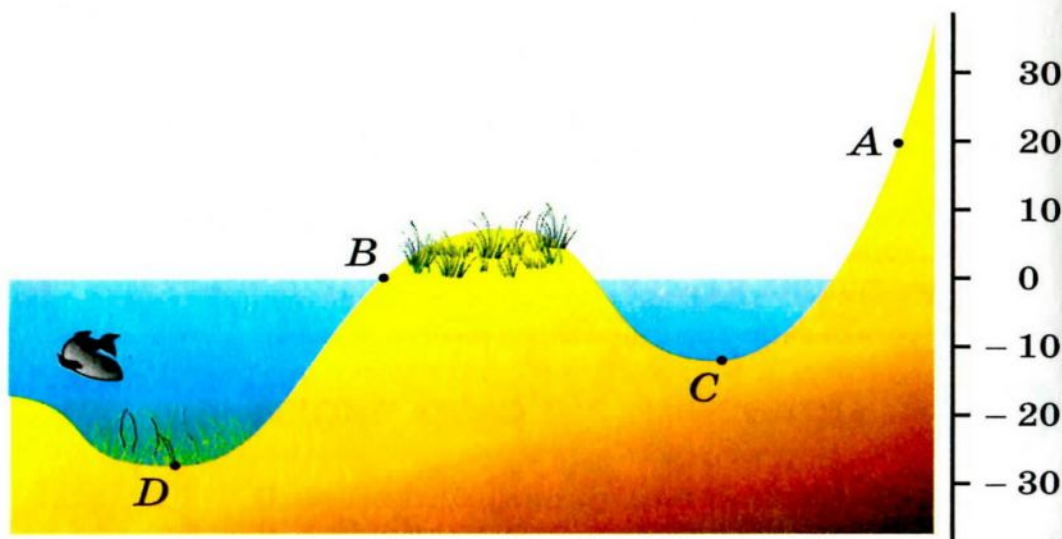
Мал. 86

від'ємних чисел. Від'ємні числа записують із знаком мінус «-». Наведемо ще приклади від'ємних чисел:

-6 ; -7 ; -12 ; -137 ; $-\frac{3}{7}$; $-5\frac{1}{3}$; $-3,2$; $-0,08$.

Ті числа, що розглядалися раніше (крім 0), відтепер будемо називати *додатними числами*. Інколи додатні числа пишуть зі знаком плюс «+». Число 0 – ні додатне, ні від'ємне.

Усі додатні числа разом із нулем називають *невід'ємними*.



Мал. 87

Від'ємними і додатними числами позначають не лише значення температури, а й розташування місцевості над рівнем океану (мал. 87), зміну кількості грошей у касі (задача 857) та користуються в багатьох інших випадках.



Дізнайтеся більше

Зверніть увагу на правильне читання додатних і від'ємних чисел. Наприклад,

$a = 10$ – a дорівнює десяти;

$x = -14$ – x дорівнює мінус чотирнадцяти;

$c > 2,5$ – c більше від двох цілих п'яти десятих;

$n < -7$ – n менше за (ніж) мінус сім.

Назви знаків чисел (+ і -) не відмінюються. Наприклад: мінус три, мінус трьох, мінус трьом і т. д.



Перевірте себе

1. Наведіть приклади від'ємних чисел.
2. При якій температурі починає замерзати вода?
3. Додатне чи від'ємне число 0?
4. Які числа називають недодатними?
5. Як називають разом додатні числа і нуль?



Виконуємо разом

① Провідмініайте словосполучення «додатна різниця», «мінус сім».

- | | |
|----------------------|--------------|
| • Н. додатна різниця | мінус сім |
| Р. додатної різниці | мінус семи |
| Д. додатній різниці | мінус семи |
| З. додатну різницю | мінус сім |
| О. додатною різницею | мінус сімома |
| М. додатній різниці | мінус семи |
| К. додатна різнице | |



Усні вправи

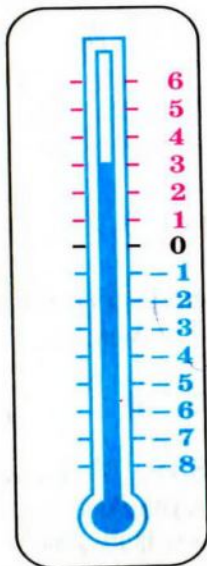
848. Прочитайте числа 3; -7; -12; 52; 0,3; $\frac{2}{3}$; $-\frac{7}{12}$; -2,9. Які з них додатні, а які - від'ємні?

849. Скільки градусів показує термометр, зображений на малюнку 88? Скільки він показуватиме, якщо температура знизиться на 3 °С? А якщо на 5 °С?

850. Провідмініайте словосполучення «додатне число», «від'ємний множник».

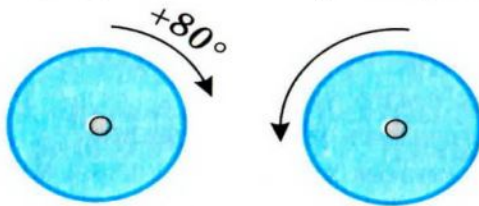
851. Чи правильно, що 0 - число недодатне? Чи є число 0 невід'ємним?

852. На географічних картах біля гори Говерли і берега Каспійського моря написано числа 2061 і -28. Що вони означають?



Мал. 88

853. Поворот шківів на 80° у напрямі руху годинникової стрілки позначають так: $+80^\circ$. А як слід позначати поворот шківів на 90° у протилежному напрямі (мал. 89)?



Мал. 89



Рівень А

854. Які з чисел $3, -8, -109, -\frac{2}{7}, -\frac{3}{8}, 0, -2\frac{1}{3}, -32,6$ невід'ємні? Випишіть їх.

855. Намалюйте схематично термометр, який показує -7°C . Скільки градусів він показуватиме, якщо температура підвищиться на 4°C ? А якщо знизиться на 3°C ?

856. Запишіть, використовуючи від'ємні числа: а) 17 градусів морозу; б) 100 м нижче від рівня моря; в) 5 градусів нижче нуля.

857. Гроші, які вкладник вносить до банку, касир записує зі знаком «+», а які бере з банку – зі знаком «-». Як змінилася сума грошей у касі після того, як касир обслужив 5 вкладників (див. таблицю)?

| Вкладник | Грошова операція |
|----------|------------------|
| 1 | + 300 |
| 2 | - 250 |
| 3 | - 200 |
| 4 | + 700 |
| 5 | - 400 |

858. Провідмініайте числівники «мінус двісті», «мінус три сьомих».



Рівень Б

859. У школу за рік поступило a учнів, а вибуло з неї b учнів. На скільки змінилося число учнів школи за рік? Поясніть смисл відповіді, якщо:

а) $a = 40, b = 23$; б) $a = 37, b = 45$; в) $a = 53, b = 53$.

860. Кожен учень мав відрізати планку завдовжки 250 мм. Вимірявши відрізані учнями планки, вчитель записав результати в таблицю. Поясніть, що означають ці записи. Хто з учнів допустив найбільшу похибку? Які завдовжки планки відрізував кожен з учнів?

| Учень | Похибка (мм) |
|---------|--------------|
| Адамчук | -2 |
| Білий | +1 |
| Бойко | +2 |
| Величко | -3 |
| Гришко | -1 |

861. Практичне завдання. Виміряйте товщину своїх підручників у міліметрах (без обкладинок), занесіть дані до таблиці. Обчисліть середнє значення товщини підручника і визначте, на скільки товщина кожного підручника відрізняється від середнього значення.

| | Математика | Історія | Рідна мова | Іноземна мова | Середнє значення |
|---------|------------|---------|------------|---------------|------------------|
| Товщина | | | | | |
| Різниця | | | | | |



Вправи для повторення

862. Побудуйте прямокутний трикутник, менші сторони якого дорівнюють 3 см і 4 см. Знайдіть його площу.

863. Від поля, площа якого дорівнює 12 га, відокремили ділянку в формі прямокутника, розміри якого 60 м і 50 м. Знайдіть площу ділянки, яка залишилася.

864. При якому значенні c значення виразів $5,8$ і $(3,7c - 2)$ рівні?

865. Скільки днів минуло від 1 січня 2000 р. до сьогодні?

866. Чи можна вибрати з таблиці

| | | | |
|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 5 | 7 |
| 9 | 11 | 13 | 15 |

п'ять чисел, сума яких дорівнює 30?

867. Чи існує прямокутний паралелепіпед, довжини ребер і площа поверхні якого виражаються непарними натуральними числами?

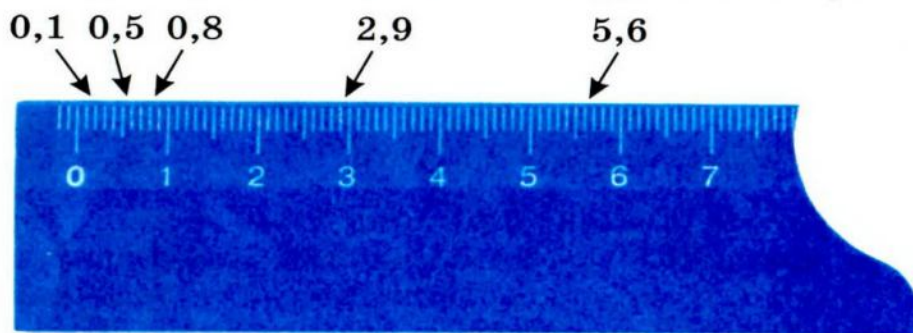
868. а) Накресліть прямий кут AOB і проведіть всередині нього промінь OC так, щоб міри кутів AOC і COB відносилися як $2 : 3$.

б) Накресліть прямий кут KPT і проведіть промінь PM так, щоб міри кутів KPM і MPT відносилися як $1 : 3$. Розгляньте всі випадки.

§26.

Координатна пряма

Подивіться на лінійку з поділками. Її штрихи (рисочки) поділяють лінійку на рівні *поділки*. Великі штрихи позначені числами $0, 1, 2, 3, \dots$. Відстань між кожними двома сусідніми великими штрихами дорівнює 1 см. Малим штрихам також відповідають числа, але – дробові (мал. 90). Усі нанесені на лінійці штрихи утворюють *шкалу*. Шкала на лінійці містить штрихи, яким відповідають тільки невід’ємні числа. А на шкалі термометра є штрихи, яким відповідають і від’ємні числа (див. мал. 88).

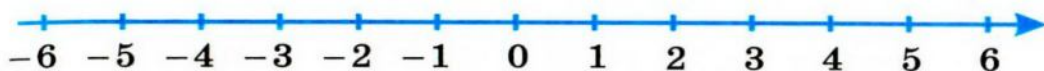


Мал. 90

Для математики найбільш придатна прямолінійна шкала з рівними поділками, нескінченна в обидва боки.

Ви вже знаєте, що таке *координатний промінь* (пригадайте!). До координатного променя схожа і *координатна пряма*. Уявімо пряму (нескінченну). Позначимо на ній яку-небудь точку O – це *початок відліку*. Праворуч від неї на рівних відстанях одна від одної позначимо точки і поставимо їм у відповідність числа: $1, 2, 3, 4, \dots$. На таких самих відстанях одна від одної позначимо на прямій точки ліворуч від точки O і поставимо їм у відповідність числа:

$-1, -2, -3, -4, \dots$ (мал. 91). Таку пряму називають *координатною прямою*.



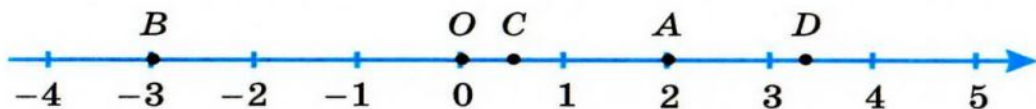
Мал. 91

Напрям праворуч від початку відліку називають *додатним*, на координатній прямій його позначають стрілкою.

Кожному числу на координатній прямій відповідає певна єдина точка. Наприклад, на координатній прямій, зображеній на малюнку 92, числу 2 відповідає точка A , числу -3 – точка B , числу $\frac{1}{2}$ – точка C , числу $3\frac{1}{3}$ – D .

Кажуть, що координата точки A дорівнює 2, координата точки B дорівнює -3 і т. д. Пишуть:

$$A(2); B(-3); C\left(\frac{1}{2}\right); D\left(3\frac{1}{3}\right); O(0).$$



Мал. 92

Точка O має координату 0. Це – *початок координат*. Відрізок, кінці якого мають координати 0 і 1, приймають за *одиничний відрізок* (мал. 93).



Мал. 93

Відстань між точкою $O(0)$ і, наприклад, точкою $B(-3)$ дорівнює 3 одиничним відрізкам (мал. 92). Пишуть $OB = 3$ од. в. Якщо довжина одиничного відрізка дорівнює 1 см, то $OB = 3$ см.

За одиничний відрізок можна взяти і будь-який інший, зокрема, завдовжки 1 дм, 5 мм тощо. Наприклад, на малюнку 93 довжина одиничного відрізка дорівнює 1,7 см.



Дізнайтеся більше

Своєрідною координатною прямою є *стрічка часу*, на якій зображують роки і століття (мал. 94). Християни за початок відліку часу приймають день народження Ісуса Христа (Різдво Христове). Час після того дня називають *новою ерою*, а до того – *до нової ери*. Замість *до нової ери* скорочено пишуть *до н. е.* або *до Р. Х.*



У Західній Європі такий відлік часу запроваджено з XVI ст.; а в нас (у колишній Російській імперії) – тільки в 1700 р. До того східні слов'яни лік рокам вели «від створення світу». Вважали, що світ було створено 5508 р. до н. е.



Перевірте себе

1. Що ви знаєте про штрихи і поділки на шкалі лінійки?
2. Як можна накреслити координатну пряму?
3. Як на координатній прямій позначають додатний напрям?
4. Яку координату має початок координат?
5. Що таке одиничний відрізок координатної прямої?



Виконуємо разом

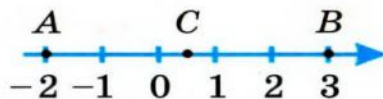
① Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 2 см.

- а) Чому дорівнює відстань між точками $A(-2)$ і $B(3)$?
- б) Знайдіть координату точки C – середини відрізка AB .

● а) Накресливши координатну пряму і відмітивши на ній точки $A(-2)$ і $B(3)$ (мал. 95), бачимо, що у відрізок AB

вміщується рівно 5 одиничних відрізків. Тому $AB = 2 \text{ см} \cdot 5 = 10 \text{ см}$.

б) Точка C – середина відрізка AB – розташована, як показано на малюнку 95. Координата точки C дорівнює 0,5.



Мал. 95

Усні вправи

Дивлячись на координатну пряму (мал. 96), дайте відповіді на запитання (869 – 874).

869. Які координати мають точки: A, B, C, K, P ?

870. Чи є точки з від'ємними координатами на відрізку AB, AC, BP ?

871. Які координати має середина відрізка: CB, AK, BP, CK ?

872. Скільки одиничних відрізків містить відрізок AB, AK, CK ?

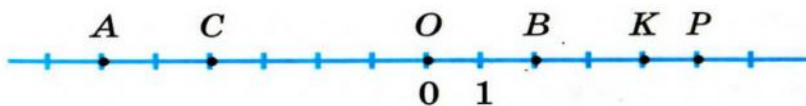
873. Який відрізок довший: AB чи CK ?

874. Яку координату має точка X , якщо точка O – середина відрізка XB ?

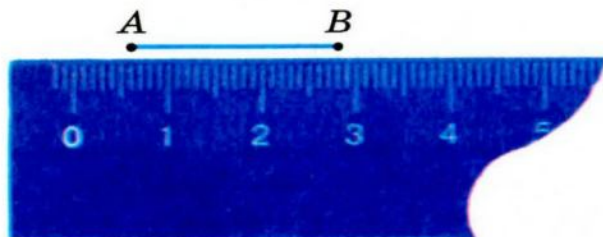
875. Чому дорівнює довжина відрізка AB (мал. 97)?

876. Чи має шкалу кантар (безмін) – пружинні ручні ваги (мал. 98)? Скільки важить зважуваний пакунок?

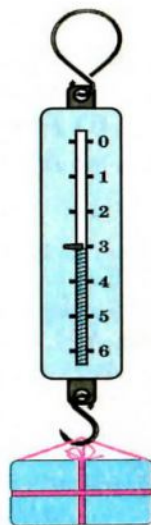
877. Чому на шкалах ваг немає штрихів з від'ємними числами? Чи може маса якогось предмета виражатися від'ємним числом?



Мал. 96



Мал. 97



Мал. 98



Рівень А

878. Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки з координатами: 2, 5, -1, -3, -5.

879. Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки $A(3)$, $B(5)$, $C(-2)$, $D(-4)$.

880. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 1 см. Чому дорівнює відстань між точками:

- а) $A(2)$ і $B(5)$; б) $K(-1)$ і $P(3)$; в) $M(-5)$ і $N(-3)$?

881. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 5 мм. Чому дорівнює відстань між точками:

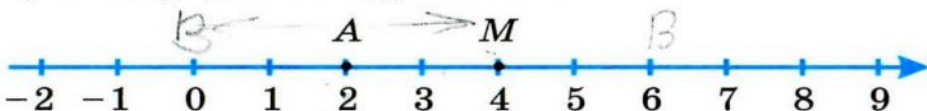
- а) $K(-2)$ і $T(4)$; б) $M(6)$ і $C(-3)$; в) $P(-4)$ і $Q(-1)$?

882. На координатній прямій дано точки $A(-1)$ і $B(7)$. Знайдіть координату точки, що є серединою відрізка AB .

883. Яка з точок $K(-4)$, $P(-3)$, $T(3)$, $M(2)$ найближча до точки $O(0)$? А до точки $C(-2)$?

884. Дано точки $A(2)$ і $M(4)$ (мал. 99). Знайдіть координату точки B такої, що:

- а) B є серединою відрізка AM ;
 б) A є серединою відрізка BM ;
 в) M є серединою відрізка AB .



Мал. 99

885. Дано точки $K(-3)$ і $M(0)$. Знайдіть координату такої точки P , для якої:

- а) K – середина відрізка PM ;
 б) P – середина відрізка KM ;
 в) M – середина відрізка KP .



Рівень Б

886. Дано точки: $A(-3)$, $B(-1)$, $O(0)$ і $C(4)$. Який із відрізків AB , AO , AC , BO , BC , OC найдовший, який – найкоротший? Зробіть малюнок.

887. На координатній прямій позначено точки $M(4)$ і $N(6)$. Довжина відрізка MN дорівнює 5 см. Знайдіть:

- а) довжину одиничного відрізка цієї координатної прямої;
 б) довжини відрізків OM і ON ;

- в) відстань між точками $K(9)$ і $H(6)$;
г) відстань між точками $P(-4)$ і $K(9)$.

888. Дано точки $A\left(\frac{2}{3}\right)$, $B\left(-\frac{1}{3}\right)$ і $C\left(2\frac{2}{3}\right)$. Знайдіть довжини

відрізків AB , AC і CB , якщо довжина одиничного відрізка дорівнює 1 см.

889. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 2 см. Знайдіть відстань між точками:

а) $A\left(\frac{1}{2}\right)$ і $B\left(-\frac{3}{2}\right)$; б) $K\left(-3\frac{2}{5}\right)$ і $P\left(2\frac{3}{5}\right)$.

890. Точки A і B називаються *симетричними відносно точки M* , якщо M – середина відрізка AB . Позначте на координатній прямій точки K і P , симетричні точкам $A(-2)$ і $C(4)$ відносно початку координат.

891. Порівняйте відрізки KP і AC задачі 890. Чи симетричні відносно точки $O(0)$ середини цих відрізків?

892. Дано точки $A(-3)$ і $B(2)$. Укажіть на координатній прямій точку C , симетричну точці A відносно B . Знайдіть координату точки C та відношення довжин відрізків AC і BC .

893. Перемалюйте в зошит малюнок 96. Позначте точки, симетричні заданим на ньому, відносно початку координат.

894. Практичне завдання. Намалюйте у зошиті шкалу одного з домашніх побутових приладів, якими користуються для вимірювання величин, що можуть мати як додатні, так і від'ємні значення.



Вправи для повторення

895. На скільки сума чисел $3,6$ і $\frac{3}{4}$ більша:

- а) за їх різницю; б) за їх добуток?

896. Побудуйте трикутник за двома його сторонами, які дорівнюють 4 см, 5 см, і кутом 60° між ними.

897. Чи існує трикутник зі сторонами завдовжки 2,5 м, 4,7 м і 3,7 м? Чому?

898. Яке найменше значення може мати вираз $x^2 + 16$? А вираз $(x + 16)^2$?

899. Два товарні поїзди завдовжки по 250 м їдуть назустріч один одному зі швидкостями 50,5 км/год. Через скільки секунд після зустрічі їх машиністів зустрінуться кондуктори останніх вагонів?

Числа 3 і -3 відрізняються тільки знаками. Точки з такими координатами розміщені по різні боки від точки O і на однакових відстанях від неї. Такі числа називаються *протилежними*: число 3 протилежне числу -3 , а -3 протилежне числу 3. Протилежними є також числа:

$$-15 \text{ і } 15, \quad \frac{2}{3} \text{ і } -\frac{2}{3}, \quad 6,7 \text{ і } -6,7, \quad -2\frac{1}{3} \text{ і } 2\frac{1}{3}.$$

Для кожного числа існує тільки одне протилежне йому число (мал. 100). Число 0 протилежне саме собі.



Мал. 100

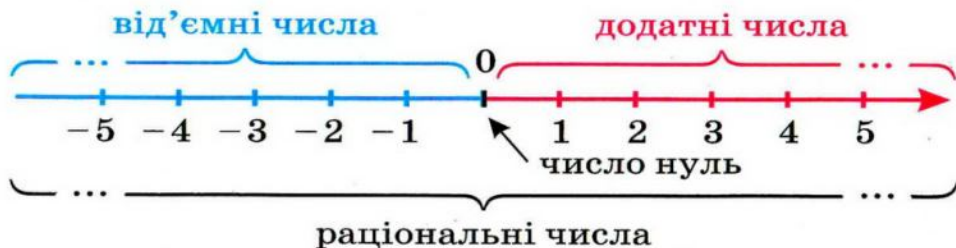
Протилежними до натуральних чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... є числа: $-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots$.

Натуральні числа, протилежні їм і число 0 разом називаються *цілими числами*.

Отже, є три види цілих чисел: *цілі додатні* (натуральні), *цілі від'ємні* ($-1, -2, -3, -4, \dots$) і 0.

Крім цілих чисел, існують і *дробові числа*. Приклади дробових чисел: $\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}, 2\frac{3}{4}, -8,5$. Дробові числа бувають додатні і від'ємні.

Цілі і дробові числа разом називають *раціональними числами* (мал. 101).



раціональні числа

Мал. 101

Співвідношення між згаданими видами чисел можна зобразити такою схемою.



Примітка. Числа $\frac{6}{3}$ і $-\frac{10}{5}$ записані у вигляді дробів, але

вони не є дробовими числами. Це цілі числа 2 і -5. Жодне дробове число не є цілим, і жодне ціле число не є дробовим.



Дізнайтеся більше

Усі цілі числа становлять *множину цілих чисел*. На координатній прямій цілим числам відповідають точки, розташовані рівномірно і нескінченно далеко вправо і вліво. Кожна з цих точок віддалена від сусідніх на відстань, що дорівнює довжині одиничного відрізка.

Множина раціональних чисел містить цілі і дробові числа. Кожному раціональному числу на координатній прямій відповідає єдина точка. Точки з раціональними координатами розташовані на координатній прямій дуже щільно, між будь-якими двома з них існує безліч інших точок з раціональними координатами. І все ж на координатній прямій точок, координати яких – не раціональні числа, є ще більше. Докладніше про це ви дізнаєтеся у 8-му класі.



Перевірте себе

1. Яке число протилежне числу 7? А числу -7?
2. Як називають числа, протилежні натуральним числам?
3. Які числа називають цілими від'ємними? А цілими невід'ємними?
4. Які числа називають цілими?
5. Які числа називають раціональними?



Виконуємо разом

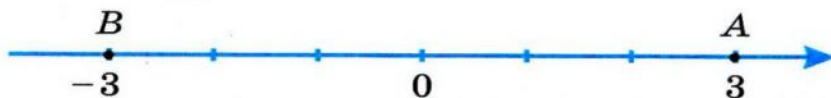
① Чи протилежні числа $0,2$ і $-\frac{1}{5}$?

• $0,2$ і $\frac{1}{5}$ – різні позначення одного й того самого числа,

$0,2 = \frac{1}{5}$. Тому числа $0,2$ і $-\frac{1}{5}$ протилежні.

② Точки $A(x)$ і $B(-3)$ мають протилежні координати. Знайдіть значення x . Скільки одиничних відрізків міститься у відрізку AB ?

• Оскільки числа x і -3 протилежні, то $x = 3$. Накреслимо координатну пряму і відмітимо на ній точки $A(3)$ і $B(-3)$ (мал. 102). З малюнка видно, що відрізок AB вміщає 6 одиничних відрізків.



Мал. 102



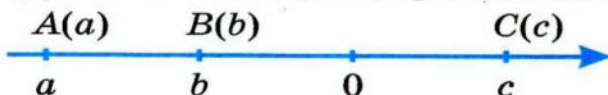
Усні вправи

900. Які з тверджень правильні:

- а) кожне натуральне число є цілим числом;
- б) кожне натуральне число є раціональним числом;
- в) кожне ціле число є раціональним числом;
- г) якщо раціональне число не ціле, то воно дробове;
- г) якщо раціональне число не дробове, то воно ціле?

901. Чи протилежні числа $\frac{2}{3}$ і $\frac{3}{2}$? А числа $\frac{2}{3}$ і $-\frac{3}{2}$?

902. На координатній прямій (мал. 103) зображено точки $A(a)$, $B(b)$ і $C(c)$. Які з чисел a , b і c протилежні одне одному?



Мал. 103

903. Чи правильно, що числа x і $-x$ протилежні при кожному значенні x ?



Рівень А

904. Запишіть числа, протилежні до чисел $-0,08$; 19 ; -37 ; -435 ; 1015 ; $-5,1$; $-\frac{2}{15}$; $-\frac{7}{9}$; $-3\frac{1}{3}$; $2\frac{2}{5}$.

905. Запишіть усі натуральні числа, які менші від 4 , і числа, їм протилежні.

906. Напишіть 5 цілих чисел, які не є натуральними, а також протилежні до них.

907. Запишіть число:

а) протилежне до $\frac{5}{6}$; б) обернене до $\frac{5}{6}$.

908. Чи протилежні числа:

а) $0,4$ і $-\frac{2}{5}$; б) $1,5$ і $\frac{3}{2}$;

в) $-1,2$ і $\frac{6}{5}$; г) $-1,5$ і $-\frac{3}{2}$?



909. Виберіть і запишіть з нижче поданих чисел пари протилежних:

24 ; $2\frac{1}{4}$; $-\frac{2}{5}$; $2,25$; $-0,1$; -24 ; $\frac{5}{2}$; $-2\frac{1}{4}$; $0,9$; $3,4$; $\frac{2}{5}$; $0,1$.

910. Знайдіть координату середини відрізка з кінцями в точках $A(a)$ і $B(b)$, якщо числа a і b протилежні. Виконайте малюнок.

911. Позначте на координатній прямій точки з координатами: а) 3 ; $\frac{6}{2}$; $\frac{24}{8}$; б) $\frac{15}{10}$; $-\frac{12}{8}$; $1,5$; $-\frac{3}{2}$.



Рівень Б

912. Користуючись координатною прямою, обґрунтуйте твердження:

а) число, протилежне додатному, – від'ємне;

б) число, протилежне від'ємному, – додатне;

в) якщо число a протилежне b , а b протилежне c , то $a = c$.

913. Чи правильна рівність:

а) $-(+1,7) = -1,7$; б) $-(-5) = +5$;

в) $-(-2,5) = 2,5$; г) $-(+129) = -129$?

- 914.** Обчисліть значення виразу $-a$, якщо:
 а) $a = 3$; б) $a = -5$; в) $a = -1,7$; г) $a = 297$.
- 915.** Які з чисел $3, -17, \frac{8}{4}, 0,7, 2,4, -1001, -3\frac{1}{2}, \frac{5}{5}$ цілі?
- 916.** Які з чисел $\frac{4}{2}, -\frac{10}{5}, \frac{27}{3}, 3\frac{2}{3}, -\frac{18}{9}$ дробові?
- 917.** Натуральним, цілим чи дробовим числом є:
 а) -5 ; б) $1\ 234\ 567$; в) $-\frac{102}{34}$; г) $\frac{135}{15}$; г) $-3,5$?
- 918.** Скільки точок з цілими координатами є на координатній прямій між точками $A(-4)$ і $B(5)$?
- 919.** Скільки точок з цілими координатами є на координатній прямій ліворуч від точки $O(0)$? А праворуч від точки $M(1000)$? Наведіть приклади.
- 920.** Знайдіть x , якщо:
 а) $-x = 5,1$; б) $-x = -293$; в) $-(-x) = 45$;
 г) $-x = -5\frac{1}{3}$; г) $-(-x) = \frac{21}{39}$; д) $-x = 53\frac{1}{7}$.



Вправи для повторення

- 921.** Обчисліть:
 а) $\left(6,5 + \frac{3}{4}\right) \cdot 0,8 + 4,2^2$; б) $0,3^2 - 0,3^3 - 0,3 \cdot 0,3^3$.
- 922.** На скільки третина числа $22,8$ менша від його половини?
- 923.** Скільки відсотків становить:
 а) 12 від 240 ; б) 35 см від 4 дм; в) 3 т від 25 ц?
- 924.** Знайдіть число, $0,5\%$ якого становлять: а) $0,5$; б) 1 .
- 925.** Знайдіть усі цілі числа, які більші за $\frac{5}{37}$ і менші за $\frac{37}{5}$.

Скільки серед них натуральних чисел, скільки простих?

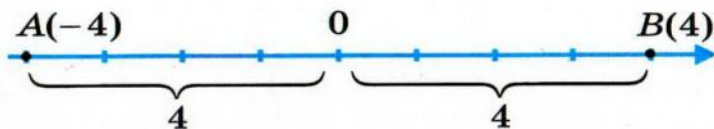
926. Периметр прямокутника дорівнює 38 дм, а сторони відносяться як $9 : 10$. Знайдіть його площу.

927*. Перенесіть у зошит малюнок 104. Запишіть у порожніх клітинках такі числа, щоб суми чисел у кожному рядку і в кожному стовпчику дорівнювали 10 .

| | | |
|---|---|---|
| 3 | | |
| | 7 | |
| | | 4 |

Мал. 104

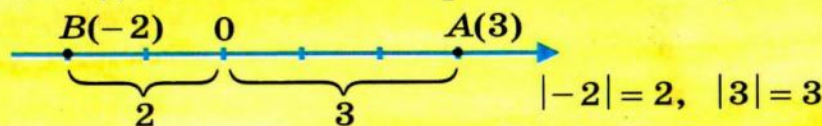
Відстань від початку координат до точки з координатою a називається *модулем числа a* . При цьому вважається, що за одиницю довжини прийнято довжину одиничного відрізка. Наприклад, модулем числа 4 є число 4 і модулем числа -4 є також число 4 (мал. 105).



Мал. 105

Які б не були протилежні числа, їх модулі рівні. Наприклад, модуль кожного з чисел -12 і 12 дорівнює 12, модуль кожного з чисел $0,9$ і $-0,9$ дорівнює $0,9$.

Модулем невід'ємного числа є це саме число, модулем від'ємного числа є протилежне йому число.



Модуль числа a позначають так: $|a|$. Наприклад,

$$|-26| = 26; |3,8| = 3,8; \left| -\frac{5}{7} \right| = \frac{5}{7}; |0| = 0.$$

Модуль кожного числа – число невід'ємне.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо число } a \text{ невід'ємне;} \\ -a, & \text{якщо число } a \text{ від'ємне.} \end{cases}$$

Поняття модуля в математиці використовують досить часто. Зокрема, розв'язують рівняння і нерівності з модулями.

Рівняння $|x| = 3$ має два розв'язки: 3 і -3 . На координатній прямій розв'язки позначено точками (мал. 106).

Нерівність $|x| < 3$ задовольняє кожне число, менше за 3, але більше за -3 . На координатній прямій точки, яким відповідають ці числа, замальовують жирніше (мал. 107).



Мал. 106



Мал. 107



Дізнайтеся більше

Слово *модуль* латинського походження: *modulus* – міра. Це слово в різних значеннях часто використовується не лише в математиці, а й у техніці, архітектурі, багатьох інших науках та різних галузях виробництва. Від цього слова походять також *мода*, *модель*.

Донедавна замість «модуль числа» говорили *абсолютна величина числа*. Так раніше називали «числа без знаків», протиставляючи їм відносні числа – числа із знаками. Тепер терміни «відносні числа» і «абсолютна величина числа» застаріли.



Перевірте себе

1. Що таке модуль числа?
2. Модуль якого числа дорівнює 0?
3. Чому дорівнює x , якщо $|x| = 6$?
4. Чи правильно, що модуль будь-якого числа – число додатне? Наведіть контрприклад.



Виконуємо разом

- ① Обчисліть значення $|x + 5|$, якщо: а) $x = 2$; б) $x = -10$.
 - а) Якщо $x = 2$, то $|x + 5| = |7| = 7$;
 - б) якщо $x = -10$, то $|-10 + 5| = |-5| = 5$.
- ② Знайдіть два розв'язки рівняння $|x| = 15$.
 - $|15| = 15$ і $|-15| = 15$, тому числа 15 і -15 – розв'язки даного рівняння.



928. Які з тверджень правильні: а) якщо модулі двох чисел рівні, а знаки їх різні, то ці числа протилежні; б) числа з нерівними модулями не можуть бути протилежними; в) якщо модулі двох чисел рівні, то ці числа рівні або протилежні?

929. Знайдіть модулі чисел: 6; -9; -37; 4,5; $\frac{2}{3}$; $-\frac{9}{13}$; $-1\frac{1}{3}$.

930. Провідмініяйте слово *модуль*.

931. Обчисліть: а) $|-3| + |3|$; б) $|-2| \cdot |-3|$; в) $|5| \cdot |-4|$.



Рівень А

932. Чи має розв'язки рівняння: а) $|x| = -1$; б) $|-x| = 2$?

933. Чи існує таке значення x , при якому:

а) $|x| < 0$; б) $|x| < -1$; в) $|x| > 1\,000\,000$?

934. Знайдіть суму, різницю, добуток і частку модулів чисел -5 і 2.

935. Обчисліть значення виразу:

а) $|-2| + |-7|$; б) $|-4| \cdot |-15|$; в) $|-18| : |-9|$.

936. Запишіть від'ємне число, модуль якого дорівнює:

а) 7; б) 0,12; в) 305.

937. Чи правильно, що відстань між точками А (-8) і О (0) дорівнює $|-8|$? Чому дорівнює відстань між точками:

а) О(0) і В(0,25); б) С(-0,25) і В(0,25)?

938. Чому дорівнює $|x|$, якщо $|-x| = 203$?

939. Яка з точок $K\left(-\frac{2}{3}\right)$ чи $P\left(-\frac{3}{4}\right)$ знаходиться ближче до

точки О? Покажіть на малюнку.

940. Які з нерівностей правильні:

а) $|-2| < |3|$; б) $|5| < |-17|$; в) $\left|-\frac{10}{11}\right| < \left|-\frac{11}{12}\right|$?

941. При яких значеннях x правильна нерівність $x < |x|$?

942. Чи існує таке значення x , при якому $x > |x|$?

943. Розв'яжіть рівняння: а) $|x| = 6$; б) $|x| = 8$; в) $|x| = 0$.

944. Обчисліть:

а) $3 \cdot |-1,5| + 4$; б) $2,5 \cdot |-12| - 5$;
в) $24 : |-16| + 3,5$; г) $|-8| \cdot |-4| - |-56| : 7$.

945. Обчисліть значення виразу:

а) $8 + 5 \cdot |x|$, якщо: 1) $x = 0,7$; 2) $x = -0,7$;

б) $13 - 14 \cdot |x|$, якщо: 1) $x = \frac{2}{7}$; 2) $x = -\frac{2}{7}$.



Рівень Б

946. Обчисліть значення виразу:

а) $3|a| - |b| - |2a| + 2|b|$, якщо $a = 27,3$, $b = -44,4$;

б) $|5m| + 2|n| - 2|m| - 3|m|$, якщо $m = -17,17$, $n = -7,1$;

в) $|x + 7| - |x - y| + xy$, якщо $x = 5,2$, $y = 2,5$.

947. Скільки існує цілих чисел, які задовольняють нерівність $|x| < 5$? Позначте їх на координатній прямій.

948. Позначте на координатній прямій множину всіх значень x , які задовольняють нерівність $|x| < 5$.

949. Скільки існує натуральних чисел, які задовольняють нерівність $|x| < 12$? Скільки цілих від'ємних чисел? Скільки цілих чисел?

950*. Позначте на координатній прямій множину всіх значень x , які задовольняють нерівність $|x| > 3$.

951. При яких значеннях x виконується рівність:

а) $|x| = x$;

б) $|x| = -x$;

в) $x = -|x|$?

952. Яке з тверджень завжди правильне:

а) якщо $|x| = |y|$, то $x = y$;

б) якщо $x = y$, то $|x| = |y|$;

в) якщо $|a| < b$, то $a < b$;

г) якщо $|a| > |b|$, то $a < b$?

953. Розв'яжіть рівняння:

а) $|x| - 6 = 4$;

б) $|x| + 2 = 3$;

в) $3|x| - 7 = 5$?



Вправи для повторення

954. Обчисліть: а) $3,2^2 - 1,3^3$; б) $1,2^3 - 0,8^3$.

955. Розв'яжіть рівняння:

а) $(x - 5)(x - 7) = 0$;

б) $3x(x - 4) = 0$.

956. Петрик і Галинка зібрали разом 12,4 кг суниць. Скільки суниць зібрав Петрик, якщо Галинка збрала на 2 кг більше?

957. Карлсон купив 15 тістечок по 10 крон і по 14 крон, заплативши всього 190 крон. Скільки тістечок кожного виду купив Карлсон?

958*. Поставте між цифрами знаки дій або дужки так, щоб була правильною рівність:

а) $5 \ 5 \ 5 = 5$;

б) $5 \ 5 \ 5 = 0$;

в) $5 \ 5 \ 5 = 4$.

959*. Більший із двох квадратів розрізали на 4 трикутники (мал. 108). Як із них і меншого квадрата скласти один великий квадрат?



Мал. 108

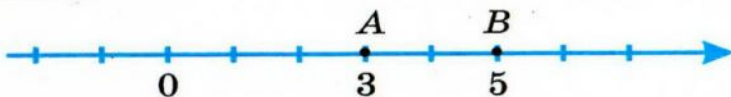
§29.

Порівняння раціональних чисел

Порівняти два числа – це означає з'ясувати, яке з них більше, яке менше, або показати, що вони рівні.

Порівнювати додатні числа ви вже вмієте. Наприклад, $2 < 5$; $0,8 > 0,27$; $\frac{2}{3} < 1$. А як порівняти від'ємне число з від'ємним або від'ємне з додатним?

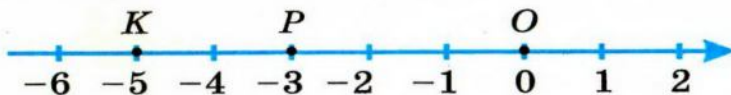
З двох додатних чисел меншим є те, якому на координатній прямій відповідає точка, розміщена лівіше. Наприклад, точка $A(3)$ розміщена лівіше від точки $B(5)$ і $3 < 5$ (мал. 109). Ця ознака поширюється і на всі раціональні числа.



Мал. 109

З двох раціональних чисел меншим вважається те, якому на координатній прямій відповідає точка, розміщена лівіше.

Наприклад, точка $K(-5)$ розміщена лівіше від точки $O(0)$ і від будь-якої точки з додатною координатою. Те саме можна сказати про точку $P(-3)$ і кожен іншу точку з від'ємною координатою (мал. 110).



Мал. 110

Тому кожне від'ємне число менше від нуля і від будь-якого додатного числа.

Наприклад, $-7 < 0$; $-1508 < 5$; $-0,3 < 0,2$; $-\frac{1}{2} < 4\frac{1}{2}$.

Точка $K(-5)$ на координатній прямій розміщена лівіше, ніж точка $P(-3)$, тому $-5 < -3$. Те саме справджується стосовно будь-яких від'ємних чисел.

З двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.

$$-14 < -8; -67 < -66; -0,1 < -0,0987; -\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}.$$



Якщо одне число менше від другого, то друге більше від першого: якщо $a < b$, то $b > a$.

Оскільки кожне від'ємне число менше від 0, а кожне додатне більше від 0, то

- запис $x > 0$ означає, що число x – додатне;
- запис $x < 0$ означає, що число x – від'ємне.



Дізнайтеся більше

Знак « \geq » означає «більше або дорівнює», а « \leq » – «менше або дорівнює». Наприклад, якщо число a більше від 0 або дорівнює 0, то пишуть $a \geq 0$. Такі числа називають невід'ємними. Якщо число c менше від 5 або дорівнює 5, то пишуть $c \leq 5$.



Перевірте себе

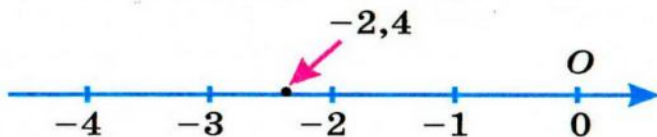
1. Що означає порівняти два числа?
2. Як порівняти два додатні числа?
3. Яке з двох від'ємних чисел більше?
4. Як порівняти будь-які раціональні числа?
5. Прочитайте записи $x > 0$ і $c < 0$, не говорячи *більше*, *менше*.
6. Що означає запис $a \geq 0$? А запис $a \leq 0$?



Виконуємо разом

① Між якими сусідніми цілими числами на координатній прямій знаходиться число $-2,4$? Запишіть це за допомогою знаків « $<$ ».

● Накреслимо частину координатної прямої (мал. 111). Бачимо, що число $-2,4$ знаходиться між сусідніми цілими числами -3 і -2 . Отже, $-3 < -2,4 < -2$.



Мал. 111

② Яке з чисел більше: $-3,4$ чи $-\pi$?

● $\pi \approx 3,14$, а $3,14 < 3,4$. Тому $\pi < 3,4$, а $-\pi > -3,4$.



Усні вправи

960. Яке з чисел більше: а) 10 001 чи 9009; б) 0,1 чи 0,0999?

961. Порівняйте числа:

а) $\frac{1}{2}$ і $\frac{1}{3}$; б) $\frac{5}{7}$ і $-\frac{7}{5}$; в) $\frac{3}{4}$ і -1 ; г) $\frac{7}{8}$ і -78 .

962. Між якими сусідніми цілими числами знаходиться число:

а) 0,1; б) $-0,2$; в) $-8,5$; г) $-\frac{6}{7}$; г) $-4\frac{2}{3}$?

963. Додатним чи від'ємним є число p , якщо:

а) $p < 0$; б) $0 < p$?



Рівень А

964. Поставте замість зірочки знак « $<$ » або « $>$ » так, щоб була правильною нерівність:

а) $-9 * 0$, $0 * -17$, $-8 * -7$;
б) $-0,5 * 0,5$, $2,3 * -23$, $-2,3 * -3$.

965. Порівняйте числа:

а) $0,3$ і $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{4}{3}$ і $-\frac{5}{4}$; в) $-0,2$ і $-\frac{1}{5}$.

966. Поставте замість зірочки знак «<», «>» або «=» так, щоб була правильною нерівність або рівність:

а) $\frac{2}{3} * \frac{5}{6}$, $\frac{2}{7} * \frac{4}{14}$, $\frac{9}{2} * 4$, $-\frac{9}{2} * 4$;

б) $-4 * 3\frac{1}{2}$, $-\frac{6}{3} * -2$, $-\frac{3}{4} * -\frac{4}{3}$, $-\frac{10}{3} * \frac{8}{4}$.

967. Яке з чисел $-0,7$, $-\frac{3}{5}$ і $-\frac{2}{3}$ найбільше, а яке найменше?

968. Запишіть у вигляді нерівності речення:

а) $0,4$ – додатне число;

б) $-5,7$ – від’ємне число;

в) n – число від’ємне;

г) $5x$ – число додатне.

969. Розмістіть числа 0 , $\frac{1}{2}$, -2 , $-1,99$, $-3\frac{1}{3}$, $0,2$, $-3,3$ у порядку зростання.

970. Розмістіть числа $2\frac{1}{2}$, $-3,2$, $-\pi$, π , -1 , $3,2$, $-3\frac{1}{2}$, 1 у порядку спадання.

971. Проведіть на малюнку 112 стрілки від меншого числа до більшого.



Мал. 112

972. Запишіть усі цілі числа, які:

а) більші за -7 і менші за 3 ;

б) більші за $-5,6$ і менші за $4,8$;

в) менші за $-2,5$ і більші за $-8\frac{2}{3}$.

973. Які цілі числа задовольняють нерівності:

а) $-6 < x < 3$;

б) $-24 < x < -19$;

в) $-3,5 < x < 2,3$;

г) $-\pi < x < \pi$?



Рівень Б

974. Запишіть усі цілі числа, модулі яких менші за $3,5$.

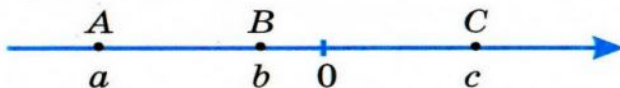
975. На координатній прямій позначте буквами точки, координати яких – цілі числа, більші за $-2,6$ і менші за $3,8$.

976. Позначте на координатній прямій множину точок, які відповідають таким значенням x , при яких $|x| < 4$.

977. Відомо, що a і b – додатні числа, а x і y – від’ємні. Порівняйте:

- а) a і 0 ; б) 0 і x ; в) a і x ; г) a і y ;
г) b і x ; д) b і y ; е) $|x|$ і y ; є) $-a$ і b .

978. На координатній прямій позначено точки $A(a)$, $B(b)$ і $C(c)$ (мал. 113). Модуль якого з чисел a , b і c найбільший, а якого – найменший? Яке з чисел a , b і c найбільше, а яке найменше?



Мал. 113

979. Запишіть замість зірочки таку цифру, щоб нерівність була правильною:

- а) $-181 < -18*$; б) $-*6,4 > -26,4$;
в) $-3*41 > -3141$; г) $-35,*2 > -35,12$.



Вправи для повторення

980. Якого найменшого значення може набувати вираз:

- а) $x^2 + 8$; б) $(x^2 + 8)^2$; в) $|x - 12|$?

981. Скільки центнерів сіна вийде з 9,8 ц трави, якщо при сушінні трава втрачає $\frac{3}{4}$ своєї маси?

982. Скільки солі треба додати до 8 кг чистої води, щоб отримати десятивідсотковий розчин солі?

983. Найменша сторона трикутника коротша від другої на 3,5 см і на 2,8 см – від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 2,7 дм.

984. Скільки коштує книжка, якщо за неї заплатили 2 грн. і ще половину її вартості?

985. Проїхавши половину всього шляху, пасажир поїзда ліг спати і спав до тих пір, поки йому не залишилося їхати половину відстані, яку він проїхав сплячим. Яку частину шляху він проїхав, коли спав?

986. Стародавня задача. Лев може з’їсти вівцю за 2 год, вовк – за 3 год, собака – за 6 год. За скільки годин вони з’їли б вівцю разом?



Варіант 1

1°. Які з чисел -83 , $\frac{12}{4}$, $-2\frac{3}{4}$, $-\frac{3}{6}$:

а) цілі; б) дробові; в) натуральні?

Запишіть їх у порядку спадання.

2°. Позначте на координатній прямій точки $A(-6)$ і $B(3)$. Знайдіть довжину відрізка AB і координату точки M – середини відрізка AB .

3°. Знайдіть модуль різниці чисел $3,8$ і $0,4$ та суму їх модулів.

4°. Розв'яжіть рівняння: а) $|x| = 5$; б) $2|x| = 6$.

5°. Запишіть усі цілі значення x такі, що $|x| < 3$.

Варіант 2

1°. Які з чисел $\frac{3}{7}$, -74 , $-\frac{8}{4}$, 34 , $-0,2$:

а) цілі; б) дробові; в) натуральні?

Запишіть їх у порядку зростання.

2°. Позначте на координатній прямій точки $K(-5)$ і $P(5)$. Знайдіть довжину відрізка KP і координату точки C – середини відрізка KP .

3°. Знайдіть суму і добуток модулів чисел -12 і $1,2$.

4°. Розв'яжіть рівняння: а) $|x| = 3$; б) $3|x| = 6$.

5°. Запишіть усі цілі значення x такі, що $|x| < 5$.

Варіант 3

1°. Які з чисел $-4,4$, $-\frac{2}{3}$, $2\frac{3}{7}$, $\frac{6}{30}$, $32\frac{4}{2}$: а) цілі; б) дробові;

в) натуральні; г) додатні? Запишіть їх у порядку спадання.

2°. Позначте на координатній прямій точки $A(-5)$ і $B(-1)$. Знайдіть координату такої точки K , щоб точка B була серединою відрізка AK .

3°. На скільки сума модулів чисел $-6,4$ і $4,6$ більша за $|6,4 - 4,6|$?

4°. Розв'яжіть рівняння: а) $|x| = 8$; б) $5|x| - 1 = 3$.

5°. Запишіть усі цілі значення x , які задовольняють нерівність $|x| < 7$.

Варіант 4

- 1°. Які з чисел $7\frac{1}{2}$, $-8,5$, $\frac{1}{13}$, $-\frac{12}{4}$, $\frac{15}{3}$: а) натуральні; б) цілі; в) дробові; г) додатні? Запишіть їх у порядку зростання.
- 2°. Позначте на координатній прямій точки $K(-5)$ і $P(1)$. Знайдіть координату точки M – середини відрізка KP – і відстань від неї до точки $O(0)$.
- 3°. На скільки сума модулів чисел $5,7$ і $-7,5$ більша за $|7,5 - 5,7|$?
- 4°. Розв'яжіть рівняння: а) $|x| = 4$; б) $4|x| + 3 = 5$.
- 5°. Запишіть усі цілі значення x такі, що $|x| < 6$.



Готуємося
до тематичного контролю



Запитання для самоперевірки

1. Наведіть приклади величин, значення яких бувають від'ємними.
2. Додатне чи від'ємне число 0?
3. Які числа називаються невід'ємними, недодатними?
4. Як намалювати координатну пряму?
5. Які числа називаються протилежними?
6. Які числа називаються цілими?
7. Які числа називаються раціональними?
8. Якими бувають раціональні числа?
9. Що таке модуль числа? Наведіть приклади.
10. Яке з двох від'ємних чисел менше?
11. Як порівняти раціональні числа?
12. Що означає запис $x > 0$, $x < 0$?

Завдання в тестовій формі

1. Яка з точок $A(1)$, $B(-0,7)$, $C(2)$, $D(-3)$ найближча до точки $O(0)$?
а) A ; б) B ; в) C ; г) D .
2. Укажіть пару протилежних чисел.
а) 3 і $\frac{1}{3}$; б) 3 і -3 ; в) 5 і $0,5$; г) 17 і -71 .
3. Обчисліть значення виразу $|13| + |-13|$.
а) 0 ; б) -13 ; в) 13 ; г) 26 .

4. Яке з чисел $2,5$, $-3,2$, $-\frac{144}{12}$, $\frac{13}{12}$ ціле?

- а) $-\frac{144}{12}$; б) $2,5$; в) $\frac{13}{12}$; г) $-3,2$.

5. Яке з чисел $0,5$, $-0,5$, $0,1$, -1 найменше?

- а) $0,5$; б) $-0,5$; в) $0,1$; г) -1 .

6. Між якими сусідніми цілими числами знаходиться число $-0,9$?

- а) 0 і -1 ; б) 0 і 1 ; в) 1 і 2 ; г) -1 і -2 .

7. Запишіть замість зірочки таку цифру, щоб нерівність $-123 > -12*$ була правильною.

- а) 4 ; б) 0 ; в) 2 ; г) 1 .

8. Знайдіть x , якщо $-(-x) = -5$.

- а) 0 ; б) 5 ; в) -5 ; г) 10 .

9. Розв'яжіть рівняння $|x| = -3$.

- а) 3 ; б) 0 ; в) -3 ; г) розв'язків немає.

10. Скільки існує цілих чисел, які задовольняють нерівність $|x| < 5$?

- а) 5 ; б) 10 ; в) 9 ; г) 11 .

Типові задачі

1°. Які з чисел 11 , $0,7$, -4 , $\frac{13}{12}$, $-0,5$, $-\frac{1}{3}$, 0 , -327 додатні,

а які від'ємні?

2°. Накресліть координатну пряму і позначте на ній точки $A(2)$, $B(-3)$, $C(-0,5)$, $D(2,5)$.

3°. Запишіть число, протилежне до: а) 35 ; б) $-\frac{3}{5}$.

4°. Порівняйте числа: а) $3,9$ і $-9,3$; б) $-2,75$ і $-2,57$.

5°. Обчисліть значення виразу $27 - 1,5 \cdot |x|$, якщо:

- а) $x = -10$; б) $x = -0,4$.

6°. Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює $0,5$ см. Знайдіть відстань між точками $A(-0,2)$ і $B(2,8)$.

7°. Розв'яжіть рівняння:

- а) $|x| = 3,1$; б) $|x| = -1,3$; в) $|x| + 4 = 1,2 : 0,3$.

8°. Випишіть усі цілі значення a такі, що $-5,3 < a < 3,5$.

9°. Дано точки $A(-1)$ і $B(3)$. Побудуйте на координатній прямій точку C – симетричну A відносно B . Знайдіть координату точки C і відношення довжин відрізків AC і CB .

10°. Знайдіть усі корені рівняння $5|x - 1| - 27 = 3$.